



KAPITEL 7 / CHAPTER 7⁸ CHARACTERISTICS OF THE DIVERGENCE OF VESSELS AT SMALL INITIAL DISTANCES

DOI: 10.30890/2709-2313.2023-24-01-015

Вступ

Однією з найактуальніших у судноводінні є проблема забезпечення безаварійного розходження суден у стиснених водах, якій присвячені роботи вчених різних країн світу. Численні дослідження, присвячені проблемі вибору безпечного маневру розходження суден, що небезпечно зближуються, в переважній більшості під маневром розходження мають на увазі тільки ухилення судна з програмної траєкторії руху, що забезпечує максимально безпечну дистанцію найкоротшого зближення. Подальше керування судном після завершення моменту найкоротшого зближення у таких роботах не обговорюється, вважаючи, що питання вибору подальшої траєкторії руху судна є тривіальним. У найпростішому випадку, коли ситуація небезпечного зближення виникає у відкритому морі за відсутності інших суден у районі можливого зіткнення, в разі вибору лише безпечного ухилення, а не оптимального маневру розходження, а також у випадку зближення суден на зустрічних курсах, можна вважати, що небезпека зіткнення існує лише на ділянці ухилення.

У загальному випадку загроза зіткнення найімовірніша під час плавання у стиснених водах, що характеризуються високою щільністю інтенсивності руху суден та наявністю численних навігаційних небезпек. У таких умовах плавання вихід на програмну траєкторію є частиною стратегії безпечного розходження суден. Більше того, навіть на вільній від заважаючих суден і навігаційних небезпек акваторії в разі небезпечного зближення суден на курсах, що перетинаються, і обгоні зіткнення можливі, як на ділянці ухилення, так і на ділянці повернення на програмну траєкторію руху.

⁸Authors: Kalinichenko Tetiana Valentynivna



7.1. Застосування методів теорії динамічних n -керованих систем для формалізації процесу розходження суден

Попередній аналіз можливих методів формалізації процесу розходження показав, що розробку математичної моделі керованого розходження суден найбільш доцільно проводити методами теорії динамічних n -керованих систем.

За визначенням під динамічною системою розуміють будь-який об'єкт або процес, для якого однозначно визначено поняття стану, як сукупності деяких величин і заданий закон, який описує зміну початкового стану з часом [1, 2], і може бути використаний для прогнозу майбутнього стану динамічної системи.

Покажемо, що процес розходження суден адекватно описується у термінах динамічної n -керованої системи. Припустимо, у деякій галузі контролю S_c знаходиться n суден. Вибір області S_c тут докладно не обговорюється, хоча за керування рухом суден ззовні (СКРС) область є локально пов'язаною з СКРС, та її розміри визначаються зоною контролю системи керування. У разі керування ситуацією судном, область S_c пов'язана з судном та охоплює навколишній район. Величина n цілочисленна і може набувати різних значень.

Локальна близькість суден, що належать до сфери контролю S_c , дозволяє розглядати їхню сукупність, як деяку динамічну систему Σ , яка утворилася за принципом їхньої приналежності до області S_c . Враховуючи, що центральним питанням, що диктує розробку математичної моделі, є забезпечення безпечного руху суден у галузі, що розглядається, динамічна система Σ повинна описуватись з позицій їх безпечного відносного переміщення.

Слідуючи роботі [1], поставимо динамічну систему, що описує сукупність n суден, враховуючи, що така система є керованою всіма n суднами. Даний опис має відношення тільки до динамічної системи без урахування впливу збурень зовнішнього середовища, що формалізується у вигляді додаткових параметрів у математичній моделі.

Насамперед необхідно задати відрізок часу $[t_0, T]$, причому t_0 в окремому випадку може набувати нульового значення.

Фазовими координатами системи, що описують її стан, є координати $\xi_i(t)$ і $\eta_i(t)$ кожного з суден та їхні параметри руху $V_i(t)$ і $K_i(t)$ у двовимірній прямокутній системі координат, пов'язаній з областю контролю S_c та



орієнтованої у напрямку N-S.

Задаючи множину станів X системи Σ , враховуємо, що окремий стан $x = x(t)$, як елемент множини X , є $4n$ -мірним вектором, а множина станів X – $4n$ -мірною областю, причому $X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$, де X_i – множина станів i -го судна. Множина станів $X_i = (\xi_i, \eta_i, V_i, K_i)$ обмежується граничними значеннями фазових координат:

$$\xi_i \in [\xi_{\min i}, \xi_{\max i}]; \eta_i \in [\eta_{\min i}, \eta_{\max i}]; V_i \in [V_{\min i}, V_{\max i}]; K_i \in [0, 2\pi].$$

Як n -керована, динамічна система Σ характеризується ще двома додатковими атрибутами.

По-перше, це множина миттєвих значень вхідних керуючих впливів W , до яких в даному випадку відносяться кут кладки пера керма і обороти двигуна кожного i -го судна.

По-друге, множина стратегій поведінки Ω , характеризують правила вибору значень вхідних керуючих впливів у часі залежно від обставин. У динамічній системі, що розглядається, вхідний вплив «розділений» між учасниками спільного керування. ($i=1\dots n$). Причому кожному учаснику поставлено у відповідність дві непорожні множини U_k і D_k , які будемо називати відповідно множиною миттєвих значень керувань i -го учасника та множиною стратегій того ж учасника.

Перехідна функція стану $\chi : [t_0, T] \times [t_0, T] \times X \times \Omega \rightarrow X$, (закон зміни стану системи) завершує опис керованої динамічної системи стандартного типу. У нашому випадку зміна динамічної системи Σ описується диференціальними рівняннями.

Як зазначається в [2] будь-яка динамічна система виду:

$$\Sigma = ([t_0, T], X, \Omega_n, \chi),$$

де $\Omega_n = D_1 \times D_2 \times \dots \times D_n$, називається загальною динамічною системою з n керуваннями і безперервним часом. Її будемо позначати:

$$\Sigma = ([t_0, T], X, D_1, D_2, \dots, D_n, \chi). \quad (1)$$

Для динамічної системи Σ , яка описує сукупність n суден, додатково до опису (1) необхідно врахувати ще два істотні чинники [2]:

- доцільний характер поведінки кожного з суден, що полягає, з погляду судноводіння, у реалізації програмної траєкторії руху;
- наявність залежності стратегій D_i суден одна від одної та від поточної



позиції. Якщо залежність існує, необхідно отримати її формальний вираз.

Тому динамічну систему, утворену n суднами, яку позначимо Σ_{ns} , можна записати у наступному вигляді:

$$\Sigma_{ns} = \{[t_0, T], X, D_1, D_2 \dots D_n, \chi, G(D_i, X)M(Tr_i)\}.$$

У цьому виразі $G(D_i, X)$ – залежність стратегій одна від одної та від поточної позиції, а $M(Tr_i)$ – сукупність програмних траєкторій руху суден.

У цьому випадку перехідна функція стану динамічної системи має вигляд $\chi: [t_0, T] \times [t_0, T] \times X \times D_1 \times D_2 \times \dots \times D_n \rightarrow X$, з урахуванням того, що задані $G(D_i, X)$ и $M(Tr_i)$.

Як раніше зазначалося, під час переміщення суден програмними траєкторіями у спільному районі плавання, визначальною обставиною є забезпечення їхнього безпечного руху один відносно іншого, що потребує контролю за величиною відстані між суднами. Тому виникає потреба розгляду всіх пар суден динамічної системи. Σ_{ns} з описом їх бінарних характеристик, що відображають відносне становище. У зв'язку з цим під позицією динамічної системи Σ_{ns} будемо розуміти відносне становище суден, для чого введемо на розгляд позиційну матрицю P_n [3].

Для аналітичного запису матриці позицій P_n необхідно розглянути зміну стану $x(t) = [x_1(t), x_2(t) \dots x_n(t)]$ системи Σ_{ns} , яке описується диференціальним рівнянням:

$$\dot{x}(t) = [\dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t) \dots \dot{x}_n(t)],$$

причому:

$$\dot{x}_i = \begin{vmatrix} \dot{\xi}_i \\ \dot{\eta}_i \\ V_i \\ K_i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} V_i \sin K_i \\ V_i \cos K_i \\ f_v(V_{3i}, \beta_i) \\ f_k(\beta_i) \end{vmatrix},$$

де β_i и V_{3i} – відповідно кут кладки пера керма та задана швидкість i -го судна системи.

Оскільки інтерес представляє взаємне положення суден та його зміна у часі, то елементарним об'єктом розгляду є пара суден c_{ij} ($i, j = 1 \dots n, i \neq j$), стан якої описується різницевиими координатами:



$$\xi_{ij} = \xi_i - \xi_j; \quad \eta_{ij} = \eta_i - \eta_j,$$

а його зміна – диференціальним рівнянням:

$$\dot{x}_{ij} = \begin{pmatrix} \dot{\xi}_{ij} \\ \dot{\eta}_{ij} \\ V_i \\ K_i \\ V_j \\ K_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\xi}_i - \dot{\xi}_j \\ \dot{\eta}_i - \dot{\eta}_j \\ f_v(V_{3i}, \beta_i) \\ f_k(\beta_i) \\ f_v(V_{3j}, \beta_j) \\ f_k(\beta_j) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_i \sin K_i - V_j \sin K_j \\ V_i \cos K_i - V_j \cos K_j \\ f_v(V_{3i}, \beta_i) \\ f_k(\beta_i) \\ f_v(V_{3j}, \beta_j) \\ f_k(\beta_j) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Характеристикою пари суден c_{ij} , як мінімальної n -керованої динамічної системи є відстань між суднами l_{ij} і пеленг α_{ij} з i -го на j -е судно, які однозначно визначаються різницею координатами ξ_{ij} і η_{ij} .

Отже, матриця P_n є квадратною матрицею розмірності n , елемент якої p_{ij} характеризує пару суден c_{ij} :

$$p_{ij} = \{l_{ij}, \alpha_{ij}, K_{otij}, V_{otij}\},$$

причому K_{otij} і V_{otij} – курс і швидкість відносного руху, що характеризують простір відносного руху. Цей простір реалізує рух одного судна відносно нерухомого другого, позиція першого судна задана в системі координат, пов'язаної з другим судном полярними координатами l_{ij} і α_{ij} , а його рух характеризується вектором (V_{otij}, K_{otij}) . Простір істинного руху характеризує рухи обох суден відносно загальної нерухомої системи координат. Причому відомі відображення з одного простору до другого, що характеризують залежності параметрів відносного руху від істинного, і навпаки. Слід зазначити, що інваріантними для обох просторів є дистанція l_{ij} і пеленг α_{ij} .

Позиційна матриця P_n , розгорнута в часі є складним керованим процесом P_t , який містить підпроцеси P_{ij} для кожної пари c_{ij} суден і P_{ii} для i -го судна, включаючи всі інші судна. Процес P_t зміни позицій у часі з урахуванням диференціального рівняння $\dot{P}_t = \{\dot{p}_{ij}\}$ є траєкторією в просторі (множині) позицій.

Оскільки кожне судно контролює своє положення, як і положення



навколишніх рухомих об'єктів за допомогою суднової системи навігаційної інформації, то динамічної системи Σ_{ns} властивий стохастичний аспект, який обумовлений як наявністю похибок виміру навігаційних параметрів, так і елементів невизначеності поведінки суден.

Тому множина позицій $M(P_n)$ складається з декількох підмножин $M(P_{nk})$, кожне з яких характеризується певним ступенем небезпеки виникнення аварії зіткнення. Подальший опис динамічної системи Σ_{ns} пов'язано з підмножинами $M(P_{nk})$ (що характеризуються від нульової до одиничної ймовірностями зіткнення) та поняттям ситуаційного збурення, для характеристики яких введена в розгляд мінімальна динамічна керована система Σ_{2s} .

До її складу входить пара суден c_{12} , якій відповідає елемент позиційної матриці p_{12} . Виходячи з наявності стохастичного аспекту і аспекту невизначеності, а також через інерційність суден, що рухаються, з кожним з них пов'язується двовимірна область, звана областю неприпустимих позицій. З назви області випливає, що у ній небажане перебування будь-яких сторонніх об'єктів. Область неприпустимих позицій S_{nd} повинна бути сформована таким чином, щоб її межа відповідала нульовій ймовірності зіткнення. А кожній точці всередині області S_{nd} відповідає деяка відмінна від нуля ймовірність виникнення зіткнення.

Отже, деякі порогові значення ймовірності зіткнення всередині області S_{nd} розбивають множину позицій $M(P_n)$ на підмножини $M(P_{nk})$. Природу ситуаційного збурення укладено у прогнозованому попаданні суден у область неприпустимих позицій (першого судна до області S_{nd2} другого судна та навпаки – другого судна в область S_{nd1} першого). Власне, ситуаційні збурення ω_{12} і ω_{21} не завжди є симетричними для обох суден, оскільки області S_{nd1} і S_{nd2} не еквівалентні одна одній. Тому можливі ситуації, коли за наявності ситуаційного збурення для одного із суден (ω_{21}), по відношенню до іншого (ω_{12}) воно відсутнє.

Ситуаційне збурення виявляє майбутню небезпечну позицію заздалегідь, виходячи з прогнозу зміни відносної позиції p_{12} . Тому воно має умовний характер, оскільки на його істинність впливають можливі дії суден і спосіб прогнозу.



Поява ситуаційного збурення ω_{12} (ω_{21}) передбачає появу взаємодії між суднами і виникає завдання компенсації ситуаційного збурення вибором відповідної стратегії розходження.

Однак, через несиметричність ситуаційного збурення (з істинності ω_{12} не витікає істинність ω_{21} і навпаки), взаємодія може бути повною та частковою. В разі повної взаємодії з'являється повна система Σ_{2s} ($\omega_{12} \neq 0$ і $\omega_{21} \neq 0$). А у разі, коли одне із ситуаційних збурень відсутнє, то взаємодія часткова.

