

КАПИТЕЛ 1 / CHAPTER 1¹

METHODOLOGY FOR ATTRACTING THE INDUSTRIAL BASE OF THE REGION TO MAINTAIN THE FLEET OF EQUIPMENT OF THE BORDER DETACHMENT AT A GIVEN LEVEL OF TECHNICAL READINESS

DOI: 10.30890/2709-2313.2022-13-02-005

Введение.

На протяжении последних десятилетий непростая экономическая ситуация в государствах восточной Европы и Азии стала причиной образования группировок, занимающихся незаконным промыслом на приграничных территориях Украины. Для обеспечения своей противоправной деятельности данные группировки используют новейшие средства связи и передвижения. С целью своевременного противодействия их незаконной деятельности в подразделениях пограничных отрядов активно применяют автотранспортные средства (автотехнику), позволяющие пограничным нарядам быстро перемещаться на протяженных (300-800 км) участках государственной границы. Способность пограничных подразделений оперативно выполнять задачи по охране границы зависит не только от наличия автотранспортной техники, но и от ее технического состояния. В пограничных отрядах вопросами поддержания требуемого технического состояния автотранспортных средств занимается персонал ремонтного подразделения, входящего в состав системы технического обслуживания и ремонта (ТО и Р) автотехники пограничного отряда.

В процессе выполнения ремонтными подразделениями пограничных отрядов задач по поддержанию и восстановлению технического состояния автотранспортных средств было выявлено ряд недостатков:

- 1) моральная и физическая изношенность оборудования ремонтного подразделения;
- 2) несоответствие возможностей оборудования и персонала ремонтного подразделения потребностям поступающей на укомплектование пограничного отряда современной автотехники;
- 3) удаленность расположения ремонтного подразделения от обслуживаемой автотехники пограничных подразделений, увеличивающая длительность ремонта;

¹Authors: Holovnia Serhii Borisovich



4) недостаточные возможности ремонтных подразделений для удовлетворения потребности автотранспортных средств в проведении текущих ремонтов.

Реагируя на перечисленные недостатки, в Департаменте вооружения администрации Государственной пограничной службы Украины (ГПСУ) принимают решение модернизировать системы технического обслуживания и ремонта автотранспортных средств за счет проведения договорного гарантийного обслуживания автотехники пограничных отрядов авторемонтными организациями (станциями техобслуживания, автосервисными организациями, автотранспортными предприятиями и др.). Однако для определения экономической и технической целесообразности реализации такого решения необходимо предварительно проводить оперативную оценку (прогноз) эффективности распределения мероприятий ТО и Р автотехники между ремонтным подразделением пограничного отряда и авторемонтными организациями.

Вопросы распределения разного рода ресурсов исследовались такими учеными как Кириченко Г. И., Понкратов Д. П., Кондрахина Н. В., Осташевская О. А., Лебедь М. Т., Бушуева И. В., Корнийчук М. Т., Гузинин О. И., Жежнич П. И., Колесникова Н. М., Барабашин В. В., Кельрих М. И., Ларикова С. С., Вишневецкий В. И., Евстрат Д. И., Тугай О. А., Крушевский А. В., Швецов К. И. и др. Вместе с тем, вопросы прогнозирования эффективности распределения мероприятий ТО и Р автотехники между ремонтным подразделением пограничного отряда и оцениваемыми авторемонтными организациями в работах указанных авторов не рассматривались.

Таким образом, возникает противоречие между существующей необходимостью планирования мероприятий ТО и Р автотехники подразделений пограничного отряда с привлечением сторонних авторемонтных организаций и отсутствием соответствующих моделей, показателей и методик решения данной задачи. Необходимость устранения данного противоречия и определяет актуальность темы диссертационного исследования.



1.1. Назначение, состав, порядок решения задач технического обслуживания и текущего ремонта авторемонтной организацией

Авторемонтная организация – организация, предоставляющая услуги населению или организациям по плановому техническому обслуживанию, текущему и капитальному ремонтам, установке дополнительного оборудования (тюнингу), восстановительному (кузовному) ремонту автотранспорта [1]. К авторемонтным организациям относятся станции техобслуживания, автосервисы, автомастерские, ремонтные заводы, автотранспортные предприятия и др. [1-6].

Все авторемонтные организации делятся на универсальные, выполняющие комплексные работы по автомобилям различных марок, и специализированные, предназначенные для обслуживания автомобилей определённых моделей [1-6]. В структуру типовых авторемонтных организаций в зависимости от их мощности входят следующие производственные участки: приемки и выдачи автомобилей, мойки, диагностирования, ТО, ТР, смазки, ремонта и зарядки аккумуляторов, ремонта электрооборудования, ремонта топливной аппаратуры, а также агрегатно-механический, шиномонтажный, обойный, кузовной, окрасочный и участок предпродажной подготовки автомобилей (для авторемонтных организаций с магазином) [4]. На небольших авторемонтных организациях (менее 10 рабочих постов) некоторые однородные виды работ могут объединяться и выполняться на одном участке [1; 2].

Производственные участки (зона) ТО и ТР с рабочими постами являются основными, а участки, специализированные на выполнении работ по ремонту топливной аппаратуры, электрооборудования, аккумуляторов и другие – вспомогательными, обеспечивающими работы основных участков [3; 4]. На постах ТР выполняют разборочно-сборочные, регулировочные и крепежные работы, а также устраняют мелкие неисправности. Остальные работы ТР, а также работы по контрольному ремонту агрегатов проводятся на специализированных участках. Для сокращения простоя автомобилей ремонт в авторемонтной организации может осуществляться агрегатным методом путем замены неисправных агрегатов и узлов на исправные.

В Украине зарегистрирована деятельность приблизительно девяти тысяч авторемонтных организаций [2]. Функционирующие на территории Украины авторемонтные организации представлены следующими разновидностями



предприятий и организаций [2; 5].

Самые давние субъекты рынка автосервиса – бывшие государственные авторемонтные организации (ремонтные заводы, автотранспортные предприятия и др.), которые превратились в акционерные общества. Раньше государственные авторемонтные организации были составляющими сети союзных автозаводов, теперь данные предприятия существуют самостоятельно. Рассматриваемые предприятия, как правило, построены по типовым проектам (на 6, 11, 15, 25 и 50 постов), имеют дорогие основные фонды, используют в основном устаревшее оборудование для оказания услуг автосервиса. Такие организации работают по давно выверенной технологии, придерживаются всех установленных стандартов и нормативов.

Следующими представителями украинского рынка автосервиса являются фирменные авторемонтные организации (станции техобслуживания, автосервисы и др.). Как правило, они возникают на базе прежних предприятий и являются представителями больших автомобильных компаний, таких как “Мерседес”, “Шкода”, “Фольксваген”. В рассматриваемых организациях оборудование удовлетворяет современные нормы западных автопроизводителей, а ремонт и обслуживание осуществляются по единым мировым стандартам. В таких местах работают высококвалифицированные механики, которые специализируются обычно на машинах одной марки. Качество ремонта, культура и эстетика производства, общение с клиентом на подобных предприятиях – на высоком уровне. Данные авторемонтные организации предоставляют качественные запчасти, а также дают гарантию на выполненную работу.

Кроме фирменных авторемонтных организаций, на рынке автосервиса функционируют и частные (автомастерские). Частные авторемонтные организации специализируется в основном на автомобилях иностранного производства. Квалификация персонала и уровень обслуживания в таких организациях колеблется от высокого до недопустимо низкого.

Еще одними субъектами рынка автоуслуг являются организации, созданные на базе автотранспортных предприятий. Автомобили на подобных предприятиях часто обслуживаются наскоро, а имеющиеся мощности в большей части не отвечают современным требованиям. Неудобство размещения, узкий ассортимент услуг, увеличенные сроки выполнения работ и низкое качество запасных частей – все это предопределяет невысокую



популярность таких станций среди автовладельцев и соответственно скромные цены.

Помимо рассмотренных разновидностей авторемонтных организаций, на рынке автоуслуг функционирует еще одна группа таких организаций – полулегальные мастерские, организованные в основном физическими лицами в собственных гаражах. Как правило, персоналу, работающему в таких местах, не хватает как специального образования, так и оборудования для проведения ремонтных работ.

Среди множества авторемонтных организаций, функционирующих на украинском рынке автоуслуг, необходимо выбрать такие, которые по своим возможностям будут соответствовать не только потребностям обслуживания автотехники пограничных подразделений, но и финансовым возможностям пограничного отряда. Для выбора требуемых авторемонтных организаций (АРО) необходимо проводить оценивание каждой исследуемой организации в соответствии с оперативно-технической, гарантийной и экономической компонентами.

Оперативно-техническая компонента связана с необходимостью обеспечения персоналом АРО как оперативного проведения работ по ТО и ТР автотехники пограничного отряда, так и технической готовности автотехники пограничных подразделений на уровне, позволяющем выполнять задачи по охране госграницы [7; 8; 9].

Гарантийная компонента связана с необходимостью предоставления авторемонтной организацией гарантийных обязательств относительно качественного проведения работ по ТО и ТР автотранспортных средств пограничного отряда. Наличие гарантийных обязательств должно указываться при заключении договора между пограничным отрядом и авторемонтной организацией.

Экономическая компонента характеризуется затратами пограничного отряда (C), образовавшимися в результате передачи i -й авторемонтной организации функций обслуживания автотехники пограничных подразделений. Рассматриваемые затраты (C) включают в себя затраты на оплату работы, выполненной персоналом i -й авторемонтной организации ($C_{ТО,ТР}$), затраты на перемещение техники к месту проведения обслуживания и обратно ($C_{перем}$). Знание величины затрат C позволит определить экономическую целесообразность передачи i -й авторемонтной организации функций



обслуживания автотехники пограничного отряда.

Соответствие возможностей авторемонтных организаций потребностям пограничного отряда по рассмотренным компонентам может позволить выбрать требуемый состав организаций. Как и для ремонтного подразделения, существенным параметром, учитывающим оперативно-техническую компоненту, а также зависящим от экономической составляющей, является среднее время (T_S) нахождения автотранспортного средства в обслуживании при выполнении работ персоналом i -й авторемонтной организации. Поскольку время T_S определяет взаимосвязь между перечисленными компонентами, то его использование в дальнейшем может позволить проводить оценку эффективности функционирования исследуемой авторемонтной организации. В связи с тем, что время T_S является случайной величиной, для определения числовых характеристик данного параметра потребуется использовать методы и модели теории вероятности.