З позицій характеристики взаємодії суден доцільно запровадити матрицю ситуаційного збурення D_{bn} , яка за своєю структурою аналогічна позиційній матриці P_n . Елементом матриці D_{bn} є характеристика ситуаційного збурення d_{ij} , яка дорівнює 0 за відсутності ситуаційного збурення між парою суден c_{ij} . В іншому випадку $d_{ij} = \{\omega_{ij}, l_{\min ij}, t_{\min ij}\}$.

Якщо позначити n_b число взаємодіючих суден, то за $n_b = 0$, коли в динамічній системі не виникає ситуаційне збурення, взаємодія суден відсутня, та елементи динамічної системи є непов'язаними. Елементи виконують цільові функції, реалізуючи програмні траєкторії руху. Динамічна система знаходиться в початковому системному стані, який характеризується незалежними диференціальними рівняннями, що описують керований рух суден відповідно до заданої програми руху, та компенсацією високочастотних збурень (за параметрами руху та траєкторії руху).

У цьому випадку динамічна система Σ_{ns} характеризується нульовою матрицею ситуаційного збурення D_{bn} , яка містить лише нульові елементи ($d_{ij} = 0$). Для системи Σ_{2s} принципово важливою є відсутність взаємодії між суднами. Структура системи Σ_{ns} характеризується відсутністю зв'язків між елементами, чим визначається її перша системна властивість.

Якщо взаємодіє лише одна пара суден, причому взаємодія часткова, то $n_b = 1$, тобто формально у стані взаємодії знаходиться всього одне судно, то ситуаційне збурення ω_{ij} переводить динамічну систему Σ_{ns} у новий системний стан, оскільки з'являється нова (друга) системна властивість, чого не було у випадку розгляду окремого судна. У парі суден з'являється нова системна властивість, що характеризується відносною позицією та взаємодією, з'являються параметри дистанції між суднами та пеленга з судна на судно, чого



не існувало для окремого судна. Слід звернути увагу, що поява зазначеної системної властивості обумовлено зміною структури системи Σ_{ns} – виникненням зв'язків між елементами.

В цьому випадку, за $n_b=1$ у диференціальних рівняннях руху динамічної системи виходить односторонній зв'язок з відповідною парою диференціальних рівнянь, та одне із суден, характеристика d_{ij} ситуаційного збурення якого відмінна від нуля, має змінити стратегію доцільного руху на стратегію компенсації ситуаційного збурення.

Якщо ж $n_b=2$ за умови, що взаємодія повна (а не дві часткові взаємодії), тобто ситуаційне збурення симетричне, виникає бінарна взаємодія, в якій в залежності від інтенсивності ситуаційного збурення (як функції значень $\min l_{ij}$ і $\min t_{ij}$) вибирається стратегія його компенсації, та розраховуються параметри маневру розходження. За цих умов диференціальні рівняння, що описують рух пари взаємодіючих суден, пов'язані між собою і, провадячи спільне керування позицією, судна спільно, за деяким правилом, компенсують ситуаційне збурення. Матриця ситуаційного збурення D_{bn} у цьому випадку містить два симетричні елементи d_{ij} і d_{ji} відмінні від нуля, які в загальному випадку можуть мати різну інтенсивність.

Зрештою, за $n_b \geq 3$, та участі хоча б одного судна не менше, ніж у двох взаємодіях (повних або часткових), динамічна система Σ_{ns} переходить у третій системний стан. Система набуває нової системної властивості в аспекті керованості, тому що для окремого судна взаємодії перестають бути бінарними та збурення, як і стратегія розхоження, ускладнюються, з'являються нові об'єкти – координаційні каркаси – послідовно-паралельні структури навколишніх суден, які необхідно впорядкувати за допомогою складної стратегії компенсації ситуаційного збурення. У структурі динамічної системи Σ_{ns} з'являються зв'язки, що поєднують кілька елементів один з одним.

Матриця ситуаційного збурення D_{bn} стає джерелом формування ситуаційних каркасів, котрі пов'язують для конкретного судна структуру небезпечних і заважаючих суден. У цьому випадку із незалежної вихідної системи диференціальних рівнянь вичленюються групи залежних рівнянь взаємодіючих суден, для яких потрібно знайти узгоджені стратегії



(взаємозалежні), що забезпечують компенсацію ситуаційного збурення.

Ситуаційне збурення перекладає динамічну систему Σ_{ns} з першого незбуреного системного стану у вищі збурені. Загальна стратегія компенсації ситуаційного збурення передбачає переведення динамічної системи Σ_{ns} у початковий незбурений стан шляхом знищення у структурі системи зв'язків взаємодії між елементами (суднами).

У невизначених умовах поведінки партнера, коли навіть ймовірнісний розподіл вибору партнером стратегії розходження обґрунтувати важко, судну слід використовувати принцип застосування гнучких стратегій розходження (компенсації ситуаційних збурень). Сутність цього принципу полягає у мінімаксих підходах судна до використання партнером можливих альтернативних стратегій розходження.

Гнучкі стратегії у загальному випадку є функціями часу, враховують багатоваріантність поведінки судна-партнера і можливість погіршення ситуації розходження з часом, тобто їм притаманні такі особливості:

- із множини можливих стратегій розходження судна-партнера вибирається найбільш несприятлива для того, щоб мінімізувати загрозу зіткнення;

- контролюється поведінка судна-партнера і за зміни параметрів його маневру розходження у разі потреби може бути змінено маневр чи навіть стратегія розходження оперуючого судна;

- за необхідності збереження параметрів руху заздалегідь прораховується можливий варіант стратегії розходження оперуючого судна, якщо ситуація погіршиться переходом у наступну область взаємних обов'язків.

Оскільки вихід судна на задану траєкторію руху на завершення процесу розходження є взаємодією його з однією ціллю (останньою за наявності декількох), необхідно розглянути клас мінімальних динамічних систем, що складаються з двох суден, які можуть перебувати в різних типах взаємодії.

Розглядувані динамічні системи Σ_{2s} , містять у своєму складі лише два судна, можуть перебувати лише у двох системних станах: першому за відсутності взаємодії між ними та другому – за появи взаємодії.

Загалом мінімальна динамічна система Σ_{2s} має такий формальний вираз:

$$\Sigma_{2s} = \{[t_0, T], X, D_1, D_2, \chi, G(D_1, D_2, X), M(Tr_1, Tr_2)\},$$

причому її стан описується різницевиими координатами:



$$\xi_{12} = \xi_1 - \xi_2; \quad \eta_{12} = \eta_1 - \eta_2,$$

а зміна стану – диференціальним рівнянням:

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} \dot{\xi}_{12} \\ \dot{\eta}_{12} \\ V_1 \\ K_1 \\ V_2 \\ K_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_1 - \xi_2 \\ \eta_1 - \eta_2 \\ f_v(V_{31}, \beta_1) \\ f_k(\beta_1) \\ f_v(V_{32}, \beta_2) \\ f_k(\beta_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_1 \sin K_1 - V_2 \sin K_2 \\ V_1 \cos K_1 - V_2 \cos K_2 \\ f_v(V_{31}, \beta_1) \\ f_k(\beta_1) \\ f_v(V_{32}, \beta_2) \\ f_k(\beta_2) \end{pmatrix}.$$

Зазначимо, що для динамічної системи Σ_{2s} важливою є початкова інтенсивність $\tilde{\omega}_0$ ситуаційного збурення, оскільки вона найменш небезпечна з точки зору розвитку ситуації можливого зіткнення, а відсутність третіх учасників дозволяє починати компенсацію ситуаційного збурення з початкової позиції. Максимальна інтенсивність $\tilde{\omega}$ ситуаційного збурення для динамічної системи Σ_{2s} менш важлива.

Розглянемо підмножину часткових $M(Bz_p)$ взаємодій, які можуть реалізуватися у динамічній системі Σ_{2s} . Для часткових взаємодій суттєвими є три різновиди Bz_{pk} , що відрізняються початковою інтенсивністю $\tilde{\omega}_0$ ситуаційного збурення, тобто:

$$Bz_{p1} = \{\tilde{\omega}_0 = 0, \min t, \hat{t}_1\}, \quad Bz_{p2} = \{\tilde{\omega}_0 = 1, \min t, \hat{t}_2\}, \quad Bz_{p3} = \{\tilde{\omega}_0 = 2, \min t, \hat{t}_3\}.$$

Принципово важливим при часткових взаємодіях і те, що компенсація збурення виробляється лише одним судном, оскільки друге судно безперешкодно реалізує свою програмну траєкторію руху. І тут реалізується принцип раціонального керування, тобто один агент керує ситуацією, прагнучи досягти бажаного результату. Програмна траєкторія другого судна враховується як нейтральні вхідні змінні. Таким чином, в разі часткової взаємодії динамічна система Σ_{2s} набуває вигляду:

$$\Sigma_{2s} = \{[t_0, T], X, D_1, Tr_2, \chi, M(Tr_1, Tr_2)\},$$

У цьому випадку система диференціальних рівнянь набуває вигляду:



$$\dot{x} = \begin{pmatrix} V_1 \sin K_1(D_1) - V_2 \sin K_2(Tr_2) \\ V_1 \cos K_1(D_1) - V_2 \cos K_2(Tr_2) \\ f_v(V_{31}, \beta_1) \\ f_k(\beta_1) \\ f_v(V_{32}, \beta_2) \\ f_k(\beta_2) \end{pmatrix}.$$

Чотири останні рядки матриці характеризують перехідні процеси в разі зміні курсу та швидкості обох суден, тому поки їх можна виключити з матриці, надалі розглянувши їх урахування під час розрахунку параметрів маневру розходження. Тому:

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} V_1 \sin K_1(D_1) - V_2 \sin K_2(Tr_2) \\ V_1 \cos K_1(D_1) - V_2 \cos K_2(Tr_2) \end{pmatrix},$$

де складові швидкості другого судна $V_2 \sin K_2$ і $V_2 \cos K_2$ визначаються програмною траєкторією руху Tr_2 , а складові швидкості першого судна $V_1 \sin K_1$ і $V_1 \cos K_1$ залежать від стратегії розходження D_1 . Тому стратегія розходження D_1 має забезпечити безпечне переведення прогнозованої найбільш небезпечної позиції в максимально безпечну, тобто максимальну інтенсивність $\tilde{\omega}^{(n)}$ ситуаційного збурення (за умови дотримання суднами програмних траєкторій до моменту найкоротшого зближення) змінити до мінімального початкового значення $\tilde{\omega}_{\min}$ (після маневру розходження). Для мінімальної динамічної системи Σ_{2s} за відсутності зовнішніх обмежень (навігаційні перешкоди, вітер, течія тощо) як для часткових, так і для повних взаємодій, мінімальне значення $\tilde{\omega}_{\min}$ інтенсивності дорівнює 0.

Стратегія розходження D_1 , як спосіб компенсації ситуаційного збурення, переводить систему Σ_{2s} з потенційно збуреної (за прогнозом) позиції у потенційно (знову за прогнозом) незбурену.

З огляду на вимогу до стратегії розходження D_1 , розглянемо ситуації із різними значеннями початкової інтенсивності збурення $\tilde{\omega}_0$, як в разі $\rho < 1$, так і за $\rho > 1$.

У разі коли $\tilde{\omega}_0 = 0$ судно може розійтися з ціллю на мінімальній дистанції $\min l(D_1) \geq l_{d1}$, причому достатня одна ділянка ухилення. Отже, стратегія



розходження за $\rho < 1$ і $\tilde{\omega}_0 = 0$ являє собою єдину ділянку ухилення судна з програмної траєкторії, що забезпечує співвідношення $\min l(D_1) \geq l_{d1}$. Причому вибір стратегії залежить від максимальної інтенсивності ситуаційного збурення $\tilde{\omega}$. У цьому випадку стратегія розходження D_1 характеризується часом t_y початку ухилення та курсом K_y ухилення, тобто:

$$D_1(\rho < 1, \tilde{\omega}_0 = 0) = D_1(t_y, K_y).$$

Якщо $\tilde{\omega}_0 = 1$, ситуація мінімального зближення не може бути виведена з небезпечної підмножини P_{n1} , тобто $l_{d1} > \min l(D_1) \geq l_{d2}$. У цьому випадку, враховуючи, що друге судно не бере участі у компенсації ситуаційного збурення, стратегія D_1 має забезпечити максимальну безпеку розходження суден, максимізуючи дистанцію найкоротшого зближення. Оскільки $\max[\min l(D_1)]$ досягається за екстремального відносного курсу K_{otextr} , то він має використовуватися стратегією D_1 , причому ухилення починається у нульовий момент часу.

У цьому випадку стратегія розходження D_1 реалізується однією ділянкою ухилення та характеризується тільки курсом ухилення K_{extr} (коли досягається K_{otextr}), враховуючи, що ухилення починається у нульовий момент часу, тобто:

$$D_1(\rho < 1, \tilde{\omega}_0 = 1) = D_1(K_y = K_{extr}).$$

В разі $\tilde{\omega}_0 = 2$ (хоча часткова взаємодія за такого ситуаційного збурення малоймовірна) судно неминуче потрапляє у підмножину небезпечних позицій P_{n2} і виникає ситуація надмірного зближення, в якій судно, що взаємодіє, мінімізує відносну швидкість зближення суден, збільшуючи інтервал часу до позиції мінімального зближення. Для цього судно лягає на курс, що дорівнює зворотному пеленгу на друге судно, залучаючи друге судно у взаємодію, щоб спільними зусиллями компенсувати ситуаційне збурення.