1.2. Процесс функционирования ремонтного подразделения пограничного отряда и авторемонтной организации

Процесс обслуживания пограничного автотранспортного средства ремонтным подразделением или авторемонтной организацией начинается с момента возникновения необходимости в проведении работ по техобслуживанию и текущему ремонту (ТО и ТР) и заканчивается в момент возвращения обслуженного автомобиля к месту дислокации. Состав операций обслуживания включает:

А. Перемещение автотранспортных средств для проведения обслуживания к месту выполнения работ по ТО и ТР. Под перемещением автотранспортных средств для проведения обслуживания подразумеваются перемещения:

– пограничной автотехники, нуждающейся в обслуживании, к местам проведения ремонтных работ (к пункту ТО и Р пограничного отряда или авторемонтной организации);

– подвижных мастерских ремонтного подразделения к местам проведения ТО и ТР автотехники пограничного отряда;

– эвакуаторов к месту расположения неработоспособной автотехники



пограничного отряда для последующей доставки на i -ю авторемонтную организацию;

– работоспособных пограничных автотранспортных средств к месту расположения неработоспособной автотехники пограничного отряда для последующей буксировки к пункту технического обслуживания и ремонта пограничного отряда.

Время перемещения (T_d) влияет на своевременность проведения работ по ТО и ТР автотехники, а также на общее время нахождения автотранспортного средства в обслуживании (T_S), что предусматривает необходимость проведения оптимизации времени T_S за счет отбора соответствующих авторемонтных организаций. Затраты на перемещение пограничных автотранспортных средств к месту проведения необходимых работ связаны с затратами ($W^{авт} \cdot C^{бенз}$) на горюче-смазочные материалы

и на амортизацию ($A^{авт}$) автотехники, используемой для перемещений. При использовании эвакуаторов авторемонтной организации (АРО) затраты на перемещение пограничной автотехники представляют собой затраты на оплату услуг эвакуатора, а также дополнительно за погрузку и разгрузку неисправного автомобиля.

Б. Постановку автотехники, требующей обслуживания, в очередь на проведение работ по ТО и ТР. Постановка автотранспортного средства, требующего обслуживания, в очередь связана с массовостью проводимых мероприятий по ТО и ТР автотехники (занятостью каналов обслуживания) и подразумевает ожидание автотранспортным средством своей очередности на проведение необходимых работ. Если при поступлении автотранспортных средств на обслуживание посты ТО и ТР (каналы обслуживания) оказываются свободными (ситуация, когда очереди нет), автотехника, нуждающаяся в проведении работ по ТО и ТР, сразу поступает для проведения необходимых работ в каналы обслуживания ремонтного подразделения, авторемонтной организации. Нахождение автотранспортного средства в очереди связано с потерями времени ($t_{оч}$), в течение которого пограничная автотехника не используется по назначению. Время $t_{оч}$ зависит как от количественного состава ремонтных сил и средств, выполняющих необходимые работы, так и от интенсивности обслуживания автотранспортного средства персоналом



поста ТО и Р.

В. Проведение работ по ТО и ТР автотехники, требующей обслуживания. При поступлении пограничных автотранспортных средств в каналы обслуживания персонал ремонтного подразделения, авторемонтной организации проводит необходимые ремонтные работы, используя приданное постам ТО и Р (каналам обслуживания) оборудование. Для проведения работ по ТО и ТР автотехники пограничного отряда могут использоваться стационарные посты пункта технического обслуживания и ремонта (ПТОР) и станции техобслуживания, а также посты ТО и ТР подвижных мастерских пограничного отряда. Производственные возможности стационарных постов ТО и ТР ПТОР и авторемонтной организации превосходят возможности постов ТО и ТР подвижных мастерских по проведению ремонтных работ, о чем свидетельствует коэффициент увеличения трудоемкости (K_G) проведения работ ТО и ТР подвижными мастерскими – $K_G = 1,15$ [8]. Производственные возможности стационарных постов ТО и ТР ПТОР и авторемонтной организации увеличены за счет использования специализированных участков, количество которых определяется в зависимости от объемов проведения работ по ТО и ТР. Интенсивность обслуживания автотранспортного средства одним каналом обслуживания (постом ТО и ТР) зависит от трудоемкости проводимых работ, от производительности используемого оборудования, от квалификации персонала, от наличия исправных средств обслуживания, а также необходимых для проведения ремонтных работ запасных частей, агрегатов и т. п. Как и при нахождении автотехники в очереди, выполнение работ по ТО и ТР одного автотранспортного средства связано с потерями времени ($t_{оч}$), в течение которого автомобиль не используется по назначению, а также с затратами от простоя автотранспортного средства при проведении необходимых работ.

Использование в пограничном отряде сил и средств ремонтного подразделения для проведения работ по ТО и ТР автотехники связано с затратами на функционирование постов ТО и ТР ремонтного подразделения (электроэнергия, амортизация оборудования, зарплата и др.), затратами на оплату стоимости материалов и запчастей для проведения ТО и ТР автотехники. При отсутствии автотехники, требующей обслуживания, посты ТО и ТР ремонтного подразделения простаивают. Затраты от простоя одного поста включают в себя затраты как на амортизацию оборудования, так и на выплату заработной платы простаивающему персоналу.



Использование персонала i -й авторемонтной организации для проведения работ по обслуживанию автотранспортных средств пограничного отряда связано с затратами на оплату выполненной работы (платных услуг) по ТО и ТР пограничной автотехники.

Г. Перемещение автотранспортных средств после проведения обслуживания к месту своей постоянной дислокации. Перемещение пограничных автотранспортных средств после проведения обслуживания подразумевает как перемещения подвижных мастерских к месту своей дислокации после проведения ремонтных работ, так и перемещения обслуженной автотехники от места проведения обслуживания назад к месту своего размещения. Затраты на перемещение автотехники после проведения обслуживания к местам своей постоянной дислокации характеризуются затратами, обусловленными расходом горюче-смазочных материалов, а также затратами, связанными с амортизацией перемещаемой автотехники. Оптимизацию затрат и времени, затрачиваемых на перемещение автотехники, необходимо проводить путем выбора авторемонтных организаций, близко расположенных по отношению к обслуживаемой автотехнике.

С целью обеспечения постоянной готовности автотехники пограничного отряда в работе ремонтного подразделения и авторемонтной организации не допускается ситуаций, при которых возможен отказ в проведении ремонтных работ из-за загруженности каналов обслуживания [7; 8]. Необслуженная автотехника не покидает очереди на проведения работ по ТО и ТР до тех пор, пока не будет обслужена.

Вследствие массовости поступления требований (заявок) автотехники на проведение работ по ТО и ТР в пограничном отряде образуется поток заявок и поток обслуживаний автотехники. Потоки заявок (ТО и ТР), перемешиваясь между собой в процессе эксплуатации автотранспортных средств, образуют суммарный поток заявок на проведение работ по обслуживанию автотехники, который из-за случайности потоков заявок на ТР, ТО-1, ТО-2 также является случайным.

Заявки на проведение работ по ТО и ТР автотранспортных средств могут поступать как поодиночке, так и группами с заранее неизвестным количеством заявок в группах (свойство неординарности потока заявок). **Продолжительность** каждого **обслуживания** также заранее непредсказуема (случайна). **Повторяющимся подпроцессом** в работе ремонтного



подразделения и авторемонтной организации является процесс поступления автомобиля для проведения работ по ТО и ТР и его обслуживание одним постом ТО и ТР (каналом обслуживания).

Главными параметрами, определяющими развитие процесса функционирования ремонтного подразделения и авторемонтной организации, являются **интервалы времени** между поступлением автотранспортных средств, требующих проведения работ по ТО и ТР, а также **длительность** обслуживания автомобиля.

Гипотезы и допущения. Учет всевозможных вариантов работы ремонтного подразделения, авторемонтной организации даже после условного выделения лишь некоторой части (предмета моделирования) в общем моделируемом процессе является затруднительным в связи с существованием множества свойств и связей исследуемого процесса. Поэтому для дальнейшей формализации моделируемого процесса были выделены наиболее существенные для целей моделирования гипотезы, определяющие особенности и связи работы ремонтного подразделения, авторемонтной организации. Перечень данных гипотез составлен с учетом состава существенных факторов и параметров.

1. Поток заявок на проведение работ по ТО и ТР автотехники персоналом ремонтного подразделения, авторемонтной организации является случайным во времени, наиболее непротиворечивым законом распределения времени между моментами поступления заявок является показательный закон распределения.

2. Процесс функционирования ремонтного подразделения, авторемонтной организации (процесс обслуживания автотехники) во времени развивается как случайный. Продолжительность обслуживания каждого автомобиля является величиной случайной и имеет распределение, близкое к показательному.

3. Заявки автотранспортных средств на проведение работ по ТО и ТР могут поступать в ремонтное подразделение, авторемонтную организацию как одиночно, так и группами с заранее неизвестным количеством заявок в каждой группе (свойство неординарности потока заявок).

4. Среди поступающих требований автотехники на проведение ТО и ТР – заявок, пользующихся приоритетом по отношению к остальной совокупности заявок, нет (свойство бесприоритетности заявок).



5. В случае занятости канала обслуживания автотранспортное средство становится в очередь на проведение работ по ТО и ТР.

Кроме гипотез, для обеспечения корректности последующей формализации работы авторемонтной организации сформируем также перечень вводимых **допущений**:

1. На рассматриваемом отрезке времени условия функционирования ремонтного подразделения, авторемонтной организации примерно одинаковы (погодные, интенсивность поступления автомобилей, время цикла обслуживания и др.), что позволяет считать процессы функционирования ремонтного подразделения и авторемонтной организации стационарными.

2. Канал обслуживания (пост ТО и ТР) ремонтного подразделения является универсальным и может проводить работы по ТО и ТР автотехники, эксплуатируемой в пограничном отряде (свойство однородности канала обслуживания для автотехники).

3. Работа зоны специализированных участков стационарной мастерской пограничного отряда при проведении исследования не рассматривается.

4. Канал обслуживания (пост ТО и ТР) авторемонтной организации является универсальным и может проводить работы как по ТО, так и по ТР автотехники тех марок, на которых специализируется оцениваемая станция техобслуживания (свойство однородности канала обслуживания для автотехники).

5. Средняя длительность цикла обслуживания примерно одинакова для всех марок автомобилей, обслуживаемых ремонтным подразделением или оцениваемой авторемонтной организацией.

6. Канал обслуживания (пост ТО и ТР) ремонтного подразделения оборудован всеми необходимыми средствами для качественного проведения работ по ТО и ТР.

7. Количество персонала, закрепленного за одним каналом обслуживания ремонтного подразделения, авторемонтной организации составляет 2 человека.