Стратегія судна D_1 у цьому випадку полягає в русі змінним курсом, що дорівнює протилежному поточному пеленгу на друге судно. $\alpha(t)$, утримуючи позицію у підмножині небезпечних позицій P_{n2} . Зазначимо, що за надмірного зближення для виходу в безпечну підмножину позицій P_{n0} доцільно спочатку використовувати рух судна курсом $K_y = \alpha(t) + \pi$, а потім після досягнення



позиції підмножини P_{n1} слід застосувати стратегію $D_1(\rho < 1, \tilde{\omega}_0 = 1)$ до завершення ухилення та виходу позиції у безпечну підмножину P_{n0} . Отже, для цього випадку характеристика стратегії має такий вигляд:

$$D_1(\rho < 1, \tilde{\omega}_0 = 2) = D_1[K_y = \alpha(t) + \pi, t_y, K_y = K_{extr}].$$

Зауважимо, що для перших двох розглянутих стратегій після часу $\min t$ поточна позиція стає все менш небезпечною, поки не досягне підмножини P_{n0} . У цьому реалізується відповідна стратегія розходження без зміни параметрів.

Отримані три стратегії характеризують різні способи поведінки судна за різних приватних взаємодій.

Розглянемо компенсацію ситуаційних збурень за часткової взаємодії судном у ситуації $\rho > 1$ для різних значень початкової інтенсивності збурення $\tilde{\omega}_0$.

У ситуації, коли $\tilde{\omega}_0 = 0$ (судно не знаходиться у колі радіусу l_{d1}) воно може розійтися з ціллю на мінімальній дистанції $\min l(D_1) \geq l_{d1}$, використовуючи одну ділянку ухилення. В даному випадку ($\rho > 1$ і $\tilde{\omega}_0 = 0$) стратегія розходження D_1 аналогічна до ситуації $\rho < 1$ і $\tilde{\omega}_0 = 0$. Вона забезпечує співвідношення $\min l(D_1) \geq l_{d1}$.

У цьому випадку (як і за $\rho < 1$) стратегія розходження D_1 характеризується часом початку ухилення та курсом ухилення, тобто:

$$D_1(\rho > 1, \tilde{\omega}_0 = 0) = D_1(t_y, K_y).$$

Чергова ситуація $\tilde{\omega}_0 = 1$ характеризується тим, що початкова позиція судна перебуває у підмножині позицій P_{n1} , тобто має місце нерівність $l_{d1} > l_n \geq l_{d2}$. Оскільки судно має можливість відносного переміщення у будь-якому напрямку, йому необхідно збільшувати поточну дистанцію між суднами, маючи відносне переміщення перпендикулярно до початкового пеленгу, тобто відносним курсом

$$K_{oty} = \alpha_n + \frac{\pi}{2}.$$

Тому в цій ситуації стратегія розбіжності D_1 полягає у переміщенні судна відносним курсом $K_{oty} = \alpha_n + \frac{\pi}{2}$ у початковий момент часу, поки не буде досягнуто підмножини безпечних позицій P_{n0} . Якщо визначити курс ухилення судна $K_{y\pi/2}$, коли досягається $K_{oty} = \alpha_n + \frac{\pi}{2}$, то стратегія D_1 записується:



$$D_1(\rho > 1, \tilde{\omega}_0 = 1) = D_1(K_{y\pi/2}).$$

Розглянемо випадок, коли $\tilde{\omega}_0 = 2$, тобто початкова позиція судна належить підмножині небезпечних позицій P_{n2} . У цьому випадку початкова дистанція між суднами обмежена гранично допустимими дистанціями l_{d2} і l_{d3} , тобто $l_{d2} > l_n \geq l_{d3}$.

Стратегія розходження у тому, щоб судно спочатку у найкоротший інтервал часу залишило підмножину небезпечних позицій P_{n2} , для чого у початковий час воно має максимально збільшити швидкість зміни дистанції між суднами. Це досягається тим, що судно лягає курс зворотний пеленгу на друге судно, тобто $K_y = \alpha_n + \pi$, і переміщається, доки не досягне межі між підмножинами позицій P_{n1} і P_{n2} . З цієї миті судно, як і в попередній стратегії, реалізує відносне переміщення з курсом $K_{oty} = \alpha_n + \frac{\pi}{2}$ до виходу в безпечну підмножину позицій P_{n0} . Отже, для цього випадку стратегія D_1 має вигляд:

$$D_1(\rho > 1, \tilde{\omega}_0 = 2) = D_1(K_y = \alpha + \pi, t_y, K_{y\pi/2}).$$

Таким чином, залежно від часткової взаємодії, що реалізувалася $Bz_{p1} \div Bz_{p3}$ та співвідношення швидкостей суден ρ можуть формуватись різні типи стратегій, перелік яких представлений у таблиці 1.

Таблиця 1 – Перелік стратегій розходження часткових взаємодій

Взаємодії	Стратегії розходження D_1
$Bz_{p1}, \tilde{\omega}_0 = 0, \rho > 1, \rho < 1$	$D_1(t_y, K_y)$
$Bz_{p2}, \tilde{\omega}_0 = 1, \rho < 1$	$D_1(K_y = K_{extr})$
$Bz_{p3}, \tilde{\omega}_0 = 2, \rho < 1$	$D_1[K_y = \alpha(t) + \pi, t_y, K_y = K_{extr}]$
$Bz_{p2}, \tilde{\omega}_0 = 1, \rho > 1$	$D_1(K_{y\pi/2})$
$Bz_{p3}, \tilde{\omega}_0 = 2, \rho > 1$	$D_1(K_y = \alpha + \pi, t_y, K_{y\pi/2})$

7.2. Врахування навігаційних небезпек і суден, що заважають, на етапі ухилення під час розходження судна і цілі на малих відстанях

Звертаючись до роботи [4], зауважимо, що постановка завдання екстреного



розходження проводилася за допущення відсутності навігаційних небезпек у районі передбачуваного маневрування суден. Результатом статті стала отримана мінімаксна стратегія поведінки судна, яка полягає в його повороті до напрямку зворотного пеленгу на ціль за найкоротшою кутовою відстанню із максимальною кутовою швидкістю. Досягнувши курсу, що дорівнює величиною зворотному пеленгу на ціль, тобто $K(t) = \alpha(t)$ судно надалі зберігає наведену рівність.

Однак за наявності навігаційних небезпек може виявитися, що обраний мінімаксний курс судна, отриманий згідно з рекомендаціями роботи [4], веде до посадки на мілину, а за наявності судна, що заважає, – до небезпечного зближення з ним. У цьому підрозділі розглянемо питання вибору курсу судна в разі екстреного розходження з урахуванням наявних навігаційних небезпек і судна, що заважає. Як зазначається у роботі [5], основними типами навігаційних небезпек є точкова та лінійна розподілена. Тому спочатку розглянемо ситуацію, коли в районі маневрування знаходиться точкова небезпека (рисунк 1).

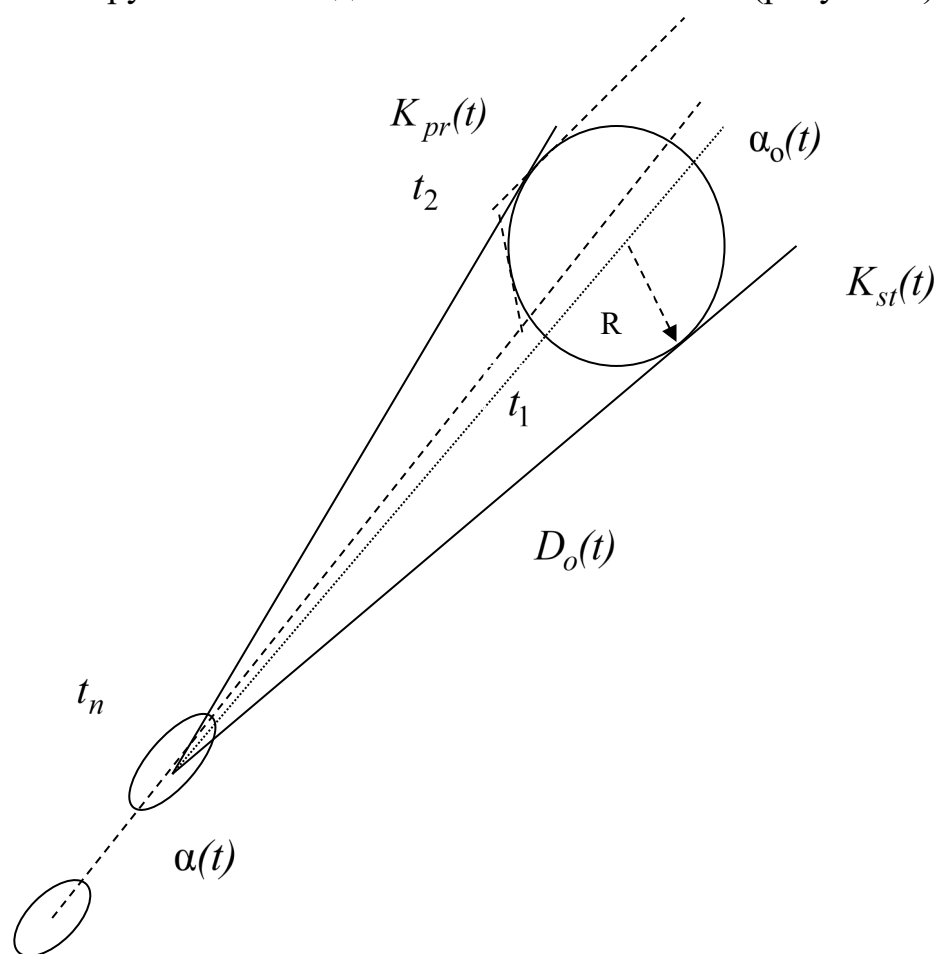


Рисунок 1 – Випадок урахування точкової навігаційної небезпеки

На рисунку 1 наведено такі позначення:



$\alpha(t)$ – поточне значення пеленгу з цілі на судно;

R – гранично допустима дистанція зближення судна з точковою навігаційною небезпекою;

$\alpha_o(t)$ і $D_o(t)$ – відповідно поточні пеленг та дистанція між судном та навігаційною небезпекою;

$K_{st}(t)$ і $K_{pr}(t)$ – відповідно поточні значення правого та лівого граничних курсів ухилення судна відносно небезпеки.

Як впливає з рис. 3.1, значення правого та лівого граничних курсів ухилення судна $K_{st}(t)$ і $K_{pr}(t)$ визначаються такими виразами:

$$K_{st}(t) = \alpha_o(t) + \arcsin \frac{R}{D_o(t)},$$

$$K_{pr}(t) = \alpha_o(t) - \arcsin \frac{R}{D_o(t)}.$$

Оскільки з часом величина $D_o(t)$ зменшується, то граничний курс $K_{pr}(t)$ зменшується, а $K_{st}(t)$ – збільшується, причому обидва курси все більше відхиляються від оптимального $K_{op}(t) = \alpha(t)$. Вказана обставина визначає вибір курсу ухилення K_y від точкової небезпеки, враховуючи, що K_y буде тим ефективніше, що менше відхилення його від $\alpha(t)$. При цьому можливі два наступні варіанти. По-перше, у початковий момент часу t_n , коли граничні курси $K_{pr}(t)$ і $K_{st}(t)$ найменше відрізняються від $\alpha(t)$, як курс ухилення K_y слід вибрати граничний курс ($K_{pr}(t)$ або $K_{st}(t)$), який за значенням ближче до величини $\alpha(t)$, що аналітично виражається так:

$$K_y = K_{pr}(t_n), \quad \text{за } |K_{pr}(t_n) - \alpha(t_n)| < |K_{st}(t_n) - \alpha(t_n)|,$$

$$K_y = K_{st}(t_n), \quad \text{за } |K_{pr}(t_n) - \alpha(t_n)| \geq |K_{st}(t_n) - \alpha(t_n)|.$$

Другий варіант полягає в тому, що судно слідує оптимальним курсом. $K_{op}(t) = \alpha(t)$ до моменту t_1 безпосередньої близькості до точкової навігаційної



небезпеки, потім значно (на $60-70^\circ$) змінює курс, запобігаючи потраплянню на небезпеку. Таким курсом судно слідує до моменту часу t_2 , після якого повертається на оптимальний курс $K_{op}(t) = \alpha(t)$. Перевага вибору одного з двох варіантів визначається початковою позицією суден одне відносно одного та небезпеки, параметрами руху суден, а для отримання аналітичних залежностей потрібні додаткові дослідження.

У випадку, коли в районі екстреного розходження знаходиться навігаційна лінійна розподілена небезпека (рисунок 2), вибір курсу розходження здійснюється з таких міркувань.