8. Силы и средства, закрепленные за различными каналами обслуживания ремонтного подразделения или авторемонтной организации, не оказывают друг другу взаимопомощи при проведении обслуживания (ТО и ТР) автотехники (свойство отсутствия взаимопомощи в каналах обслуживания).

9. На базе одной подвижной мастерской ремонтного подразделения может



быть организована работа 4-х каналов обслуживания ($n_z = 4$).

10. Специалисты-ремонтники ремонтного подразделения, авторемонтной организации, участвующие в проведении работ по ТО и ТР автотехники, имеют достаточный уровень квалификации для качественного выполнения проводимых работ.

11. Силы и средства авторемонтной организации обеспечены необходимым для проведения работ ТО и ТР автотехники количеством запасных частей, агрегатов и т. д.

12. Периодичность возникновения заявок пограничной автотехники на проведение текущего ремонта (ТР) составляет 3000 км, на проведение ТО-1 – 5000 км и на проведение ТО-2 – 20000 км.

13. При выполнении СО автотехники (дважды в год) персонал ремонтного подразделения, авторемонтной организации проводят ТО-2 и дополнительные работы по подготовке автотехники к следующему периоду эксплуатации.

14. Силы и средства ремонтного подразделения, авторемонтной организации проводят работы по ТО (ТО-1, ТО-2, СО) и ТР (ТО-1х, ТО-2х, РТО не учитываются). Под термином ТО в дальнейшем будут подразумеваться следующие виды технического обслуживания: ТО-1, ТО-2, СО.

15. Пограничное автотранспортное средство, нуждающееся в проведении работ по ТО и ТР, покидает систему обслуживания ремонтного подразделения, авторемонтной организации только после удовлетворения требования на проведение необходимых работ.

16. Под термином «автотранспортное средство» (автотехника, автомобиль) в дальнейшем будет подразумеваться транспортное средство на колёсном ходу с собственным двигателем, предназначенное для проведения перевозок по безрельсовым путям. К рассматриваемому термину не относятся прицепы, снегоходная техника, гусеничная техника, мотоциклы и трактора.

17. Промежуток времени ($T_{набл}$), на котором рассматривается процесс функционирования ремонтного подразделения, авторемонтной организации, принимается равным одному году (365 дней).

18. Продолжительность рабочего дня персонала поста ПТОР составляет 8 часов.

19. Среднее время проведения персоналом поста ПТОР работ по ТО-1



составляет 0,24 дня, по ТО-2 (СО) – 0,53 дня, по ТР – 0,35 дня.

20. В качестве заявок, поступающих на обслуживание персоналу исследуемой ремонтного подразделения, рассматриваются только заявки от автотехники отечественного производства (ГАЗ, ВАЗ, УАЗ, РАФ, ЗиЛ и др.).

1.3. Обоснование выбора показателей и критерия оценки эффективности ремонтного подразделения, авторемонтной организации

Разрабатываемая модель должна позволять проводить как оценивание производственных возможностей ремонтного подразделения и выбираемых (оцениваемых, i -х) авторемонтных организаций, так и прогнозирование затрат на использование в пограничном отряде ремонтного подразделения, i -й авторемонтной организации. Для соответствия разрабатываемой модели целям проводимого моделирования в ее состав должны входить следующие показатели эффективности:

– оценки производственных возможностей ремонтного подразделения, i -й авторемонтной организации, по обеспечению технической готовности автотехники пограничного отряда;

– затрат на использование ремонтного подразделения, i -й авторемонтной организации в системе технического обслуживания и ремонта пограничного отряда.

Показателем оценки производственных возможностей ремонтного подразделения, i -й авторемонтной организации, является коэффициент простоя автотранспортного средства (K_p), который определяет долю времени нахождения автомобиля в обслуживании исследуемой авторемонтной организацией, ремонтного подразделения. Рассматриваемый коэффициент представляет собой отношение среднего времени пребывания пограничного автотранспортного средства в обслуживании (T_s) при проведении работ на исследуемой авторемонтной организации, в ремонтном подразделении к суммарному времени использования данного автомобиля по назначению (nt) за рассматриваемый промежуток времени:

$$K_p = \frac{T_s}{nt} \quad (1)$$



Время T_s при проведении обслуживания (ТО и ТР) автотранспортного средства может быть представлено как сумма математического ожидания среднего времени пребывания автомобиля в системе обслуживания исследуемой авторемонтной организации, ремонтного подразделения (T_o) и среднего времени на перемещение автотранспортного средства для проведения работ по ТО и ТР (T_d).

Снижая значения T_o , T_d за счет отбора авторемонтных организаций, можно производить оптимизацию величины доли времени нахождения автотранспортного средства в простое, улучшая тем самым уровень технической готовности автотехники (оперативно-служебная компонента). Кроме показателей T_o , T_d , процесс функционирования ремонтного подразделения, авторемонтной организации характеризуется вероятностью обслуживания пограничного автотранспортного средства ($P_{обс}$) персоналом авторемонтной организации, ремонтного подразделения. В соответствии с [10] вероятность обслуживания пограничного автотранспортного средства не должна быть меньше 0,9 ($P_{доп} = 0,9$).

Затраты на использование авторемонтной организации, ремонтного подразделения в системе ТО и ТР автотехники пограничного отряда включают в себя следующие виды затрат [формула (2)]:

– на оплату работы по ТО и ТР пограничного автотранспортного средства, выполненной персоналом авторемонтной организации, ремонтного подразделения ($C_{ТО, ТР}$);

– на перемещение автотранспортного средства к месту проведения обслуживания авторемонтной организацией, ремонтным подразделением и обратно к месту дислокации ($C_{перем}$).

$$C = C_{ТО, ТР} + C_{перем}. \quad (2)$$

В состав затрат $C_{ТО, ТР}$ входят затраты как на оплату работы специалистов-ремонтников исследуемой авторемонтной организации, ремонтного подразделения, так и на оплату стоимости запчастей и материалов, необходимых для проведения ТО и ТР.

Затраты $C_{перем}$ представляют собой денежные расходы, образовавшиеся в



результате перемещения пограничного автотранспортного средства, требующего обслуживания, к месту расположения исследуемой авторемонтной организации, ремонтного подразделения, а после проведения необходимых работ – обратно к месту своей дислокации. Затраты $C_{перем}$ рассчитываются по формуле:

$$C_{перем} = \left(W^{авт} \cdot C^{бенз} + A^{авт} \right) \cdot \frac{2S}{100} \cdot H, \quad (3)$$

где $W^{авт}$ – расход топлива автотранспортного средства, совершающего перемещение для проведения обслуживания, на 100 км пробега, литров;

$C^{бенз}$ – стоимость одного литра бензина для марки автомобиля, совершающего перемещение с целью проведения работ по ТО и ТР, грн;

$A^{авт}$ – величина амортизационных затрат, возникающих при перемещении автотранспортного средства на расстояние 100 км, грн;

S – расстояние, необходимое для перемещения автотранспортного средства к месту проведения обслуживания и обратно, км;

100 – постоянное число;

H – количество необходимых перемещений для проведения работ по ТО и ТР автомобиля за рассматриваемый период времени персоналом исследуемой авторемонтной организацией, ремонтным подразделением.

Комплексным показателем, характеризующим преимущества (недостатки) исследуемой авторемонтной организации, ремонтного подразделения по сравнению с аналогичными организациями (предприятиями, подразделениями), предоставляющими услуги по обслуживанию автотехники, является Kc – коэффициент эффективности авторемонтной организации, ремонтного подразделения.

$$Kc = Kp \cdot C. \quad (4)$$

Чем меньше величина Kc , тем предпочтительней (при прочих равных условиях) авторемонтная организация, ремонтное подразделения для передачи ей функций по обслуживанию автотранспортного средства. Данный показатель



позволяет проводить отбор авторемонтных организаций, обеспечивающих как минимальный коэффициент простоя, так и минимальные затраты на обслуживание пограничного автотранспортного средства.

Критерием эффективности функционирования и определения допустимости использования ремонтного подразделения, авторемонтной организации можно выбрать требование обеспечения i -й авторемонтной организацией, ремонтным подразделением величины простоя пограничного автотранспортного средства не более допустимого значения ($Kp \leq Kp_{доп}$) при не более допустимых ($C \leq C_{доп}$) затратах на использование исследуемой авторемонтной организации, ремонтного подразделения в системе технического обслуживания и ремонта пограничного отряда (формула 5).

$$U_i = \left\{ \begin{array}{l} (Kp \leq Kp_{доп}) \cap \\ \cap (C \leq C_{доп}). \end{array} \right. \quad (5)$$

1.4. Выбор математического аппарата для моделирования работы ремонтного подразделения и авторемонтной организации

Известно [11], что основой для выбора типа математического аппарата является тип главного параметра (или параметров) моделируемого процесса. Главными параметрами процессов функционирования ремонтного подразделения и авторемонтной организации являются интервалы времени между поступлением автотранспортных средств, требующих проведения работ по ТО и ТР, а также длительность обслуживания автомобиля. Для построения полезных моделей, учитывающих существенные для целей моделирования свойства исследуемых процессов, необходимо провести исследования свойств потоков заявок и обслуживаний автотехники, поступающей для проведения ТО и ТР в ремонтные подразделения и на авторемонтные организации.

1.4.1. Исследование свойств потоков заявок и обслуживаний автотранспортных средств, обслуживаемых авторемонтными организациями.

Вопросами исследования свойств потоков заявок и обслуживаний авторемонтных организаций занимались Говорущенко Н. Я., Мэдью С.,



Власов В. М., Тахтамышев Х. М., Панин А. В., Полнар Ю. М., Масуев М. А., Лукин В. П., Безуглов Ю. И. и др. Результаты исследований, проведенных в работах [12; 13; 14; 15; 16-20], позволяют сделать выводы о стационарности потоков заявок, поступающих в авторемонтные организации, а также о наличии свойства отсутствия последствия как у потоков заявок, так и у потоков обслуживаний авторемонтных организаций.

Для авторемонтных организаций, исследуемых на возможность передачи функций обслуживания пограничной автотехники, источниками поступления заявок на проведение работ по ТО и ТР являются не только автотранспортные средства пограничного отряда, но и автомобили частных лиц и организаций. Каждое такое автотранспортное средство генерирует свои потоки заявок на проведение ТО и ТР. Таким образом, суммарный поток заявок, определяющий моменты возникновения задач для персонала авторемонтной организации, является суперпозицией множества составляющих, как правило, независимых потоков. Для таких условий является справедливой известная предельная теорема А. Я. Хинчина [21, с. 64-68; 26], согласно которой суммарный поток событий приближается к простейшему потоку с показательной плотностью распределения вероятностей $f_1(t)$ случайных значений интервалов времени (T) между событиями суммарного потока:

$$f_1(t) = I \cdot e^{-I \cdot t}, \quad t > 0, \quad (6)$$

вне зависимости от законов распределения каждого из потоков, входящих в состав суммарного потока событий, при неограниченном увеличении количества потоков в суперпозиции.

Интенсивность (I) потока является математическим ожиданием количества событий потока [27] за единицу времени. Если возникает суперпозиция (суммирование) нескольких (n) потоков с интенсивностями I_i , то интенсивность (I) суммарного потока находится как математическое ожидание суммы n случайных величин, которая, как известно [28, с. 166],

$$I = \sum_{i=1}^n I_i$$

равняется сумме их математических ожиданий (). Процесс работы авторемонтной организации характеризуется также таким параметром как продолжительность (t_{omp}) отработки (обслуживания) каждого требования потока событий. Поэтому, кроме свойств потока заявок, важными для



рассмотрения являются свойства распределения длительности времени обслуживания заявок. Величина t_{omp} , как правило, является случайной со средним временем обслуживания, равным математическому ожиданию ($t_{обс} = M[t_{отр}]$). Для процесса функционирования постов ТО и ТР авторемонтной организации характерной является зависимость дальнейшего развития рассматриваемого процесса от его текущего состояния вне зависимости от предыстории перехода в данное текущее состояние. То есть, если в авторемонтной организации в текущий момент времени заняты ровно k из функционирующих n постов ТО и ТР ($k < n$), то для обслуживания следующей заявки необходимо занять еще один $(k+1)$ -й пост ТО и ТР, независимо от того, как и по каким причинам в текущий момент времени k постов ТО и ТР оказались занятыми. Рассмотренные свойства процесса функционирования постов ТО и ТР авторемонтной организации характеризуются понятием “отсутствия последствия” [28] и позволяют использовать показательный закон распределения плотности вероятностей $f_2(t)$ случайных значений времени (t_{omp}) отработки каждой задачи (требования, заявки на ТО и ТР):

$$f_2(t) = \mu \cdot e^{-\mu \cdot t}, \quad t > 0, \quad (7)$$

где $\mu = t_{обс}^{-1}$ – “продуктивность” канала обслуживания.

1.4.2. Выбор математического аппарата для моделирования процессов функционирования ремонтного подразделения и авторемонтной организации.

В условиях показательного распределения [формулы (6, 7)] значений главных параметров процесса функционирования авторемонтной организации необходимо использовать математический аппарат марковских случайных процессов с непрерывным временем и дискретными состояниями. Наиболее соответствующим логике реального процесса является математический аппарат теории массового обслуживания, в котором используются следующие понятия [11; 29-31].

Обслуживание – это совокупность операций, выполняемых по запросу (или по необходимости) для удовлетворения одного или нескольких



требований (заявок). Процесс массового обслуживания заявок возникает в результате массового удовлетворения требований на обслуживание.

Структура используемой системы массового обслуживания (СМО) может в себя включать:

– несколько (n) обслуживающих приборов, каждый из которых может одновременно обслуживать только одно требование на протяжении, как правило, случайного времени с математическим ожиданием $t_{обс}$, что позволяет найти продуктивность прибора обслуживания $\mu = 1/t_{обс}$. В нашем случае таким прибором (каналом обслуживания) является пост ТО и ТР;

– входной поток требований на обслуживание, что имеет некоторую интенсивность $I = N_{ТР} \cdot T_{набл}^{-1}$ (среднюю частоту появления $N_{ТР}$ требований за рассматриваемый промежуток времени $T_{набл}$);

– выходящий поток (обслуженных и необслуженных) требований (заявок).

Задачей теории массового обслуживания является прогноз эффективности и расчет значений параметров системы массового обслуживания (СМО), необходимых для успешной работы, а также определение мероприятий, позволяющих повысить эффективность работы системы.

Показателями эффективности работы СМО могут быть [11; 29-31]:

$P_{обс}$ – вероятность обслуживания очередного (любого) требования;

$P_{отк}$ – вероятность отказа в обслуживании. Отметим, что эти события (отказ либо обслуживание) составляют полную группу ($P_{обс} + P_{отк} = 1$);

q – относительная пропускная способность: математическое ожидание доли обслуживаемых требований из состава поступивших в систему, обычно $q = P_{обс}$;

A – абсолютная пропускная способность: математическое ожидание количества требований (среднее число требований), обслуживаемых в единицу времени ($A = I \cdot q$);

$M_{зк}$ – среднее число каналов, занятых обслуживанием ($M_{зк} = A/\mu$);

Q – средний доход, приносимый системой МО в единицу времени;

w – среднее число требований, находящихся под обслуживанием, обычно ($w = M_{зк}$);

r – средняя длина очереди требований на обслуживание;



$t_{сисм}$ – среднее время пребывания требования в системе обслуживания;

$t_{оч}$ – среднее время ожидания обслуживания;

U – среднее число требований в системе ($U = w + r$).

При моделировании работы ремонтного подразделения и авторемонтной организации внимание будет сосредоточено на пуассоновских потоках M и M_L для систем массового обслуживания с ожиданием (а именно с ограниченным числом мест для ожидания в очереди). Необходимость в рассмотрении СМО с M и M_L потоками связана с тем, что для исследуемых авторемонтных организаций, ремонтного подразделения могут быть характерными две разновидности потоков. Если при поступлении заявки в СМО с ограниченной очередью все n каналов системы оказываются заняты, то заявка встает в очередь, занимая одно из m мест для ожидания. При занятости всех m мест для ожидания заявка (требование) получает отказ и оставляет систему необслуженной.

1.5. Модель процесса функционирования ремонтного подразделения и авторемонтной организации

С целью определения показателей эффективности, характеризующих процесс функционирования ремонтного подразделения и авторемонтной организации, рекомендуется использовать математический аппарат многоканальной системы массового обслуживания (СМО) ($M_L/M/n/m$) с m мест для ожидания и неординарным входным потоком требований. Для облегчения изложения материала рассмотрим вначале процесс функционирования ремонтного подразделения и авторемонтной организации в классе систем $M/M/n/m$ с ожиданием и ординарным входным потоком требований [11].

1.5.1. Модель процесса функционирования ремонтного подразделения и авторемонтной организации с учетом поступления групп требований.

Процесс работы системы массового обслуживания (ремонтного подразделения, авторемонтной организации) может быть связан с поступлением групп требований с заранее неизвестным составом в случайные моменты времени (неординарным потоком). Каждая группа может содержать



ровно i требований, нуждающихся в индивидуальном обслуживании, а именно в предоставлении каждому требованию индивидуального канала обслуживания (поста ТО и ТР), занятого обслуживанием этого требования в среднем $1/\mu$ времени.

Для формализации такого процесса обслуживания назовем группу в составе i требований, поступивших в систему обслуживания в один момент времени (одновременно) – заявкой на обслуживание. Как правило, всегда существует объективная оценка максимально возможного количества (L) требований в одной заявке ($i \leq L$). Заранее угадать количество требований в очередной заявке, как правило, не удастся и величину i приходится считать случайной. Однако наблюдения за потоком заявок позволяют оценить часть (a_i) заявок, которые включают ровно i требований в составе общего потока заявок в системе обслуживания. Величина (a_i) в таком случае может служить оценкой вероятности того, что очередная заявка в своем составе будет иметь ровно i требований. Тогда оценка математического ожидания ($M_{т.р.з}$) числа требований

$$M_{т.р.з} = \sum_{i=1}^L i \cdot a_i$$

в составе одной заявки определится выражением

Для ординарного потока интенсивность I определяет среднее количество требований, которые поступают в систему за единицу времени и одновременно – частоту их поступления. Для неординарного потока с той же интенсивностью I частота поступления групп требований (заявок) будет меньше, что определяет необходимость еще одной характеристики.

Параметром (λ) входного потока заявок назовем среднее количество заявок (групп требований), которые поступают в систему в единицу времени (“частота” поступления заявок). Очевидно, что ($\lambda \leq I$). Парциальным потоком заявок с параметром λ_i назовем часть общего входного потока, включающего в себя поток требований с количеством ровно i требований в одной заявке.

На практике оценка значений отмеченных характеристик входного потока может быть выполнена в результате наблюдения за потоком и фиксации общего числа ($N_{т.р.}$) требований, поступающих в систему обслуживания за время наблюдения ($T_{набл}$), а также в результате наблюдения и фиксации числа заявок (N_i) в составе ровно i требований. Требуемые оценки можно выполнить по формулам:



$$I = \frac{N_{Tp}}{T_{набл}}; \quad N_3 = \sum_{i=1}^L N_i; \quad a_i = \frac{N_i}{N_3}; \quad \lambda = \frac{N_3}{T_{набл}}; \quad \lambda_i = \lambda \cdot a_i$$

Между отмеченными характеристиками неординарного входного потока заявок (групп требований) возникают следующие взаимосвязи:

$$M_{Tp.з} = \sum_{i=1}^L i \cdot a_i; \quad \lambda = \frac{I}{M_{Tp.з}}; \quad \lambda_i = \lambda \cdot a_i; \quad i = 1, 2, \dots, L$$

В данной системе есть n однотипных приборов (каналов), обслуживающих поток групп требований с параметром потока («частотой» появления групп) λ . Для обслуживания каждого требования, поступившего в составе группы, назначается один свободный прибор (канал) обслуживания. Общий входной поток включает L парциальных потоков заявок с параметрами ($\lambda_1 = \lambda a_1$, $\lambda_2 = \lambda a_2, \dots, \lambda_L = \lambda a_L$). Для определенности будем считать, что $L \geq (n + m)$. При этом для реального потока с другим составом заявок достаточно положить равными нулю вероятности ($a_i = 0$) появления заявок в составе ровно i требований, если такие заявки в потоке отсутствуют. Требование из состава групповой заявки, что не нашло свободного канала, становится в очередь и ждет обслуживания некоторое случайное время со средним значением $t_{оч}$. Если все m мест в очереди уже заняты, то требование в момент поступления сразу получает отказ и покидает систему необслуженным. В соответствии с технологией моделирования обозначим символами S_k ($0 \leq k \leq n$) и $S_{n+\gamma}$ ($1 \leq \gamma \leq m$) каждое состояние, в котором в системе находится ровно k и $(n+\gamma)$ требований.