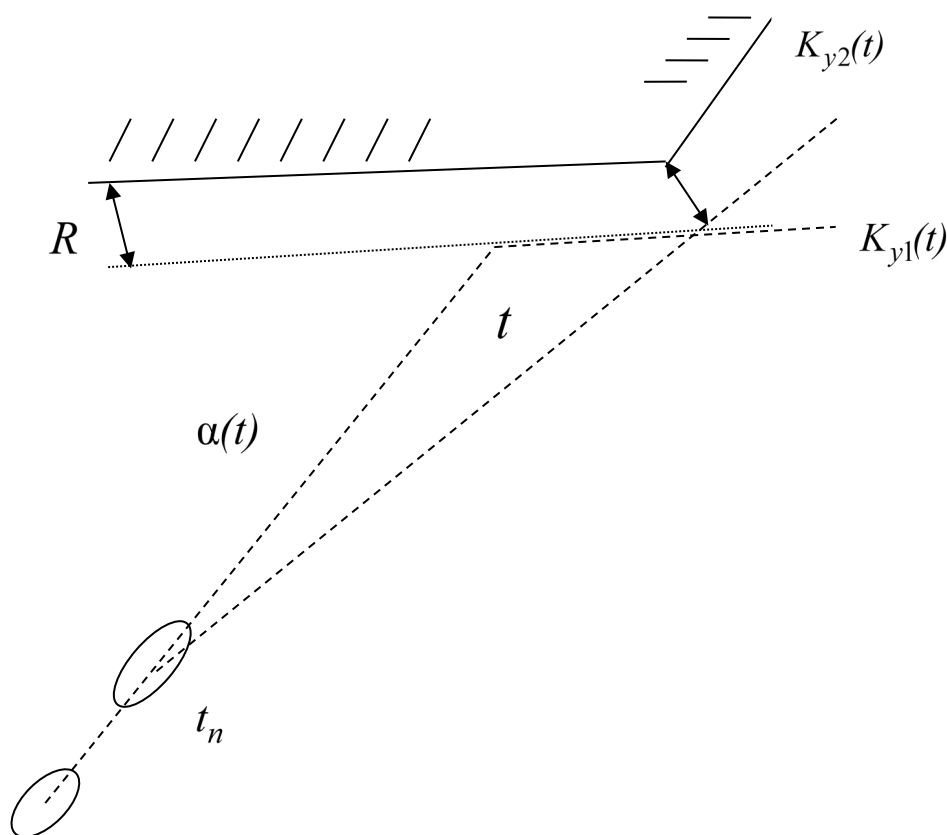


Рисунок 2 – Вибір курсу розходження за наявності лінійної розподіленої небезпеки

Як і у разі точкової небезпеки, існує дві альтернативні стратегії розходження. Згідно з першою судно слідує оптимальним курсом $K_{op}(t) = \alpha(t)$ до моменту часу t , після чого слідує курсом $K_{y1}(t)$ до кінця лінійної ділянки небезпеки. У разі другої стратегії судно у початковий момент часу t_n , лягає на граничний курс $K_{y2}(t)$ і слідує до закінчення розходження.



Для вибору кращої стратегії необхідно розробити відповідну аналітичну процедуру.

Другим вирішальним фактором, що впливає на вибір оптимального курсу ухилення в разі надмірного зближення суден, є наявність судна, що заважає, в районі маневрування.

Припустимо, що оперуюче судно $V_{S_{op}}$ ухиляється від небезпечної цілі Trg_{den} оптимальним курсом, що дорівнює пеленгу з цілі на оперуюче судно, тобто $K_{yop} = \alpha(t)$. Однак є заважаюче судно V_{S_m} , яке небезпечно зближується з судном, що оперує, під час слідування останнього $V_{S_{op}}$ курсом K_{yop} , як показано на рисунку 3. Як впливає із зазначеного рисунка, дистанція найкоротшого зближення оперуючого судна з судном, що заважає, менше гранично допустимого значення. Граничними відносними курсами відносно до судна, що заважає, є K_{yotpr} і K_{otyst} .

Як впливає з рисунку 3, значення граничних відносних курсів K_{yotpr} і K_{otyst} визначаються з наступних співвідношень:

$$K_{otyst} = \alpha_o(t) + \arcsin \frac{R}{D_o(t)},$$

$$K_{yotpr} = \alpha_o(t) - \arcsin \frac{R}{D_o(t)},$$

де $\alpha_o(t)$ і $D_o(t)$ – відповідно пеленг і дистанція до судна, що заважає.

Підмножина M_n істинних курсів оперуючого судна, які є неприпустимими через небезпечне зближення з судном, що заважає, визначається співвідношенням:

$$M_n = \{K_{ym}^*, K_{ym*}\},$$

де K_{ym}^* і K_{ym*} – верхня та нижня межі допустимих істинних курсів.

Якщо врахувати співвідношення між відносними та істинними курсами, можна отримати рівності:

$$K_{ym}^* = K_{otyst} + \arcsin [\rho^{-1} \sin(K_c - K_{otyst})],$$

$$K_{ym*} = K_{yotpr} + \arcsin [\rho^{-1} \sin(K_c - K_{yotpr})].$$

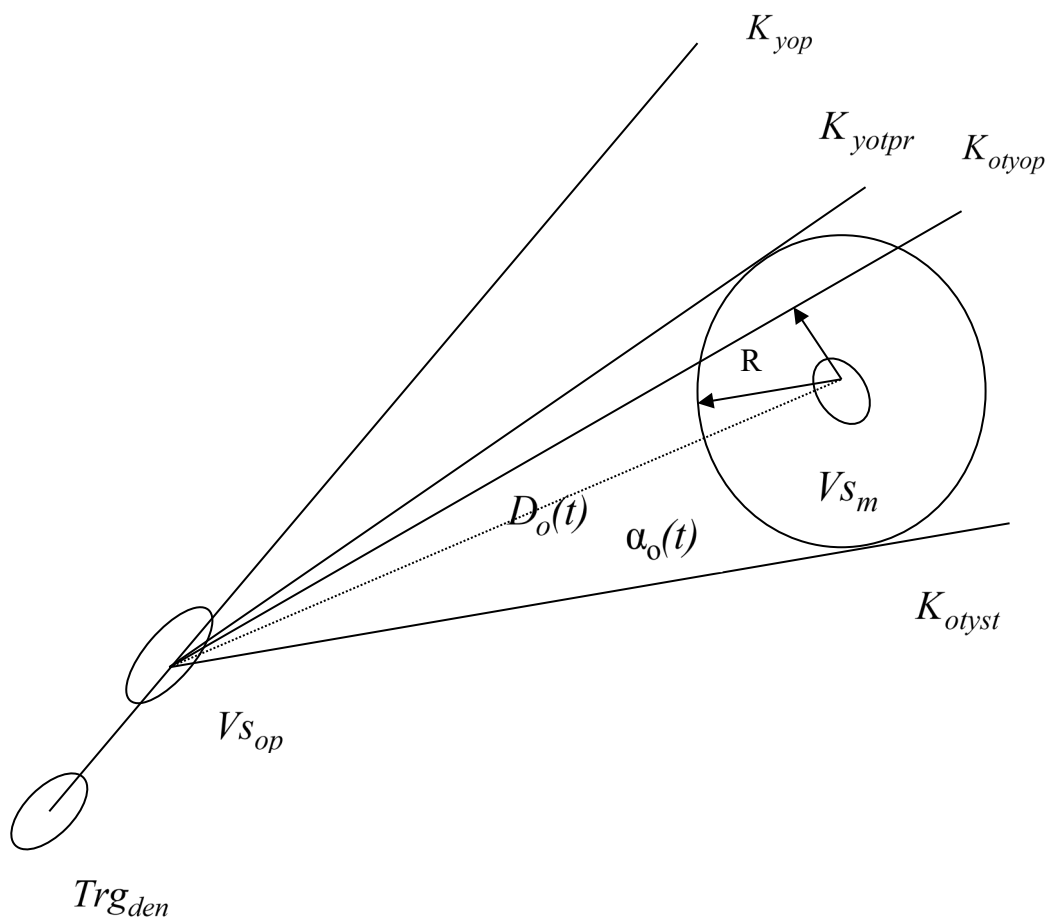


Рисунок 3 – Вибір курсу розходження за наявності судна, що заважає

Таким чином, допустимими відносно заважаючого судна курсами ухилення оперуючого судна. K_y є ті, які відповідають умові:

$$K_y \notin \{K_{ym}^*, K_{ym*}\}.$$

Очевидно, найближче до оптимального курсу ухилення K_{yop} будуть граничні допустимі курси K_{ym}^* і K_{ym*} . Як курс ухилення K_y оперуючого судна за наявності судна, що заважає, слід вибрати гранично допустимий курс, мінімально відмінний від значення K_{yop} . Аналітично це виражається так:

$$K_y = K_{ym}^*, \quad \text{за } \left| K_{ym}^* - K_{yop} \right| < \left| K_{ym*} - K_{yop} \right|,$$

$$K_y = K_{ym*}, \quad \text{за } \left| K_{ym}^* - K_{yop} \right| \geq \left| K_{ym*} - K_{yop} \right|.$$

У ситуаціях, які характеризуються одночасно наявністю навігаційних небезпек і суден, вибір курсу ухилення, що мінімально відрізняється від



оптимального, проводиться аналогічно.

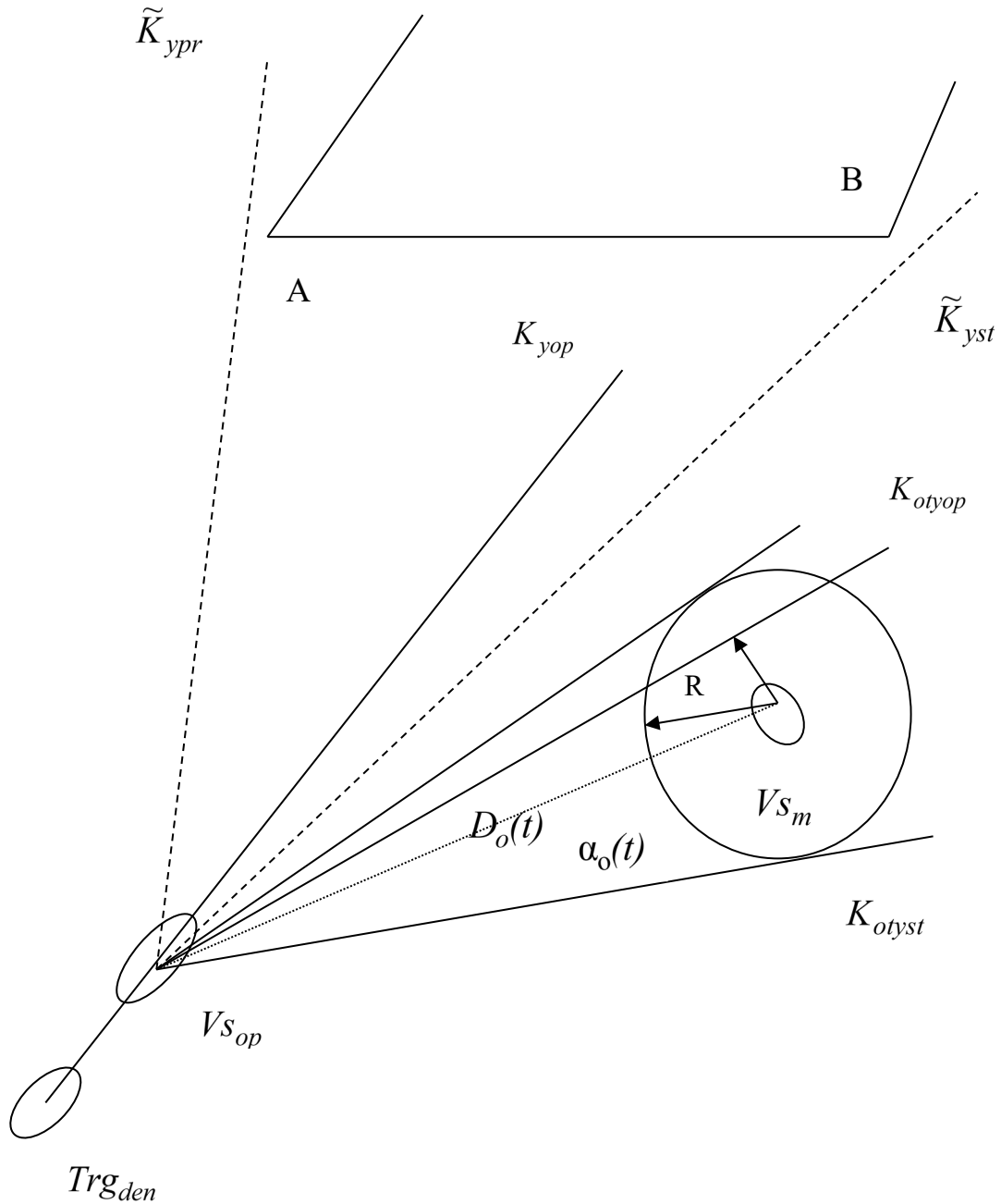


Рисунок 4 – Вибір курсу розходження за наявності заважаючого судна та навігаційної розподіленої небезпеки

Припустимо, є лінійна розподілена небезпека і судно, що заважає (рисунок 4). Для попередження посадки судна, що оперує, на мілину отримані граничні істинні курси \tilde{K}_{ypr} і \tilde{K}_{yst} , які розраховуються за відомих координат точок зламу А і В. Для того щоб не зіткнутися з судном, що заважає, необхідно за раніше отриманими формулами розрахувати граничні допустимі курси K_{ym}^* і



K_{ym^*} . А для того, щоб безпечно розійтися із судном, що заважає, і не потрапити на міліну необхідно, щоб курс ухилення оперуючого судна K_y задовольняв наступним вимогам:

$$K_y \notin \{K_{ym^*}, K_{ym}^*\},$$

$$K_y \notin \{\tilde{K}_{ypr}, \tilde{K}_{yst}\}.$$

Тоді оптимальним курсом ухилення \tilde{K}_{yop} є курс, який, по-перше, не належить об'єднанню підмножин $\{K_{ym^*}, K_{ym}^*\}$ і $\{\tilde{K}_{ypr}, \tilde{K}_{yst}\}$, а також, по-друге, має мінімальне відхилення від курсу K_{yop} , що дорівнює пеленгу з цілі на судно, тобто:

$$\tilde{K}_{yop} \notin (\{\tilde{K}_{ypr}, \tilde{K}_{yst}\} \cup \{K_{ym^*}, K_{ym}^*\}),$$

$$Abs(\tilde{K}_{yop} - K_{yop}) = \min.$$

На рисунку 4. якщо підмножини курсів $\{K_{ym^*}, K_{ym}^*\}$ і $\{\tilde{K}_{ypr}, \tilde{K}_{yst}\}$ не перетинаються, тобто $\{\tilde{K}_{ypr}, \tilde{K}_{yst}\} \cap \{K_{ym^*}, K_{ym}^*\} = \emptyset$, то оптимальним курсом \tilde{K}_{yop} є граничний курс \tilde{K}_{yst} .

7.3. Розрахунок параметрів маневру повернення судна на задану траєкторію руху після розходження з ціллю

У найпростішому випадку, коли ситуація небезпечного зближення виникає у відкритому морі за відсутності інших суден у районі можливого зіткнення, в разі вибору лише безпечного ухилення, а не оптимального маневру розходження, а також у разі зближення суден на зустрічних курсах, можна вважати, що небезпека зіткнення існує лише на ділянці ухилення.

У загальному випадку загроза зіткнення найімовірніша під час плавання у стиснених водах, що характеризуються високою щільністю інтенсивності руху суден та наявністю численних навігаційних небезпек. У таких умовах плавання вихід на програмну траєкторію є частиною стратегії безпечного розходження суден. Більше того, навіть на вільній від заважаючих суден і навігаційних небезпек акваторії в разі небезпечного зближення суден на курсах, що



перетинаються, і обгоні зіткнення можливі, як на ділянці ухилення, так і на ділянці повернення на програмну траєкторію руху.

У роботах [5, 6] до стратегії розходження крім ділянки ухилення судна із заданою траєкторією було також включено ділянку повернення на неї, а розрахунок параметрів стратегії проводився з урахуванням обмежень на безпечне розходження для обох ділянок.

Під час детального дослідження проблеми попередження зіткнень суден [5] було встановлено, що залежно від початкової відносної позиції пари суден, що небезпечно зближуються, параметрів їх руху та інерційних характеристик, судна можуть перебувати в різних за загрозою зіткнення підмножинах початкових позицій, що вимагає застосування індивідуальних стратегій розходження. Декомпозиція множини початкових позицій на підмножини P_{ni} ($i=1...3$) проводиться за допомогою двох гранично допустимих дистанцій l_{d1} і l_{d2} ($l_{d1} > l_{d2}$), які розраховуються за допомогою спеціальної процедури.

У підрозділі 1 вказувалося, що у разі, якщо судно здатне розійтися з ціллю в дистанції не меншій від гранично допустимої дистанції l_{d1} , то реалізувалася підмножина початкових позицій P_{n1} , якому відповідає перша стратегія розходження $D_1(t_y, K_y)$. Ця стратегія полягає в тому, що незалежно від співвідношення швидкостей суден розраховується маневр, який містить момент початку ділянки ухилення t_y та курс ухилення K_y , що дозволяють судну розійтися з ціллю в дистанції l_{d1} .

У разі, якщо судно з початкової позиції за будь-якого курсу ухилення не може забезпечити дистанцію найкоротшого зближення D_{min} меншу від першої гранично допустимої дистанції l_{d1} , але більшу, ніж величина l_{d2} , то має місце підмножина початкових позицій P_{n2} , якому відповідає друга стратегія розходження $D_2(K_y = K_{extr})$, що забезпечує найбільшу безпеку розходження суден максимальною дистанцією найкоротшого зближення D_{min} . Оскільки $\max[D_{min}]$ досягається за екстремального курсу K_{otextr} , то цей курс є параметром стратегії D_2 , а ухилення починається у нульовий момент часу.

Найбільш небезпечна ситуація, коли судно потрапляє у підмножину небезпечних позицій P_{n3} ($\max[D_{min}] < l_{d2}$), і виникає ситуація надмірного



зближення, в якій судно мінімізує відносну швидкість зближення з ціллю збільшуючи інтервал часу до позиції мінімального зближення. Для цього судно лягає на курс, що дорівнює зворотному пеленгу на друге судно, залучаючи друге судно у взаємодію, щоб спільними зусиллями компенсувати ситуаційне збурення. У цьому полягає третя стратегія розходження D_3 .

Якщо звернутися до аналітичних виразів, то, як показано в книзі [7], курс ухилення K_y першої стратегії розходження $D_1(t_y, K_y)$ за швидкості судна меншої за швидкість цілі визначається виразом:

$$\begin{aligned}\tilde{K}_{y(s)1} &= \tilde{K}_{oty(s)} + \arcsin[\rho^{-1}\sin(K_c - \tilde{K}_{oty(s)})], \\ \tilde{K}_{y(s)2} &= \tilde{K}_{oty(s)} + \pi - \arcsin[\rho^{-1}\sin(K_c - \tilde{K}_{oty(s)})], \\ \tilde{K}_{y(p)1} &= \tilde{K}_{oty(p)} + \arcsin[\rho^{-1}\sin(K_c - \tilde{K}_{oty(p)})], \\ \tilde{K}_{y(p)2} &= \tilde{K}_{oty(p)} + \pi - \arcsin[\rho^{-1}\sin(K_c - \tilde{K}_{oty(p)})],\end{aligned}$$

де $\tilde{K}_{y(s)}$ і $\tilde{K}_{y(p)}$ – курси судна відповідно під час ухилення вправо та вліво; K_c і ρ – відповідно курс цілі та відношення швидкості судна до швидкості цілі.

Якщо швидкість судна перевищує швидкість цілі, справедливим є вираз:

$$\begin{aligned}\tilde{K}_{y(s)} &= \tilde{K}_{oty(s)} + \arcsin[\rho^{-1}\sin(K_c - \tilde{K}_{oty(s)})], \\ \tilde{K}_{y(p)} &= \tilde{K}_{oty(p)} + \arcsin[\rho^{-1}\sin(K_c - \tilde{K}_{oty(p)})],\end{aligned}$$

причому відносні курси ухилення $\tilde{K}_{oty(s)}$ і $\tilde{K}_{oty(p)}$ визначаються виразами:

$$\tilde{K}_{oty(s)} = \alpha_y + \arcsin\left(\frac{l_{d1}}{l_y}\right), \quad \tilde{K}_{oty(p)} = \alpha_y - \arcsin\left(\frac{l_{d1}}{l_y}\right),$$

де l_y – дистанція між суднами на момент початку ухилення.

Момент початку ухилення t_y розраховується, виходячи з помітності ухилення судна від початкового курсу.

Стратегія розходження $D_2(K_y = K_{extr})$ містить два параметри: час початку ухилення, що дорівнює початковому моменту часу $t_y = t_0$ та курс ухилення K_y , який забезпечує $\max D_{\min}$. Це досягається на екстремальних відносних курсах:

$$K_{ot \min} = \pi + K_c - \arcsin \rho$$

або



$$K_{ot \max} = \pi + K_c + \arcsin \rho.$$

Якщо через K_{extr} позначити екстремальний відносний курс ($K_{ot \min}$ або $K_{ot \max}$), на якому дистанція найкоротшого зближення D_{\min} є максимальною, то вираз для $\max D_{\min}$ має такий вигляд, враховуючи, що ухилення судна провадиться в початковий момент часу:

$$\max D_{\min} = l_n |\sin(K_{extr} - \alpha_n)|,$$

де l_n і α_n – дистанція та пеленг на ціль у початковий момент часу. Очевидно, що під час врахування виразів для $K_{ot \min}$ в $K_{ot \max}$ справедливим є співвідношення $\sin(K_{extr} - \alpha_n) < 1$, отже, $\max D_{\min} < D_n$.

Даним екстремальним відносним курсам ухилення, як впливає з тієї ж книги [7], відповідають справжні курси ухилення:

$$K_{y \min} = K_c + \arccos(\rho) \quad \text{і} \quad K_{y \max} = K_c - \arccos(\rho).$$

У разі коли початкова позиція суден належить підмножині небезпечних ситуацій P_{n3} та використовується стратегія $D_3[K_{y1} = \alpha(t) + \pi]$, яка застосовується у початковий момент часу, а поточний курс K_{y1} дорівнює $K_{y1} = \alpha(t) + \pi$, причому він змінюється так само, як і поточний пеленг $\alpha(t)$. У цьому випадку враховуючи, що курс цілі K_c незмінний, вибір курсу $K_{y1} = \alpha(t) + \pi$ веде до мінімальної небезпеки зіткнення, оскільки мінімізує скорочення дистанції між судном та ціллю.

Повернення судна на програмну траєкторію руху після розходження з ціллю залежить від стратегії розходження, що застосовується. Так, під час використання першої стратегії розходження вибирається курс повернення K_b судна на задану траєкторію, який приблизно на 40° відрізняється від програмного курсу, причому момент повороту t_b на цей курс, який забезпечує безпечне досягнення заданої траєкторії, обчислюється за допомогою виразу:

$$t_b = t_y + \frac{l_{d1} + l_n \sin(\alpha_n - K_{otb}) + V_{otn} t_y \sin(K_{otb} - K_{otn})}{V_{oty} \sin(K_{oty} - K_{otb})},$$

де K_{otn} , K_{oty} і K_{otb} – відповідно відносні курси початковий, ухилення та повернення;

V_{otn} і V_{oty} – відносні швидкості відповідно початкова та ухилення.



У разі розходження судна з ціллю за допомогою другої стратегії після моменту найкоротшого зближення на дистанцію $\max D_{\min}$ судно продовжує слідувати екстремальним курсом $K_y = K_c \pm \arccos(\rho)$, збільшуючи дистанцію до цілі, поки не настане момент часу t_b^* :

$$t_b^* = t_y + \frac{l_{d1} + l_n \sin(\alpha_n - K_{otb}) + V_{otn} t_y \sin(K_{otb} - K_{otn})}{V_{oty} \sin(K_{extr} - K_{otb})}$$

У цей момент судно лягає на курс повернення K_b на програмну траєкторію руху.

Якщо для розходження суден реалізується третя стратегія розходження, то судно йде від цілі на курсі, що дорівнює зворотному пеленгу на ціль, збільшуючи дистанцію до цілі, поки дистанція D між судном та ціллю не стане рівною l_{d2} . У цьому випадку судна, що розходяться, потрапляють з третьої підмножини відносних позицій P_{n3} у другу P_{n2} , в якій оптимальною є друга стратегія $D_2(K_y = K_{extr})$.

Тому в момент часу, коли $D = l_{d2}$, судну слід змінити свій курс на екстремальний $K_y = K_c \pm \arccos(\rho)$ і слідувати ним, доки не стане справедливою рівність $D = l_{d1}$, після чого слід виконати розрахунок поточного значення пеленгу на ціль і виконати розрахунок моменту часу t_b^* повороту на курс повернення K_b за вищенаведеною формулою.

Максимальна безпека повернення судна на програмну траєкторію запропонованим способом очевидна, проте вона і найбільш економічна, особливо в разі реалізації третьої стратегії розходження, коли швидкість зміни дистанції між судном та ціллю є мінімальною.

Зазначені висновки з виходу на програмну траєкторію щодо реалізації гнучких стратегій розходження наведено у роботі [5].

Однак комп'ютерне імітаційне моделювання застосування гнучких стратегій розходження показало, що під час розходження суден на невеликих відстанях за умови успішного ухилення може виникати загроза зіткнення суден під час повернення їх на програмну траєкторію руху, що зумовлює необхідність їх узгоджених дій на цьому етапі процесу розходження.

Здійснюючи ухилення, судно реалізує криволінійну траєкторію спочатку в



один бік, який є ділянкою ухилення, а потім змінює її в інший бік, виходячи на курс повернення до програмної траєкторії, як показано на рисунку 5. За невеликих початкових відстаней немає прямолінійних ділянок ухилення, тобто перехідний процес ухилення трансформується у перехідний процес повернення до програмної траєкторії. Для такого маневру розходження немає аналітичного виразу для розрахунку моментів часу переходу від ухилення до повернення на програмну траєкторію.

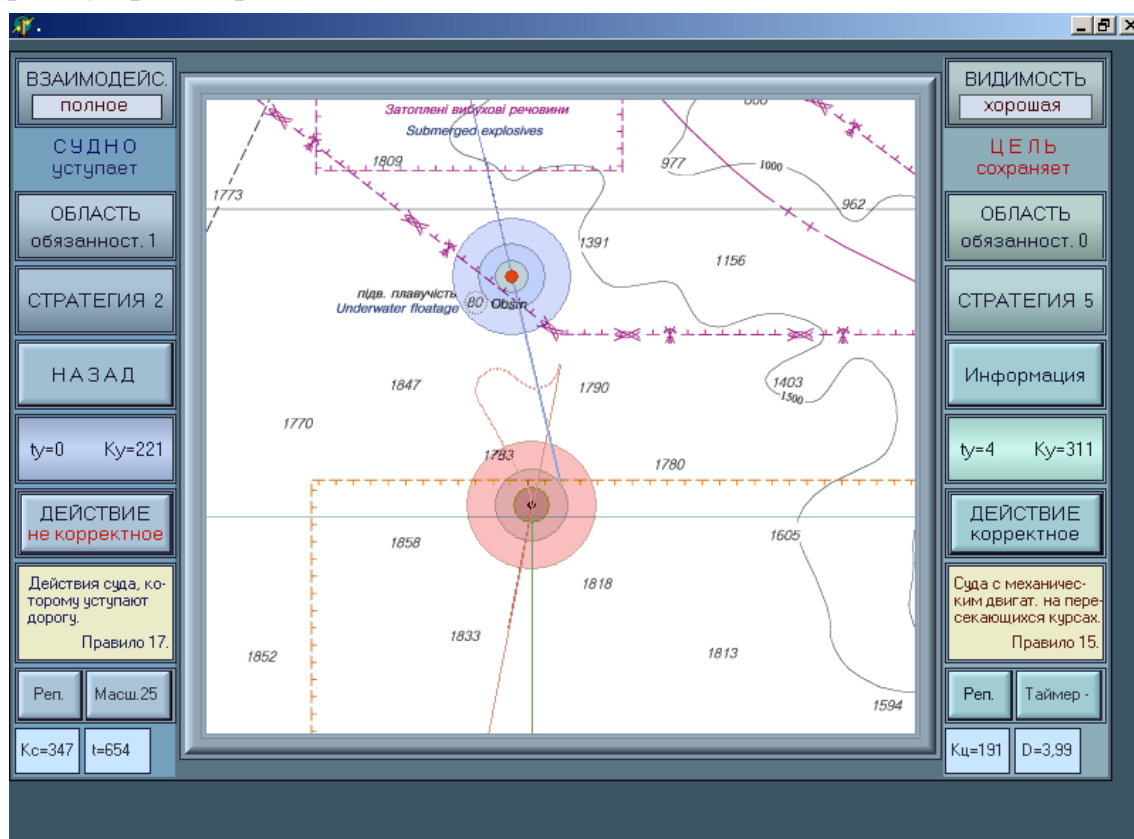


Рисунок 5 – Повернення судна на програмну траєкторію руху

На рисунку 6 звертаємо увагу на те, що ціль виконувала ухилення в лівий бік, а для повернення на програмну траєкторію змінювала курс управо без прямолінійної ділянки між ухиленням та поверненням на програмну траєкторію. Судно робило ухилення теж у лівий бік, але для повернення на задану траєкторію продовжувало рух у той самий бік, здійснюючи повну циркуляцію.