Проведем описание процесса обслуживания к моменту достижения состояния S_n , в котором заняты все каналы обслуживания. Задача состоит в определении аналитических выражений для финальных вероятностей P_k ($0 \leq k \leq n$) состояний S_k . Для отыскания финальных вероятностей P_k предусмотрим возможность будущей проверки корректности полученных выражений, например, путем сравнения с формулами Эрланга:

$$P_k = \frac{\rho^k}{k!} P_0, \quad k = 1, \dots, n; \quad \rho = \frac{\lambda_1}{\mu} \quad (8)$$

С этой целью будем искать выражения для финальных вероятностей P_k в форме, близкой к формулам Эрланга, например, в виде:



$$P_k = \frac{\rho_0^k}{k!} P_0 f_k, \quad 0 \leq k \leq n \quad (9)$$

В этом случае все особенности неординарной структуры входного потока заявок должны быть сосредоточенными в выражениях для функций (f_k), которые назовем функциями неординарности.

При вырождении входного потока в ординарный (в простейший) все функции неординарности должны оказаться равными единице и найденные формулы для финальных вероятностей автоматически должны преобразовываться в формулы Эрланга (8).

Введем обозначения для безразмерных коэффициентов (ρ_i , $0 \leq i < L$) загрузки системы частью входного потока заявок:

$$\rho_i = \begin{cases} \frac{1}{\mu} \sum_{j=1+i}^L \lambda_j, & \text{при } 0 \leq i < L; \\ 0, & \text{при } i \geq L. \end{cases} \quad (10)$$

Воспользуемся правилом баланса потоков переходов и составим уравнение баланса, получим:

$$\left. \begin{aligned} 1\mu P_1 &= \left(\sum_{i=1}^L \lambda_i \right) P_0; \\ 2\mu P_2 &= \left(\sum_{i=1}^L \lambda_i \right) P_1 + \left(\sum_{i=2}^L \lambda_i \right) P_0; \\ \dots \\ k\mu P_k &= \left(\sum_{i=1}^L \lambda_i \right) P_{k-1} + \left(\sum_{i=2}^L \lambda_i \right) P_{k-2} + \left(\sum_{i=3}^L \lambda_i \right) P_{k-3} + \dots + \left(\sum_{i=k}^L \lambda_i \right) P_0. \end{aligned} \right\}$$

Последовательность уравнений позволяет установить закономерность их формирования: в правой части количество слагаемых совпадает с индексом k финальной вероятности, расположенной в левой части равенства. Индекс финальной вероятности в каждом слагаемом в правой части равенства уменьшается относительно индекса k на величину (α) номера слагаемого (в первом слагаемом – на $\alpha = 1$, во втором – на $\alpha = 2$ и т. д.). Эта же величина α есть нижней границей суммы параметров парциальных потоков групп требований ($\sum \lambda_i$) для каждой из упомянутых вероятностей. Поэтому дальше будем оперировать уравнением для общего случая k -го контура на графе



модели (см. последнее уравнение для вероятности P_k). Разделим левую и правую части k -го уравнения на величину производительности μ , получим:

$$kP_k = \frac{1}{\mu} \left(\sum_{i=1}^L \lambda_i \right) P_{k-1} + \frac{1}{\mu} \left(\sum_{i=2}^L \lambda_i \right) P_{k-2} + \frac{1}{\mu} \left(\sum_{i=3}^L \lambda_i \right) P_{k-3} + \dots + \frac{1}{\mu} \left(\sum_{i=k}^L \lambda_i \right) P_0$$

Затем воспользуемся безразмерными коэффициентами (ρ_i , $0 \leq i < L$) загрузки системы частью входного потока заявок и найдем уравнение для общего случая:

$$kP_k = \rho_0 P_{k-1} + \rho_1 P_{k-2} + \rho_2 P_{k-3} + \dots + \rho_{k-1} P_0. \quad (11)$$

Подставим формулы (9) для финальных вероятностей P_k , в уравнение (11). Третье слагаемое в правой части использовалось для иллюстрации закономерности изменения слагаемых, далее в целях сжатости записи третье слагаемое в правой части опустим, получим:

$$k \frac{\rho_0^k}{k!} P_0 \cdot f_k = \rho_0 \frac{\rho_0^{k-1}}{(k-1)!} P_0 f_{k-1} + \rho_1 \frac{\rho_0^{k-2}}{(k-2)!} P_0 f_{k-2} + \dots + \rho_{k-1} \cdot (1) \cdot P_0 f_0$$

Затем разделим обе части равенства на множитель, стоящий в левой части равенства перед функцией неординарности (f_k). Для наглядности учтем отброшенное третье слагаемое в правой части равенства, получим:

$$f_k = f_{k-1} + f_{k-2} \frac{\rho_1}{\rho_0^2} (k-1) + f_{k-3} \frac{\rho_2}{\rho_0^3} (k-1)(k-2) + \dots + f_0 \frac{\rho_{k-1}}{\rho_0^k} (k-1) \dots (1).$$

В последнем слагаемом перемножается последовательность из $(k-1)$ чисел, каждое из которых меньше предыдущего на единицу, последнее число оказывается равным единице. Найденное выражение является рекуррентным, удобным для быстрых численных расчетов и может быть представлено более компактно:

$$f_k = f_{k-1} + \sum_{i=2}^k \left[f_{k-i} \frac{\rho_{i-1}}{\rho_0^i} \prod_{j=1}^{i-1} (k-j) \right], \quad k = 2, \dots, n. \quad (12)$$

Явные аналитические выражения функций неординарности из формулы (12) получить можно, но их запись может оказаться напрасной по причине громоздкости.

Для определения значения самой первой функции неординарности (f_0) подставим в формулу (9) значения $k=0$, получим:



$$P_0 = P_0 \cdot f_0,$$

отсюда вытекает равенство $f_0 = 1$. Значения функции неординарности (f_1) найдем из формулы (12) при значении $k = 1$, получим:

$$f_1 = f_{1-1} + \sum_{i=2}^1 \left[f_{1-i} \cdot \frac{\rho_{i-1}}{\rho_0^i} \prod_{j=1}^{i-1} (1-j) \right] = f_0 + [0] = f_0$$

Таким образом, две первые функции неординарности оказались равными единице ($f_1 = f_0 = 1$), что позволяет определить аналитические выражения для всех искомым финальных вероятностей и позволяет считать поставленную задачу решенной.

В результате проведенных исследований были выведены выражения финальных вероятностей первых n состояний рассматриваемой модели $M_1/M/n/m$, а также формулы для определения функций неординарности:

$$P_k = \frac{\rho_0^k}{k!} \cdot P_0 \cdot f_k, \quad k = 1, \dots, n; \quad f_0 = f_1 = 1 \quad (13)$$

$$f_k = f_{k-1} + \sum_{i=2}^k \left[f_{k-i} \cdot \frac{\rho_{i-1}}{\rho_0^i} \cdot \prod_{j=1}^{i-1} (k-j) \right], \quad k = 2, \dots, n. \quad (14)$$

Перейдем к получению финальных вероятностей для состояний $S_{n+\gamma}$ системы. Напомним, что финальные вероятности $P_{n+\gamma}$ состояний $S_{n+\gamma}$ ($\gamma > 0$) для системы обслуживания с простейшим потоком и ожиданием имели вид:

$$P_{n+\gamma} = \frac{\rho_0^n}{n!} \left(\frac{\rho}{n} \right)^\gamma P_0, \quad \gamma = 1, 2, \dots, m \quad (15)$$

В случае неординарного входного потока требований финальные вероятности $P_{n+\gamma}$ состояний $S_{n+\gamma}$ ($\gamma > 0$) будем искать с учетом уже известной формулы (15), умноженной на функцию неординарности $f_{n+\gamma}$:

$$P_{n+\gamma} = \frac{\rho_0^n}{n!} \left(\frac{\rho_0^\gamma}{n} \right)^\gamma \cdot P_0 \cdot f_{n+\gamma}, \quad \gamma = \overline{1, m}; \quad \rho_0 = \frac{1}{\mu} \sum_{j=i+1}^L \lambda_j \quad (16)$$

При этом сохраним обозначение для коэффициента ($\rho_i, 0 \leq i < L$) загрузки системы частью потока.

Следует найти расчетные выражения для функций неординарности $f_{n+\gamma}$. С



этой целью для групп состояний $S_{n+\gamma}$ сформируем три замкнутых контура. Составим для сформированных контуров уравнения баланса потоков:

$$\begin{aligned} n\mu P_{n+1} &= \left(\sum_{i=1}^L \lambda_i \right) P_n + \left(\sum_{i=2}^L \lambda_i \right) P_{n-1} + \left(\sum_{i=3}^L \lambda_i \right) P_{n-2} + \dots + \left(\sum_{i=n+1}^L \lambda_i \right) P_0 ; \\ n\mu P_{n+2} &= \left(\sum_{i=1}^L \lambda_i \right) P_{n+1} + \left(\sum_{i=2}^L \lambda_i \right) P_n + \left(\sum_{i=3}^L \lambda_i \right) P_{n-1} + \dots + \left(\sum_{i=n+2}^L \lambda_i \right) P_0 . \end{aligned}$$

Наиболее четко логику формирования уравнений можно установить на примере контура с номером γ , для которого запишем уравнение баланса потоков переходов с учетом деталей его формирования:

$$\begin{aligned} n\mu P_{n+\gamma} &= \left(\sum_{i=1}^L \lambda_i \right) P_{(n+\gamma)-1} + \left(\sum_{i=2}^L \lambda_i \right) P_{(n+\gamma)-2} + \dots + \left(\sum_{i=\gamma-1}^L \lambda_i \right) P_{(n+1)} + \\ &+ \left(\sum_{i=\gamma}^L \lambda_i \right) P_{(n+\gamma)-(\gamma-0)} + \left(\sum_{i=\gamma+1}^L \lambda_i \right) P_{(n+\gamma)-(\gamma+1)} + \dots + \left(\sum_{i=n+\gamma}^L \lambda_i \right) P_{(n+\gamma)-(n+\gamma)} . \end{aligned}$$

Отметим, что во второй строчке уравнения участвуют лишь уже известные вероятности состояний, для которых очередь отсутствует. Закономерности формирования таких уравнений выглядят следующим образом. В правой части уравнения баланса потоков переходов количество $(n+\gamma)$ слагаемых совпадает со значением индекса вероятности в левой части уравнения, что легко проследить по значениям нижней границы суммирования $(\sum \lambda_u)$ параметров парциальных потоков.

Индекс вероятности в каждом дальнейшем слагаемом в правой части уравнения **уменьшается на единицу** по сравнению с индексом вероятности в предыдущем слагаемом.