Без належних аналітичних розрахунків, що їх забезпечує математична модель, в результаті наведеного прикладу маневру розходження судна можуть зіткнутися на етапі повернення на задані траєкторії руху.

На рисунку 7 показано ситуацію небезпечного зближення суден на малих відстанях. Для безпечного розходження судна виконали циркуляції у різні



сторони (судно вправо, а ціль вліво), у результаті, повертаючись на задані траєкторії, судна опинилися у ситуації неминучого зіткнення.

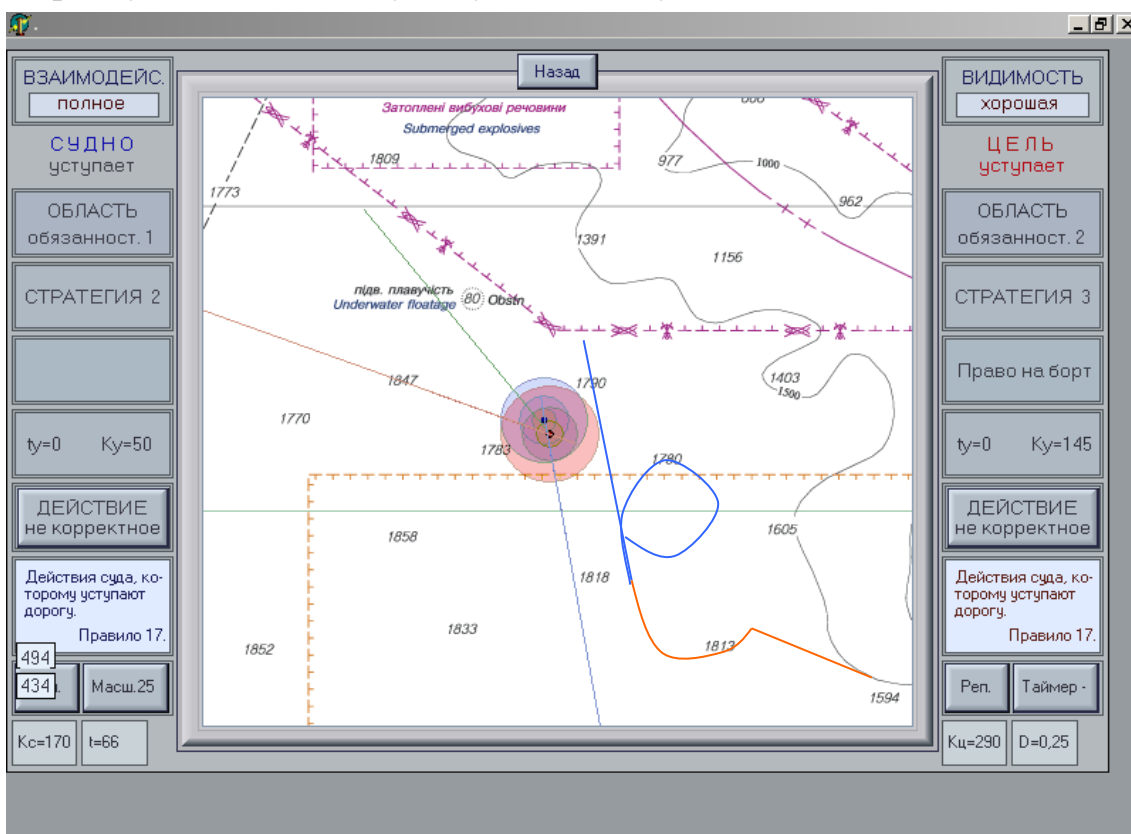


Рисунок 6 – Використання судном циркуляції під час розходження

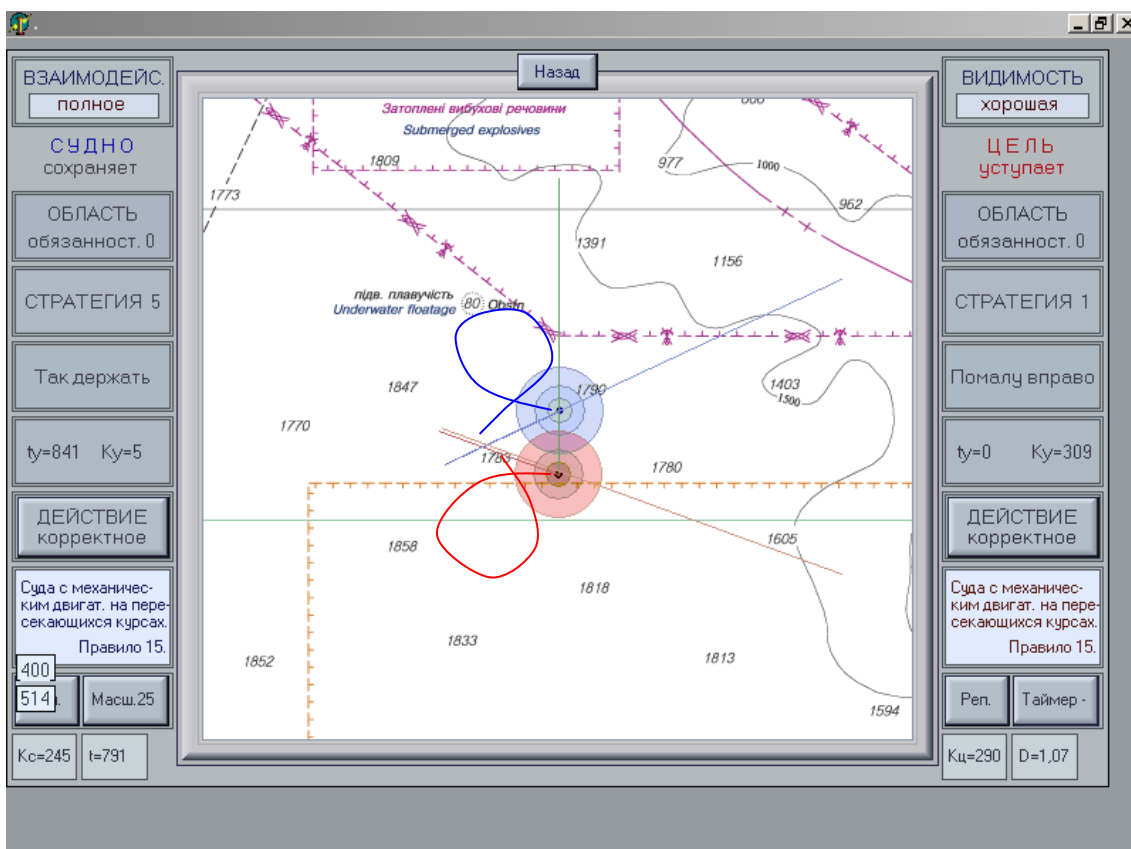




Рисунок 7 – Використання суднами циркуляції під час розходження

Ситуація обгону, коли судно, що обганяє, небезпечно зближується, не виконує маневру ухилення, і судно, яке обганяють, змушене поступитися дорогою, здійснюючи циркуляцію вправо (рисунок 8). Завершення маневру може призвести до зіткнення суден в разі неточного розрахунку моменту часу початку циркуляції.

Таким чином, залежно від початкової позиції судна та цілі, а також від обраних ними стратегій розходження, ділянка виходу на задану траєкторію руху може реалізовуватись різними способами. Слід зазначити, що це питання має велике значення, і потребує глибшого дослідження.

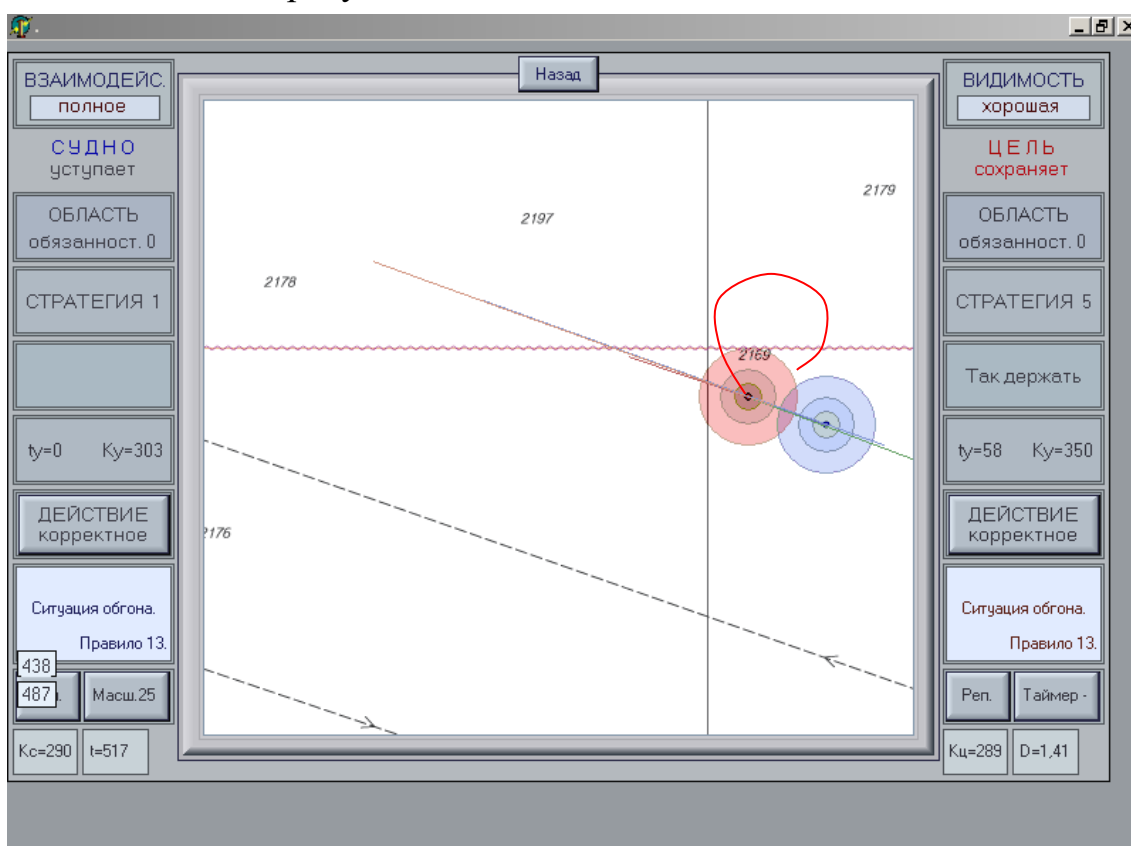


Рисунок 8 – Розходження суден у ситуації обгону

7.4. Координація суден під час їхнього повернення на програмні траєкторії руху

Розглянемо принцип координації суден під час вибору їми безпечних маневрів повернення програмні траєкторії руху. У загальному випадку кожне з суден під час маневру може вибрати один із трьох варіантів: повороту вправо,



повороту вліво або продовжити слідувати незмінним курсом. Для судна такі маневри позначимо відповідно $G_+^{(v)}$, $G_-^{(v)}$ і $G_0^{(v)}$, а для цілі $G_+^{(c)}$, $G_-^{(c)}$ і $G_0^{(c)}$. Координація передбачає вибір парного маневру для судна та цілі залежно від початкової ситуації, що забезпечує їхнє безпечне повернення на програмні траєкторії. За таких умов суттєвою є зміна відносного курсу K_{ot} від зміни курсів судна і цілі K_v і K_c .

Знайдемо таку залежність, виходячи з того, що в роботі [7] наведено вираз відносного курсу K_{ot} у функції курсів K_v , K_c і швидкостей V_v , V_c судна та цілі, яке має наступний вигляд:

$$K_{ot} = \arcsin\left[\frac{(V_v \sin K_v - V_c \sin K_c)}{V_{ot}}\right].$$

Для отримання необхідної залежності необхідно цей вираз спочатку продиференціювати за курсом судна K_v , а потім отриманий результат – за курсом цілі K_c .

Похідна вихідного виразу за курсом K_v :

$$\frac{dK_{ot}}{dK_v} = \left\{1 - \frac{(V_v \sin K_v - V_c \sin K_c)^2}{V_{ot}^2}\right\}^{-1/2} \frac{d}{dK_v} \left[\frac{(V_v \sin K_v - V_c \sin K_c)}{V_{ot}}\right],$$

після перетворень співвідношення виражається так:

$$\frac{\partial K_{ot}}{\partial K_v} = \frac{V_v(V_v - V_c \cos \Delta K)}{V_v^2 + V_c^2 - 2 V_v V_c \cos \Delta K},$$

де $\Delta K = K_v - K_c$.