Нижняя граница (начальное значение) индекса **суммирования** параметров парциальных потоков в каждом слагаемом в правой части уравнения совпадает с числом, на которое уменьшается индекс вероятности, стоящий при этой сумме параметров. В последнем уравнении разделим левую и правую части уравнения на производительность канала обслуживания (μ) . В правой части уравнения, учитывая полученные выражения коэффициента загрузки (2.21) системы частью потока, получим:



$$n P_{n+\gamma} = \rho_0 P_{(n+\gamma)-1} + \rho_1 P_{(n+\gamma)-2} + \dots + \rho_{\gamma-2} P_{(n+\gamma)-(\gamma-1)} + \\ + \rho_{\gamma-1} P_{(n+\gamma)-(\gamma-0)} + \rho_{\gamma} P_{(n+\gamma)-(\gamma+1)} + \dots + \rho_{n+\gamma-1} P_{(n+\gamma)-(\gamma+n)} .$$

Окончательно уравнения баланса потоков переходов для третьего контура на графе модели примет вид:

$$n P_{n+\gamma} = \sum_{j=0}^{\gamma-2} \rho_j P_{(n+\gamma)-1-j} + \sum_{k=0}^n \rho_{(\gamma-1)+k} P_{n-k}, \quad 0 < \gamma \leq m, \tag{17}$$

где второе слагаемое в правой части уравнения объединяет уже известные вероятности состояний, для которых очередь отсутствует. Подставим формулу для финальных вероятностей в левую часть равенства (17) и в первое слагаемое правой части. Во второе слагаемое правой части подставим формулу финальных вероятностей, получим:

$$n \frac{\rho_0^n}{n!} \left(\frac{\rho_0}{n} \right)^\gamma \cdot P_0 \cdot f_{n+\gamma} = \sum_{j=0}^{\gamma-2} \rho_j \frac{\rho_0^n}{n!} \left(\frac{\rho_0}{n} \right)^{\gamma-1-j} \cdot P_0 \cdot f_{(n+\gamma)-1-j} + \\ + \sum_{k=0}^n \rho_{(\gamma-1)+k} \frac{\rho_0^{n-k}}{(n-k)!} \cdot P_0 \cdot f_{n-k}; \quad 0 < \gamma \leq m.$$

В левой части равенства в числителе сомножитель n совпадает со

значением знаменателя сомножителя $\left(\frac{\rho_0}{n} \right)^\gamma$ – эти элементы можно сократить.

Одновременно сократим во всех слагаемых вероятность P_0 , получим:

$$\frac{\rho_0^n}{n!} \cdot \frac{\rho_0^\gamma}{n^{\gamma-1}} \cdot f_{n+\gamma} = \sum_{j=0}^{\gamma-2} f_{(n+\gamma)-1-j} \cdot \rho_j \cdot \frac{\rho_0^n}{n!} \cdot \left(\frac{\rho_0}{n} \right)^{\gamma-1-j} + \\ + \sum_{k=0}^n f_{n-k} \cdot \rho_{(\gamma-1)+k} \cdot \frac{\rho_0^{n-k}}{(n-k)!}, \quad 0 < \gamma \leq m.$$

Для определения функции неординарности $f_{n+\gamma}$ разделим левую и правую части равенства на множитель, стоящий в левой части при функции $f_{n+\gamma}$, найдем:



$$f_{n+\gamma} = \sum_{j=0}^{\gamma-2} f_{(n+\gamma)-1-j} \cdot \rho_j \cdot \frac{\rho_0^n}{n!} \cdot \left(\frac{\rho_0}{n}\right)^{\gamma-1-j} \cdot \left(\frac{n!}{\rho_0^n} \cdot \frac{n^{\gamma-1}}{\rho_0^\gamma}\right) +$$

$$+ \sum_{k=0}^n f_{n-k} \cdot \rho_{(\gamma-1)+k} \cdot \frac{\rho_0^{n-k}}{(n-k)!} \cdot \left(\frac{n!}{\rho_0^n} \cdot \frac{n^{\gamma-1}}{\rho_0^\gamma}\right), \quad 0 < \gamma \leq m.$$

Далее сократим подобные сомножители и найдем окончательное выражение для функции неординарности $f_{n+\gamma}$:

$$f_{n+\gamma} = f_{(n+\gamma)-1} + \sum_{j=1}^{\gamma-2} \left[f_{(n+\gamma)-1-j} \cdot \frac{\rho_j}{\rho_0^{j+1}} \cdot n^j \right] +$$

$$+ \frac{n!}{\rho_0^\gamma} \cdot n^{\gamma-1} \cdot \sum_{k=0}^n \left[f_{n-k} \cdot \frac{\rho_{(\gamma-1)+k}}{\rho_0^k \cdot (n-k)!} \right], \quad 0 < \gamma \leq m. \tag{18}$$

Напомним, что сумма членов равна нулю, если конечное значение индекса суммы меньше начального значения, поскольку такая сумма содержит ровно ноль слагаемых. Аналогичное произведение равно единице. Отметим, что в правой части формулы (18) второе слагаемое относится к первым n состояниям системы массового обслуживания, в которых очереди нет. При $\gamma=1$ в правой части формулы (18) первая сумма равна нулю, а во втором слагаемом результатом умножения есть единица. При $\gamma=2$ в правой части формулы (18) в первой сумме остается одно слагаемое (для $j=0$), результат произведения в этом слагаемом равен единице, получим:

$$f_{n+1} = f_n + \frac{n!}{\rho_0^1} \cdot (1) \cdot \sum_{k=0}^n \left[f_{n-k} \cdot \frac{\rho_k}{\rho_0^k \cdot (n-k)!} \right], \quad \gamma = 1;$$

$$f_{n+2} = f_{n+1} + \frac{n!}{\rho_0^2} \cdot n \cdot \sum_{k=0}^n \left[f_{n-k} \cdot \frac{\rho_{k+1}}{\rho_0^k \cdot (n-k)!} \right], \quad \gamma = 2.$$

Для отыскания вероятности P_0 нулевого состояния воспользуемся условием нормировки вероятностей, подставив туда ранее рассмотренные формулы:

$$\sum_{k=0}^{n+m} P_k = 1; \quad \rightarrow \quad \sum_{k=0}^n \frac{\rho_0^k}{k!} \cdot P_0 \cdot f_k + \sum_{\gamma=1}^m \frac{\rho_0^n}{n!} \left(\frac{\rho_0}{n}\right)^\gamma \cdot P_0 \cdot f_{n+\gamma} = 1,$$

вынесем общий множитель P_0 за скобки и найдем его значение:



$$P_0 = \left(\sum_{k=0}^n \frac{\rho_0^k}{k!} f_k + \frac{\rho_0^n}{n!} \cdot \sum_{\gamma=1}^m \left(\frac{\rho_0}{n} \right)^\gamma f_{n+\gamma} \right)^{-1}. \quad (19)$$

Отметим, что в данном случае «состояниями, которые генерируют отказы» являются все последние $(L-1)$ состояния системы массового обслуживания, поскольку появление заявки в составе L требований для этих состояний приведет к обязательному отказу в обслуживании какой-то части требований в этой заявке. Поэтому вероятность обслуживания следует искать с применением выражения для математического ожидания числа занятых каналов обслуживания ($M_{зк}$) и абсолютной пропускной способности (A) системы. Для этого выразим сумму вероятностей состояний $S_{n+\gamma}$ с использованием условия нормировки вероятностей:

$$\sum_{k=0}^{n+\gamma} P_k = \sum_{k=0}^n P_k + \sum_{\gamma=1}^m P_{n+\gamma} = 1; \quad \rightarrow \quad \sum_{\gamma=1}^m P_{n+\gamma} = 1 - \sum_{k=0}^n P_k. \quad (20)$$

Математическое ожидание ($M_{зк}$) количества каналов, занятых обслуживанием, найдем с учетом формулы (20):

$$M_{зк} = \sum_{k=0}^{n+\gamma} kP_k = \sum_{k=0}^n kP_k + n \sum_{\gamma=1}^m P_{n+\gamma} = \sum_{k=0}^n kP_k + n \left(1 - \sum_{k=0}^n P_k \right).$$

Отсюда, раскрывая скобки, окончательно находим:

$$M_{зк} = n - \sum_{k=0}^n (n-k)P_k. \quad (21)$$

Абсолютную пропускную возможность (A) системы массового обслуживания найдем с учетом того, что каждый из $M_{зк}$ занятых каналов обслуживает в среднем μ требований в единицу времени:

$$A = M_{зк} \cdot \mu = \mu \cdot \left(n - \sum_{k=0}^n (n-k)P_k \right). \quad (22)$$

Вероятность обслуживания (и относительную пропускную возможность q) найдем как отношение среднего количества обслуженных требований к среднему количеству требований, поступивших в систему за единицу времени:



$$P_{обс} = q = \frac{A}{I} = \frac{1}{\rho} \left(n - \sum_{k=0}^n (n-k) P_k \right). \quad (23)$$

Вероятность отказа найдем как вероятность противоположного события:

$$P_{отк} = 1 - P_{обс}. \quad (24)$$

Среднюю длину очереди (r) найдем как математическое ожидание случайной величины γ – количества требований в очереди:

$$r = \sum_{\gamma=1}^m \gamma \cdot P_{n+\gamma} = \frac{\rho_0^n}{n!} \cdot P_0 \cdot \sum_{\gamma=1}^m \gamma \left(\frac{\rho_0}{n} \right)^\gamma f_{n+\gamma}. \quad (25)$$

Среднее количество требований в системе (U) найдем как сумму среднего количества требований, находящиеся в обслуживании ($w = M_{зк}$), и среднего количества требований, стоящих в очереди (**r**):

$$U = M_{зк} + r. \quad (26)$$

Среднее время ожидания в очереди не удовлетворяет формуле Литтла и может быть вычислено непосредственным суммированием:

$$t_{оч} = \sum_{k=0}^{m-1} P_{n+k} \frac{k+1}{n\mu}. \quad (27)$$

Среднее время обслуживания требования найдем как математическое ожидание ($t_{обс}$) случайной величины времени (t_0) обслуживания. При отказе в обслуживании – $t_0 = 0$, при выполнении обслуживания – $M[t_0] = 1/\mu$. Тогда математическое ожидание $t_{обс}$ примет вид:

$$t_{обс} = 0 \cdot P_{отк} + \frac{1}{\mu} \cdot P_{обс} = \frac{1}{\mu} \cdot P_{обс} = \frac{q}{\mu}. \quad (28)$$

Общее время (T_о) нахождения требования в системе обслуживания окажется равным:

$$T_о = t_{оч} + t_{обс} = t_{оч} + \frac{q}{\mu}. \quad (29)$$



1.6. Модель принятия решения по распределению мероприятий технического обслуживания и ремонта автотранспортных средств между ремонтным подразделением пограничного отряда и авторемонтными организациями

По результатам проведенного в первом разделе анализа задачу распределения мероприятий ТО и Р автотранспортных средств между ремонтным подразделением пограничного отряда и авторемонтными организациями можно сформулировать следующим образом.

В каждом k -м подразделении ($k = 1 \dots n_{подр}$) пограничного отряда имеется $(n_1^k, n_2^k \dots n_m^k)$ единиц автотранспортных средств m марок, что можно

представить вектором $\vec{N}_Q = (n_1^1, \dots, n_m^1, \dots, n_1^{n_{подр}}, \dots, n_m^{n_{подр}}) = (n_1^1, \dots, n_Q^{n_{подр}})$,

где $Q = n_{подр} \cdot m$, годовой объем (b_j^k) мероприятий по ТО и ТР, который необходимо предварительно оценить и затем рационально распределить между Z авторемонтными организациями (A_1, A_2, \dots, A_Z) , в состав которых может входить и ремонтное подразделение пограничного отряда. Расстояние от каждого подразделения до каждой авторемонтной организации, а также время, стоимость перевозки в каждую ремонтную организацию, средняя продолжительность проведения и стоимость каждого типа ТО и ТР автотранспортных средств известны. Моменты фактического появления требований на ТО и ТР каждого автотранспортного средства заранее неизвестны (случайны). Фактическая длительность ТО и ТР также заранее неизвестна (случайна), так как зависит от будущего фактического состояния обслуживаемого образца автотехники, и имеет среднее значение для каждой авторемонтной организации. Однако вероятность выполнения ТО и ТР должна быть не менее допустимой $P_{дон}$.

Предполагается, что отобранные авторемонтные организации обеспечивают выполнение работ по ТО и ТР с требуемым качеством.

После выполнения оценок необходимых годовых объемов мероприятий по ТО и ТР для каждого пограничного подразделения по всем маркам

его автотехники итоговый вектор \vec{B}_Q потребностей в ТО и ТР оказывается



равным $\vec{B}_Q = (b_1^1, \dots, b_m^1, \dots, b_1^{n_{подр}}, \dots, b_m^{n_{подр}}) = (b_1^1, \dots, b_Q^{n_{подр}})$, где $Q = n_{подр} \cdot m$.

Авторемонтные организации A_1, A_2, \dots, A_Z – претенденты на получение заказа по обслуживанию автотехники, в том числе и ремонтное подразделение, имеют соответствующие годовые производственные возможности

$\vec{A}_Z = (a_1^1, \dots, a_m^1, \dots, a_1^Z, \dots, a_m^Z)$, определяющие количество проводимых за год обслуживаний (ТО и ТР) каждого типа автотехники (а/т). При этом суммарные производственные возможности i -й авторемонтной организации (АРО) являются ограниченными:

$$\sum_{q=1}^m a_q^i \leq a_i, \quad i = 1, 2, \dots, Z \quad (30)$$

и могут быть представлены вектором производственных возможностей $\vec{A}_Z = (a_1, a_2, \dots, a_Z)$, что условно показано в последней колонке табл. 1.

Поскольку обслуживание пограничного автотранспортного средства должно соответствовать оперативно-технической компоненте процесса обслуживания, то компоненты вектора \vec{A}_Z должны определяться в соответствии с допустимой вероятностью $P_{доп}$ проведения работ по ТО и ТР автотехники пограничного отряда, для определенности и в качестве примера возьмем $P_{доп} = 0,9$.

Назначение количества x_{ij}^k автотехники j -й марки в i -ю авторемонтную организацию из k -го подразделения для проведения работ по ТО и ТР приводит к необходимости оплаты этих работ в количестве c_{ij} денежных единиц за доставку и обслуживание каждой единицы техники и к появлению относительной величины K_{ij} простоя (коэффициента простоя) этой единицы техники (см. табл. 1).

Указанные стоимости представлены матрицей $C_{ZQ} = [c_{ij}]$, коэффициенты простоя – матрицей $K_{PZQ} = [K_{ij}]$ и условно показаны в табл. 1. Искомый план ТО и ТР автотехники пограничного отряда представляет собой матрицу $X_{ZQ} = [x_{ij}^k]$ (см. табл. 2) с количеством Z строк, равным количеству АРО, и



Таблица 1– Матрица исходных данных для распределения обслуживаний автотехники подразделений пограничного отряда

Авторемонтные организации	Номера (B_k) подразделений пограничного отряда									Производственные возможности АРО, a_i
	B_1 , марки j а/т			...			$B_{n \text{ подр}}$, марки j а/т			
	$j=1$...	$j=m$...		$j=1$...	$j=m$	
	1	...	m		Q	
A_1	c_{11}	...	c_{1m}		c_{1Q}	a_1
	K_{11}	...	K_{1m}		K_{1Q}	
A_2	c_{21}	...	c_{2m}		c_{2Q}	a_2
	K_{21}	...	K_{2m}		K_{2Q}	
...	
A_z	c_{z1}	...	c_{zm}		c_{zQ}	a_z
	K_{z1}	...	K_{zm}		K_{zQ}	
Количество а/т	n_1^1	...	n_1^m		n_1^Q	
Потребности а/т в ТО и ТР, b_j^k	b_1^1	...	b_m^1		$b_Q^{n_{\text{подр}}}$	$\sum_{i=1}^Z a_i = \sum_{j=1}^Q b_j$

Таблица 2– Матрица X_{ZQ} плана распределения обслуживаний автотехники пограничного отряда

Авторемонтные организации	Номера (B_k) подразделений пограничного отряда									Производственные возможности АРО, a_i
	B_1 , марки j а/т			...			$B_{n \text{ подр}}$, марки j а/т			
	$j=1$...	$j=m$...		$j=1$...	$j=m$	
	1	...	m		Q	
A_1	c_{11}	...	c_{1m}		c_{1Q}	a_1
	K_{11}	...	K_{1m}		K_{1Q}	
	x_{11}^1	...	x_{1m}^1		$x_{1Q}^{n_{\text{подр}}}$	
A_2	c_{21}	...	c_{2m}		c_{2Q}	a_2
	K_{21}	...	K_{2m}		K_{2Q}	
	x_{21}^1	...	x_{2m}^1		$x_{2Q}^{n_{\text{подр}}}$	
...	
A_z	c_{z1}	...	c_{zm}		c_{zQ}	a_z
	K_{z1}	...	K_{zm}		K_{zQ}	
	x_{z1}^1	...	x_{zm}^1		$x_{zQ}^{n_{\text{подр}}}$	
Количество а/т	n_1^1	...	n_1^m		n_1^Q	
Потребности а/т в ТО и ТР, b_j^k	b_1^1	...	b_m^1		$b_Q^{n_{\text{подр}}}$	$\sum_{i=1}^Z a_i = \sum_{j=1}^Q b_j$

количеством столбцов, равным Q . Такой план должен быть допустимым по суммарной стоимости ТО и ТР ($C \leq C_{\text{доп}}$),



по величине коэффициентов простоя каждого образца и по суммарной величине простоя автотехники в целом, при этом из всех допустимых планов выбранный план должен иметь наименьшую стоимость (C) и наименьший суммарный коэффициент (K_{sum}) простоя.

Каждая компонента a_i вектора $\vec{A}_Z = (a_1, a_2, \dots, a_Z)$ производственных возможностей авторемонтных организаций представляет собой оценку математического ожидания числа заявок от подразделений пограничного отряда, которые могут быть обслужены i -й АРО за время планового периода $T_{набл}$ с вероятностью не ниже допустимой $P_{дон}$, в том числе с учетом возможности неординарного потока требований на выполнение работ ТО и ТР.

Необходимое значение величины a_i находится итерационно из аналитического описания моделей, полученных ранее, которые в данном случае и имеют вид:

$$a_i = (I_i - \delta_i) \cdot T_{набл}, \quad (31)$$

где δ_i – плановая интенсивность обслуживания заявок на ТО и ТР от сторонних организаций (для ремонтного подразделения пограничного отряда эта величина равна нулю);

I_i – расчетная интенсивность обслуживания заявок на ТО и ТР от подразделений пограничного отряда и от сторонних организаций.

Для обозначений $\mu_i = \mu$, $n_i = n$, $P_{k_i} = P_k$, $f_{k_i} = f_k$, $m_i = m$, $\rho_{0_i} = \rho_0$, другие расчетные выражения, представленные в порядке их использования, имеют вид:



$$\left. \begin{aligned}
 M_{T.p.3} &= \sum_{i=1}^L i \cdot a_i; \quad \lambda = \frac{I}{M_{T.p.3}}; \quad \lambda_i = \lambda \cdot a_i; \quad i=1, 2, \dots, L; \quad \rho = \frac{I}{\mu}; \\
 \rho_i &= \begin{cases} \frac{1}{\mu} \sum_{j=1+i}^L \lambda_j, & \text{при } 0 \leq i < L; \\ 0, & \text{при } i \geq L; \end{cases} \quad \rho_0 = \frac{1}{\mu} \sum_{j=i+1}^L \lambda_j; \quad f_0 = f_1 = 1; \\
 f_k &= f_{k-1} + \sum_{i=2}^k \left[f_{k-i} \frac{\rho_{i-1}}{\rho_0^i} \prod_{j=1}^{i-1} (k-j) \right], \quad k=2, \dots, n; \\
 f_{n+\gamma} &= f_{(n+\gamma)-1} + \sum_{j=1}^{\gamma-2} \left[f_{(n+\gamma)-1-j} \cdot \frac{\rho_j}{\rho_0^{j+1}} \cdot n^j \right] + \\
 &\quad + \frac{n!}{\rho_0^\gamma} \cdot n^{\gamma-1} \cdot \sum_{k=0}^n \left[f_{n-k} \cdot \frac{\rho^{(\gamma-1)+k}}{\rho_0^k \cdot (n-k)!} \right], \quad 0 < \gamma \leq m, \\
 P_0 &= \left(\sum_{k=0}^n \frac{\rho_0^k}{k!} f_k + \frac{\rho_0^n}{n!} \cdot \sum_{\gamma=1}^m \left(\frac{\rho_0}{n} \right)^\gamma f_{n+\gamma} \right)^{-1}; \\
 P_k &= \frac{\rho^k}{k!} P_0, \quad k=1, 2, \dots, n; \quad P_{n+\gamma} = \frac{\rho^n}{n!} \left(\frac{\rho}{n} \right)^\gamma P_0, \quad \gamma=1, 2, \dots, m; \\
 A &= \mu \cdot \left(n - \sum_{k=0}^n (n-k) P_k \right); \quad P_{обс} = \frac{A}{I}; \\
 \text{где } P_{обс} &\geq P_{доп}, \quad I_i = \frac{A}{P_{обс}}.
 \end{aligned} \right\} (32)$$

В векторе \vec{B}_Q каждая компонента b_j^k потребностей всех автотранспортных средств j -й марки k -го ($k=1 \dots n_{подр}$) подразделения пограничного отряда определяется на основе индивидуальных данных каждого автотранспортного средства этой j -й марки, а именно по информации $u_{ТО}^k$ и $u_{ТР}^k$ – соответственно количества ТО и ТР, в которых на протяжении года нуждается u_j^k -е ($u_j^k = 1 \dots M_j^k$) автотранспортное средство j -й марки ($j = 1 \dots m$)



k -го подразделения пограничного отряда ($k = 1 \dots n_{\text{подр}}$).