Розділимо чисельник і знаменник виразу на V_v^2 :

$$\frac{\partial K_{ot}}{\partial K_v} = \frac{1 - \rho \cos \Delta K}{1 + \rho^2 - 2 \rho \cos \Delta K}, \quad (3)$$

де $\rho = \frac{V_c}{V_v}$, причому $V_v > V_c$ и $\rho < 1$.

Для пошуку залежності зміни величини відносного курсу K_{ot} від одночасної зміни курсів обох суден K_v і K_c необхідно вираз (3) продиференціювати за змінною K_c :



$$\frac{\partial^2 K_{ot}}{\partial K_v \partial K_c} = \frac{\frac{\partial}{\partial K_c} (1 - \rho \cos \Delta K)(1 + \rho^2 - 2 \rho \cos \Delta K)}{(1 + \rho^2 - 2 \rho \cos \Delta K)^2} - \frac{(1 - \rho \cos \Delta K) \frac{\partial}{\partial K_c} (1 + \rho^2 - 2 \rho \cos \Delta K)}{(1 + \rho^2 - 2 \rho \cos \Delta K)^2} \quad (4)$$

Знаходимо необхідні похідні:

$$\frac{\partial}{\partial K_c} (1 - \rho \cos \Delta K) = -\rho \sin \Delta K,$$

$$\frac{\partial}{\partial K_c} (1 + \rho^2 - 2 \rho \cos \Delta K) = -2 \rho \sin \Delta K.$$

Підставляємо отримані вирази у формулу (4) та отримуємо:

$$\frac{\partial^2 K_{ot}}{\partial K_v \partial K_c} = \frac{(-\rho \sin \Delta K)(1 + \rho^2 - 2 \rho \cos \Delta K) - (1 - \rho \cos \Delta K)(-2 \rho \sin \Delta K)}{(1 + \rho^2 - 2 \rho \cos \Delta K)^2}.$$

Перетворимо отриманий вираз:

$$\frac{\partial^2 K_{ot}}{\partial K_v \partial K_c} = \frac{(-\rho \sin \Delta K)[(1 + \rho^2 - 2 \rho \cos \Delta K) - 2(1 - \rho \cos \Delta K)]}{(1 + \rho^2 - 2 \rho \cos \Delta K)^2}.$$

Остаточно отримуємо шуканий вираз:

$$\frac{\partial^2 K_{ot}}{\partial K_v \partial K_c} = \rho \sin \Delta K \left[\frac{2(1 - \rho \cos \Delta K) - (1 + \rho^2 - 2 \rho \cos \Delta K)}{(1 + \rho^2 - 2 \rho \cos \Delta K)^2} \right]. \quad (5)$$

На рисунку 9 показано залежність зміни відносного курсу $\frac{\partial^2 K_{ot}}{\partial K_1 \partial K_2}$, яка на рисунку позначена dK_{ot} , від різниці курсів суден ΔK , позначеної на рисунку dK .

Парні маневри судна і цілі становлять набір із восьми можливих варіантів (виключаючи варіант сталості курсів судна і цілі):

$$M_{o,+} = (G_o^{(v)}, G_+^{(c)}), M_{o,-} = (G_o^{(v)}, G_-^{(c)}), M_{+,o} = (G_+^{(v)}, G_o^{(c)}), M_{-,o} = (G_-^{(v)}, G_o^{(c)}),$$

$$M_{+,+} = (G_+^{(v)}, G_+^{(c)}), M_{+,-} = (G_+^{(v)}, G_-^{(c)}), M_{-,+} = (G_-^{(v)}, G_+^{(c)}), M_{-,-} = (G_-^{(v)}, G_-^{(c)}).$$

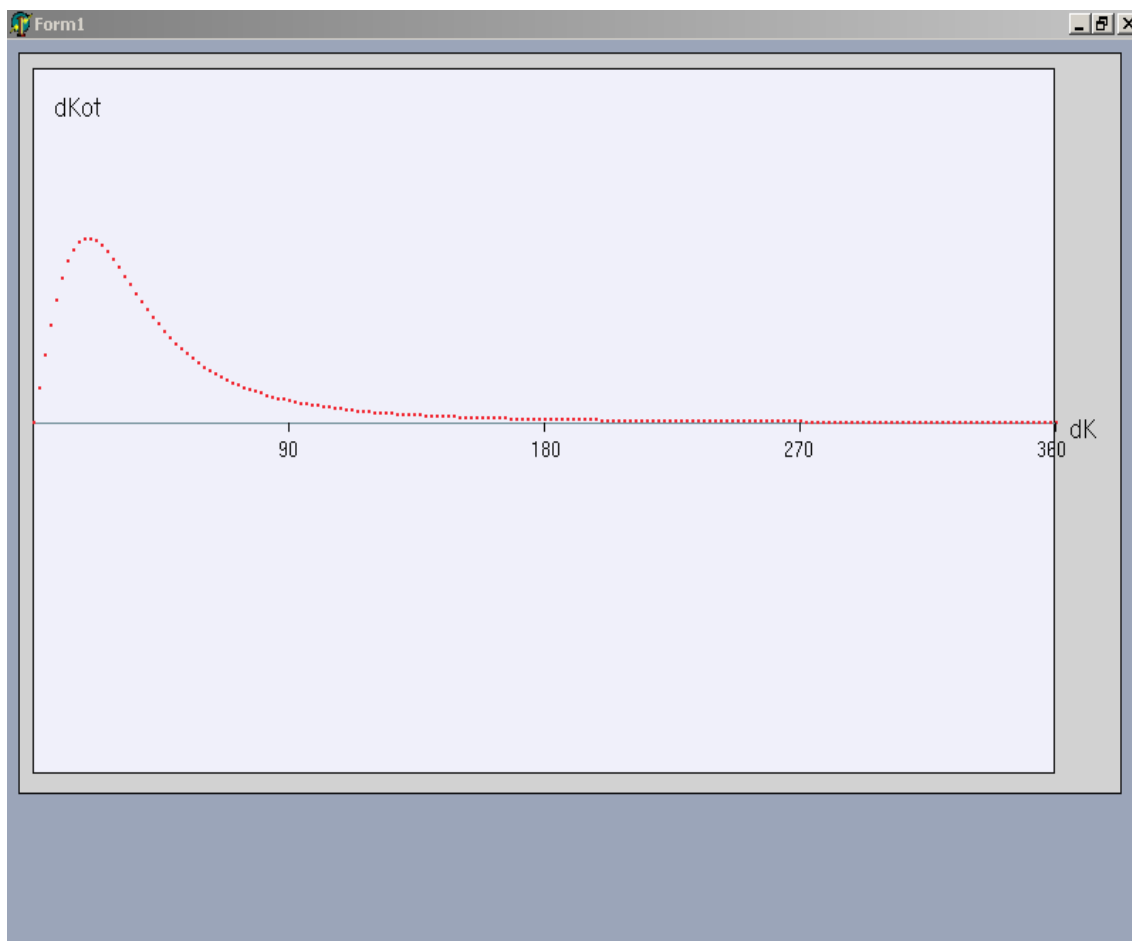


Рисунок 9 – Залежність відносного курсу dKot від різниці курсів суден dK

Перелічені парні маневри судна та цілі вибираються в початковий момент часу ($t=0$), тому вираз для відносної кутової швидкості ω_{otb} на початку маневру виходу визначається виразом:

$$\omega_{ot}(t=0) = \frac{V_v \cos(K_{vy})\omega_{vb} - V_c \cos(K_{cy})\omega_c}{V_v \cos(K_{vy}) + V_c \cos(K_{cy})} - \frac{[V_v \sin(K_{vy}) - V_c \sin(K_{cy})]V_v V_c \sin(\Delta K_y)\Delta\omega_b}{[V_v \cos(K_{vy}) + V_c \cos(K_{cy})]V_{ot}^2} \quad (6)$$

Аналіз отриманих виразів (5) та (6) дозволяє оцінити доцільність застосування тих чи інших парних маневрів у різних початкових ситуаціях. Для визначеності вважатимемо, що швидкість судна перевищує швидкість цілі, тобто $V_v > V_c$.

В результаті аналізу отримано такі результати. Якщо реалізується парний маневр $M_{o,+} = (G_o^{(v)}, G_+^{(c)})$, під час якого $\frac{\partial K_v}{\partial t} = 0$ і $\frac{\partial K_c}{\partial t} > 0$, то у випадку



$K_c \in [K_{c\min}, K_{c\max}]$ має місце співвідношення $\frac{\partial K}{\partial K_c} > 0$, якщо ж $K_c \in [K_{c\max}, K_{c\min}]$,

то $\frac{\partial K}{\partial K_c} < 0$. Причому значення $K_{c\max}$ і $K_{c\min}$ розраховуються за формулами

$$K_{c\min} = K_1 + \arccos(p) \text{ і } K_{c\max} = K_1 - \arccos(p).$$

Під час парного маневру $M_{o,-} = (G_o^{(v)}, G_o^{(c)})$, коли $\frac{\partial K_v}{\partial t} = 0$ і $\frac{\partial K_c}{\partial t} < 0$, в разі

$K_c \in [K_{c\min}, K_{c\max}]$ справедлива нерівність $\frac{\partial K}{\partial K_c} < 0$, якщо ж $K_c \in [K_{c\max}, K_{c\min}]$, то

$$\frac{\partial K}{\partial K_c} > 0.$$

У разі парного маневру $M_{+,o} = (G_+^{(v)}, G_o^{(c)})$ ($\frac{\partial K_v}{\partial t} > 0$ і $\frac{\partial K_c}{\partial t} = 0$) справедливо

$\frac{\partial K}{\partial K_v} > 0$, а парний маневр $M_{-,o} = (G_-^{(v)}, G_o^{(c)})$, під час якого $\frac{\partial K_v}{\partial t} < 0$ і $\frac{\partial K_c}{\partial t} = 0$

характеризується нерівністю $\frac{\partial K}{\partial K_v} < 0$.

Для парних маневрів, коли курс змінюють обидва судна, справедливі наступні співвідношення.

Парний маневр $M_{+,+} = (G_+^{(v)}, G_+^{(c)})$, коли $\frac{\partial K_v}{\partial t} > 0$ і $\frac{\partial K_c}{\partial t} > 0$, незалежно від

різниці курсів ΔK характеризується нерівністю $\frac{\partial^2 K}{\partial K_v \partial K_c} > 0$.

Для парного маневру $M_{+,-} = (G_+^{(v)}, G_-^{(c)})$ ($\frac{\partial K_v}{\partial t} > 0$ і $\frac{\partial K_c}{\partial t} < 0$) за різниці курсів

180 і 270 градусів величина $\frac{\partial^2 K}{\partial K_v \partial K_c} \approx 0$, а коли різниця курсів дорівнює 0 і 90

градусів $\frac{\partial^2 K}{\partial K_v \partial K_c} > 0$, причому максимальне значення припадає за $\Delta K = 0$.

Парний маневр $M_{-,+} = (G_-^{(v)}, G_+^{(c)})$, для якого $\frac{\partial K_v}{\partial t} < 0$ і $\frac{\partial K_c}{\partial t} > 0$, зміна

відносного курсу також залежить від різниці курсів ΔK . Так, за $\Delta K = 180$ і ΔK



$=90$ справедливо $\frac{\partial^2 K}{\partial K_v \partial K_c} \approx 0$, а у випадку $\Delta K = 0$ і $\Delta K = 270$ має місце $\frac{\partial^2 K}{\partial K_v \partial K_c} < 0$

, причому найбільша зміна за $\Delta K = 0$.

Заключний парний маневр $M_{-,-} = (G_-^{(v)}, G_-^{(c)})$, або $\frac{\partial K_v}{\partial t} < 0$ і $\frac{\partial K_c}{\partial t} < 0$,

незалежно від значення ΔK характеризується нерівністю $\frac{\partial^2 K}{\partial K_v \partial K_c} < 0$.

Під час вибору парного маневру для конкретної ситуації необхідно враховувати сторону повороту, необхідну виходу на програмну траєкторію руху. Параметр, що характеризує необхідну сторону повороту, позначимо через q , причому повороту вправо відповідає $q=1$, а повороту вліво $q=-1$. Необхідний бік повороту для судна визначається за допомогою виразу $q_v = -\text{sign}(\Delta_{yv})$, а для цілі $q_c = -\text{sign}(\Delta_{yc})$.

Розглянемо вибір парного маневру виходу на програмну траєкторію руху за різних початкових ситуацій, причому початкову ситуацію характеризують такі параметри: різниця курсів ΔK , необхідні боки найкоротшого повороту q_v , q_c , знак кутової швидкості відносного обертання ω_{otb} , а також значення відносного початкового курсу K_{oto} і пеленг із судна на ціль α_o . Для кожної початкової ситуації виберемо найбільш підходящий парний маневр з урахуванням типу траєкторій повернення програмну траєкторію руху.

У випадку, коли ухилення з програмною траєкторією виконували обидва судна, причому $q_v=1$ і $q_c=-1$, різниця курсів ΔK дорівнює від 0 до 90° , різниця початкового пеленгу та відносного курсу $\gamma = K_{oto} - \alpha_o \in [90, 180]$, безпечне розходження можливе за зміни відносного курсу до збільшення, тобто $\frac{\partial^2 K}{\partial K_v \partial K_c} > 0$. Це можливо під час використання парного маневру $M_{+,-}$, причому

кожне з суден виконує маневр виходу, використовуючи перший тип траєкторії повернення (у бік програмної траєкторії).

Якщо ж вихідна ситуація відрізняється від попередньої лише іншим значенням $\gamma \notin [90, 180]$, то вибирається парний маневр $M_{+,+}$, для якого



$\frac{\partial^2 K}{\partial K_v \partial K_c} > 0$ незалежно від значення різниці курсів ΔK , однак ціль виконує циркуляцію, використовуючи другий тип траєкторії повернення.