Каждая компонента b_j^k вектора \vec{B}_Q определяется по формуле:

$$b_j^k = \sum_{u_j^k=1}^{M_j^k} (y_{TO}^{u_j^k} + y_{TP}^{u_j^k}), \quad j=1, 2, \dots, m, \quad k=1, 2, \dots, n_{\text{подр}} \quad , \quad (33)$$

где M_j^k – количество автотранспортных средств j -й марки ($j = 1 \dots m$) k -го подразделения ($k = 1 \dots n_{\text{подр}}$), функции обслуживания которых планируется рационально распределить между авторемонтными организациями, в том числе и ремонтным подразделением пограничного отряда.

Искомый план должен быть минимальным по суммарной стоимости обслуживания и коэффициенту простоя автотехники одновременно. Одинаковое желательное направление изменения рассмотренных показателей позволяет использовать произведение этих величин:

$$Kc_{ij} = K_{ij} \cdot C_{ij} \quad , \quad (34)$$

совокупность которых может быть представлена $KC_{ZQ} = [Kc_{ij}]$ матрицей, в итоговой целевой функции Ck , которая для выбираемого плана должна иметь минимальное значение:

$$Ck = Kc_{11} \cdot x_{11}^1 + Kc_{12} \cdot x_{12}^2 + \dots + Kc_{ZQ} \cdot x_{ZQ}^Q = \sum_{i=1}^Z \sum_{j=1}^Q Kc_{ij} \cdot x_{ij}^k \rightarrow \min$$

Однако, несмотря на привлекательность найденного варианта целевой функции, план, полученный с ее помощью, может оказаться минимальным по стоимости за счет недостаточно малого значения по коэффициенту простоя и наоборот. Поэтому, с точки зрения практики, желательно также найти план ТО и ТР, минимальный по суммарной стоимости обслуживания:

$$C = C_{11} \cdot x_{11}^1 + C_{12} \cdot x_{12}^2 + \dots + C_{ZQ} \cdot x_{ZQ}^Q = \sum_{i=1}^Z \sum_{j=1}^Q c_{ij} \cdot x_{ij}^k \rightarrow \min \quad ,$$

и минимальный по коэффициенту простоя автотехники:

$$Ksum = K_{11} \cdot x_{11}^1 + K_{12} \cdot x_{12}^2 + \dots + K_{ZQ} \cdot x_{ZQ}^Q = \sum_{i=1}^Z \sum_{j=1}^Q K_{ij} \cdot x_{ij}^k \rightarrow \min$$

Затем окончательное решение можно принимать после сравнительной



оценки полученных планов. В приведенных выражениях целевых функций верхний индекс (k) искомым переменных равен номеру подразделения, непосредственно в решении задачи не участвует, но на практике позволяет легко идентифицировать элементы плана по принадлежности к конкретным подразделениям пограничного отряда.

В итоге можно сформулировать следующую постановку задачи модели принятия решения по распределению мероприятий технического обслуживания и ремонта автотранспортных средств между ремонтным подразделением пограничного отряда и авторемонтными организациями.

Постановка задачи модели принятия решения. По информации вектора

$\vec{N}_Q = (n_1^1, \dots, n_Q^{n_{\text{подр}}})$ состава автотранспортной техники в подразделениях пограничного отряда и по статистическим данным

ее эксплуатации найти вектор $\vec{B}_Q = (b_1^1, \dots, b_Q^{n_{\text{подр}}})$ потребностей автотранспортной техники подразделений в ТО и ТР. По информации параметров авторемонтных организаций и с использованием формульной схемы, найти вектор $\vec{A}_Z = (a_1, a_2, \dots, a_Z)$ производственных возможностей авторемонтных организаций с учетом выполнения условия надежности $P_{\text{обс}} \geq P_{\text{доп}}$ обслуживания.

Для заданных матриц коэффициентов простоя $K_{PZQ} = [K_{ij}]$ стоимости $C_{ZQ} = [c_{ij}]$ (см. табл. 1) и матрицы произведения их элементов $KC_{ZQ} = [Kc_{ij}]$, характеризующих последствия назначения каждого автотранспортного средства каждого подразделения для выполнения ТО и ТР в каждой авторемонтной организации, а также для найденных векторов производственных возможностей авторемонтных организаций $\vec{A}_Z = (a_1, a_2, \dots, a_Z)$ и потребностей автотранспортной техники подразделений

пограничного отряда в ТО и ТР $\vec{B}_Q = (b_1^1, \dots, b_Q^{n_{\text{подр}}})$ требуется найти такие неотрицательные значения элементов матрицы $X_{ZQ} = [x_{ij}^k]$, содержащей



переменные x_{ij}^k ($x_{ij}^k \geq 0, 1 \leq i \leq Z, 1 \leq j \leq Q$), которые удовлетворяли бы системе линейных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^Q x_{ij}^k &= a_i, & i = \overline{1, Z}; & \text{ по производственным возможностям,} \\ \sum_{i=1}^Z x_{ij}^k &= b_j, & j = \overline{1, Q}; & \text{ по заявкам автотехники,} \\ \sum_{i=1}^Z a_i &= \sum_{j=1}^Q b_j, & & \text{ по балансу заявок и возможностей,} \\ a_i &\geq 0, & i = 1, 2, \dots, Z; & b_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, Q \end{aligned} \right\}$$

и одновременно обращали бы в минимум линейную целевую функцию:

для первого плана распределения –
$$Ck = \sum_{i=1}^Z \sum_{j=1}^Q Kc_{ij} \cdot x_{ij}^k \rightarrow \min$$
 ;

для второго плана распределения –
$$Ksum = \sum_{i=1}^Z \sum_{j=1}^Q K_{ij} \cdot x_{ij}^k \rightarrow \min$$
 ;

для третьего плана распределения –
$$C = \sum_{i=1}^Z \sum_{j=1}^Q c_{ij} \cdot x_{ij}^k \rightarrow \min$$
 .

Сформулированный вариант математической постановки задачи модели принятия решения по распределению мероприятий технического обслуживания и ремонта автотранспортных средств между ремонтным подразделением пограничного отряда и авторемонтными организациями позволяет использовать для ее решения хорошо известный алгоритм Венгерского метода [120]. После получения трех планов распределения обслуживания необходимо каждый из них оценить по стоимости и суммарному коэффициенту простоя с целью проверки допустимости полученных планов по этим двум параметрам:

$$C_{\text{плана}}^i = \sum_{i=1}^Z \sum_{j=1}^Q c_{ij} \cdot x_{ij}^k \leq C_{\text{доп}} \quad ; \quad Kp_{\text{плана}}^i = \sum_{i=1}^Z \sum_{j=1}^Q K_{ij} \cdot x_{ij}^k \leq Kp_{\text{доп}} \quad . \quad (35)$$

С целью выбора среди полученных планов наиболее подходящего, для каждого i -го плана ($i = 1, 2, 3$) следует рассчитать величину Δ_i (параметр оптимальности полученного плана):

$$\Delta_i = (C_{\text{доп}} - C_{\text{плана}}^i) + (Kp_{\text{доп}} - Ksum_{\text{плана}}^i) \quad . \quad (36)$$



При наличии нескольких допустимых ($C_{плана}^i \leq C_{доп}$, $K_{sum}^i_{плана} \leq K_{рдоп}$) планов наиболее подходящим для условий проводимого распределения принимается план с максимальным значением параметра Δ_i . В случае отсутствия допустимого плана необходимо изменить исходные данные за счет пересмотра состава авторемонтных организаций.

При невыполнении условия баланса потребностей и возможностей:

$$\sum_{i=1}^Z a_i = \sum_{j=1}^Q b_j,$$

используется стандартная процедура формирования условного баланса.

В последующем по результатам полученного плана распределения разрабатываются рекомендации по распределению мероприятий ТО и ТР автотехники между ремонтным подразделением и авторемонтными организациями.

Выводы

1. На основе анализа процессов функционирования ремонтных подразделений и авторемонтных организаций разработаны показатели и критерий, позволяющие построить модели, соответствующие целям проводимого моделирования. Разработанные показатели эффективности позволяют учесть как экономическую (затраты на проведение работ по ТО и ТР $C_{ТО,ТР}$, затраты на перемещение обслуживаемой автотехники $C_{перем}$), так и оперативную (время нахождения в системе обслуживания T_s , время на перемещение обслуживаемой автотехники T_d и др.) компоненты деятельности ремонтного подразделения и авторемонтной организации.

2. При исследовании потоков заявок, потоков обслуживаний автотехники, как ремонтных подразделений пограничных отрядов, так и авторемонтных организаций было установлено, что потоки требований автотехники на ТО и ТР обладают свойствами неординарности, стационарности, отсутствия последействия, а потоки обслуживаний – отсутствия последействия. Полученные результаты позволяют применять для моделирования процессов функционирования ремонтного подразделения и авторемонтной организации математический аппарат марковских случайных процессов с непрерывным



временем и дискретными состояниями. Наиболее соответствующим логике реального процесса является математический аппарат теории массового обслуживания.

3. Представлена модель процесса функционирования ремонтного подразделения и авторемонтной организации в классе систем $M_L/M/n/m$, на основе которой разработана трансцендентная схема определения производственных возможностей авторемонтных организаций, учитывающая возможности поступления групповых заявок на обслуживание и возможности ожидания или отказа от обслуживания, что позволяет прогнозировать производственные возможности ремонтного подразделения, авторемонтной организации при заданной вероятности обслуживания.

4. Разработана модель принятия решения по распределению мероприятий ТО и Р автотранспортных средств между подразделениями ремонта пограничного отряда и авторемонтными организациями. Данная модель на основе разработанных системы ограничений и целевых функций (показателей эффективности плана распределения мероприятий ТО и Р) позволяет в дальнейшем прогнозировать эффективность передачи функций обслуживания конкретным авторемонтным организациям в заданных условиях и на этой основе формировать планы распределения мероприятий ТО и Р автотехники пограничного отряда.