Якщо ж ухилення з програмної траєкторії виконували обидва судна, а для повернення необхідні $q_v = -1$ і $q_c = 1$ за різниці курсів ΔK , що дорівнює від 270 до 0° , різниця початкового пеленгу та відносного курсу $\gamma \in [180, 270]$, безпечне розходження можливе за зміни відносного курсу до зменшення, тобто

$\frac{\partial^2 K}{\partial K_v \partial K_c} < 0$. Це можливо під час використання парного маневру $M_{-,+}$, причому

кожне з суден виконує маневр виходу, використовуючи перший тип траєкторії повернення (у бік програмної траєкторії).

Якщо величина γ приймає інші значення, то вибирається парний маневр

$M_{-,-}$, під час якого $\frac{\partial^2 K}{\partial K_v \partial K_c} < 0$ та судно, здійснюючи циркуляцію, реалізує

другий тип траєкторії повернення.

У ситуації, коли для повернення необхідні $q_v = 1$ і $q_c = 1$ за довільної різниці курсів ΔK і різниця початкового пеленгу та відносного курсу $\gamma \in [90, 270]$, безпечне розходження можливе зі збільшенням відносного курсу, тобто

$\frac{\partial^2 K}{\partial K_v \partial K_c} > 0$, що можливе під час використання парного маневру $M_{+,+}$, причому

кожне з суден виконує маневр виходу, використовуючи перший тип траєкторії повернення.

За такої ж початкової ситуації можливе застосування парного маневру. $M_{+,-}$, причому ціль виконує відхилення через зменшення курсу, здійснюючи циркуляцію, тобто використовуючи другий тип траєкторії повернення.

Якщо реалізується ситуація, коли для повернення необхідні $q_v = -1$ і $q_c = -1$, різниця курсів ΔK довільна і різниця початкового пеленгу та відносного курсу $\gamma \in [90, 270]$, безпечне розходження можливе в разі зменшення відносного курсу,

тобто $\frac{\partial^2 K}{\partial K_v \partial K_c} < 0$, що можливо під час використання парного маневру $M_{-,-}$,

причому кожне з суден виконує маневр виходу, використовуючи перший тип



траєкторії повернення.

За такої ж початкової ситуації можливе застосування парного маневру $M_{-,+}$, причому ціль виконує відхилення через збільшення курсу, здійснюючи циркуляцію, тобто використовуючи другий тип траєкторії повернення.

У ситуаціях, коли одне з суден не виконувало ухилення із заданої траєкторії, можливі наступні варіанти траєкторії повернення. Перші дві ситуації характерні відсутністю ухилення судна, а ухилення виконувала тільки ціль. Якщо значення $q_v=0$ і $q_c=1$, незалежно від значення ΔK за $V_v > V_c$ і курсі цілі $K_c \in [K_{c\min}, K_{c\max}]$

, а також $\gamma \in [90, 180]$, безпечний маневр повернення можливий, коли $\frac{\partial K}{\partial K_c} > 0$,

тобто під час парного маневру $M_{o,+}$. За тієї ж початкової ситуації, якщо $V_v \leq V_c$, то парний маневр $M_{o,+}$ є доцільним за будь-яких значень K_c .

За значень $q_v=0$ і $q_c=1$, будь-яких значеннях ΔK за $V_v > V_c$ і курсі цілі $K_c \in [K_{c\max}, K_{c\min}]$, у разі $\gamma \in [180, 270]$, безпечний маневр повернення можливий,

коли $\frac{\partial K}{\partial K_c} < 0$, що має місце під час парного маневру $M_{o,+}$.

У випадку, коли $q_v=0$ і $q_c=-1$, незалежно від значення ΔK за $V_v > V_c$ і $K_c \in [K_{c\min}, K_{c\max}]$, а також $\gamma \in [180, 270]$ для безпечного маневру необхідно

$\frac{\partial K}{\partial K_c} < 0$, що забезпечує парний маневр $M_{o,-}$. Цей маневр є доцільним і за

$V_v \leq V_c$.

За тієї ж початкової ситуації, але з умовою $K_c \in [K_{c\max}, K_{c\min}]$ і $\gamma \in [90, 180]$

безпека маневру виходу гарантується співвідношенням $\frac{\partial K}{\partial K_c} > 0$, тобто парним

маневром $M_{o,-}$.

У випадку, коли ухилення з програмної траєкторії руху виконувало лише судно, тобто $q_v = \pm 1$ і $q_c = 0$, доцільним є використання парних маневрів $M_{+,o}$ і $M_{-,o}$. Умови застосування зазначених парних маневрів аналогічні умовам під час маневрування цілі.

Перелік початкових ситуацій G_i та відповідні їм парні маневри $M_{i,j}$



безпечного виходу судна та цілі на програмні траєкторії наведено в таблиці 2.

Таблиця 2 – Відповідність парних маневрів $M_{i,j}$ початковим ситуаціям G_i

G_i	q_v	q_c	ΔK	γ	$M_{i,j}$	Tr_v	Tr_c	Прим.
G_1	1	-1	$\Delta K \in [0,90]$	$\gamma \in [90,180]$	$M_{+,-}$	1 тип	1 тип	
G_2	1	-1	-	$\gamma \notin [90,180]$	$M_{+,+}$	1 тип	2 тип	
G_3	-1	1	$\Delta K \in [270,360]$	$\gamma \in [180,270]$	$M_{-,+}$	1 тип	1 тип	
G_4	-1	1	-	$\gamma \notin [180,270]$	$M_{-,-}$	2 тип	1 тип	
G_5	1	1	-	$\gamma \in [90,270]$	$M_{+,+}$	1 тип	1 тип	
G_6	1	1	-	$\gamma \in [90,270]$	$M_{+,-}$	1 тип	2 тип	
G_7	-1	-1	-	$\gamma \in [90,270]$	$M_{-,-}$	1 тип	1 тип	
G_8	-1	-1	-	$\gamma \in [90,270]$	$M_{-,+}$	1 тип	2 тип	
G_9	0	1	$K_c \in [K_{c\min}, K_{c\max}]$	$\gamma \in [90,180]$	$M_{o,+}$	-	1 тип	$V_v > V_c$
G_{10}	0	1	-	$\gamma \in [90,180]$	$M_{o,+}$	-	1 тип	$V_v \leq V_c$
G_{11}	0	1	$K_c \in [K_{c\max}, K_{c\min}]$	$\gamma \in [180,270]$	$M_{o,+}$	-	1 тип	$V_v > V_c$
G_{12}	0	-1	$K_c \in [K_{c\min}, K_{c\max}]$	$\gamma \in [180,270]$	$M_{o,-}$	-	1 тип	$V_v > V_c$
G_{13}	0	-1	-	$\gamma \in [180,270]$	$M_{o,-}$	-	1 тип	$V_v \leq V_c$
G_{14}	1	0	$K_v \in [K_{v\min}, K_{v\max}]$	$\gamma \in [90,180]$	$M_{+,o}$	1 тип	-	$V_c > V_v$
G_{15}	1	0	-	$\gamma \in [90,180]$	$M_{+,o}$	1 тип	-	$V_c \leq V_v$
G_{16}	1	0	$K_v \in [K_{v\max}, K_{v\min}]$	$\gamma \in [180,270]$	$M_{+,o}$	1 тип	-	$V_c > V_v$
G_{17}	-1	0	$K_v \in [K_{v\min}, K_{v\max}]$	$\gamma \in [180,270]$	$M_{-,o}$	1 тип	-	$V_c > V_v$
G_{18}	-1	0	-	$\gamma \in [180,270]$	$M_{-,o}$	1 тип	-	$V_c \leq V_v$

У наведеній таблиці знаходяться ситуації та парні маневри, що належать до першої підмножини Mn_1 , для яких характерно збільшення дистанції між судном і ціллю.



7.5. Розробка методу оперативного управління судном під час виходу на програмну траєкторію за станом поточної ситуації

Отримані в попередніх підрозділах результати вибору маневру виходу судна на програмну траєкторію руху носять характер першого наближення вирішення поставленого завдання. Справа в тому, що тип траєкторії повернення судна (з трьох можливих) на програмну траєкторію визначається значеннями відносного курсу K_{oto} та швидкістю його зміни ω_{ot} . Однак значення та знак відносної кутової швидкості ω_{ot} , навіть якщо курс змінює тільки оперуюче судно з постійною кутовою швидкістю, водночас змінюється величина відносного курсу K_{oto} . Під час маневрування суден на невеликих відстанях відбуваються значні зміни пеленгу на ціль, а реальний характер поведінки судна під час повороту відрізняється від поведінки, описаної наближеною моделлю обертального руху з постійною кутовою швидкістю. В силу зазначених причин раніше розглянутими процедурами можна робити лише наближений висновок про характер зміни дистанції між суднами протягом усього маневру повернення судна на програмну траєкторію.

Тому з метою підвищення ефективності вибору безпечного маневру виходу судна на програмну траєкторію руху пропонується метод оперативного керування судном під час виходу на програмну траєкторію за станом поточної ситуації, що враховує раніше отримані теоретичні результати та забезпечує як відсутність небезпечного зближення з ціллю, так і точний вихід на програмну траєкторію руху.

У даному методі використовуються три раніше розглянуті типи траєкторії повернення судна на програмну траєкторію руху, а реалізація методу передбачена на сучасних комп'ютерах, що володіють високою швидкодією.

Допустимість використання кожного з типів траєкторії визначається її безпекою, що характеризується співвідношенням дистанції найкоротшого зближення. $\min L$ із гранично допустимою дистанцією L_d . Якщо для траєкторії виконується нерівність $\min L \geq L_d$, то траєкторія є допустимою. Якщо для певної початкової ситуації допустимими є кілька типів, то вибирається той, для реалізації якого потрібно менше часу. За витратами часу найкращим є перший



тип траєкторії, потім другий тип і найбільше часу йде на реалізацію третього типу.

Слід зазначити, що перший та другий типи траєкторій виходу судна можуть бути як допустимими, так і небезпечними, тоді як третій тип (за визначенням) завжди допустимий. Тому алгоритм вибору безпечного оптимального за витратами часу маневру повернення судна на програмну траєкторію полягає в наступному.

Оскільки найкращим є перший тип траєкторії, то спочатку проводиться перевірка допустимості його реалізації, для чого слід визначити дистанцію мінімального зближення $\min L_1$ та порівняти її зі значенням гранично допустимої дистанції L_d . Величина дистанції L_d задана, а значення $\min L_1$ слід визначити. Для цього за запропонованою в роботі моделі розраховуються параметри маневру розходження з першим типом траєкторії, що використовуються як перше наближення. Потім, використовуючи динамічну модель судна, яка найбільше адекватно описує рух судна під час маневрування, прораховують його координати $X_v(t)$, $Y_v(t)$ через невеликі інтервали часу Δt , одночасно, виходячи з параметрів руху цілі та її кутової швидкості, якщо вона виконує поворот, розраховують її координати $X_c(t)$, $Y_c(t)$. За допомогою отриманих координат на кожний інтервал часу Δt здійснюється розрахунок поточної дистанції L_t між суднами:

$$L_t = \sqrt{[X_c(t) - X_v(t)]^2 + [Y_c(t) - Y_v(t)]^2}.$$

Прорахувавши за допомогою комп'ютера дистанції між судном та ціллю протягом усього маневру повернення, вибирається найменша $\min L_1$, яка порівнюється з гранично допустимою L_d , у результаті визначається допустимість першого типу траєкторії повернення судна. Якщо маневр є допустимим, то отримані після його прорахунку уточнені параметри маневру повернення, методика визначення яких розглянемо пізніше, реалізуються в реальному маневрі повернення судна. У цьому випадку судно може повернутися на програмну траєкторію з мінімальними втратами часу.

Якщо ж перший тип траєкторії повернення в результаті порівняння величин $\min L_1$ і L_d виявиться неприпустимим, слід провести перевірку другого типу траєкторії повернення. Для цього за раніше отриманими аналітичними виразами проводиться розрахунок параметрів маневру повернення з використанням



другого типу траєкторії, а потім, аналогічно до попереднього випадку, проводиться прорахунок координат судна, цілі та дистанції між ними. Мінімальне значення дистанції між ними $\min L_2$ і дистанції L_d визначають допустимість другого типу траєкторії повернення судна. У разі допустимості траєкторії судном провадиться реалізація маневру з уточненими під час прорахунку параметрами.

В іншому випадку проводиться розрахунок параметрів маневру третім типом траєкторії повернення, виконується його прорахунок, визначення величини $\min L_3$ та її допустимість.

За недостатнього для допустимості маневру повернення значення $\min L_3$ необхідно збільшити час проходження судна курсом ухилення, що веде до зростання величини дистанції найкоротшого зближення, та повторно прорахувати значення $\min L_3$. Для отримання допустимого маневру виходу з третім типом траєкторії повернення потрібно трохи більше трьох ітерацій.

Для підвищення точності попередніх значень параметрів маневру виходу з використанням будь-якого типу траєкторій повернення можна використовувати математичні моделі обертального руху судна, що враховують динаміку судна у поворотності. Так, у роботі [7] розроблено метод розрахунку тимчасових поправок для врахування інерційності судна під час виконання поворотів.

Для розрахунку тривалості повороту судна τ та збільшення його координат ΔX_v і ΔY_v слід використовувати третю (найточнішу) динамічну модель зміни курсу судна K під час його повороту в залежності від кута кладки пера керма β_k , яка описується неоднорідним лінійним диференціальним рівнянням третього порядку з постійними коефіцієнтами, що має такий вигляд [7]:

$$T_1 T_2 \ddot{K} + (T_1 + T_2) \dot{K} + K = k_\omega \beta_k,$$

де T_1 і T_2 – постійні часу, що характеризують інерційні властивості судна;

– k_ω - коефіцієнт ефективності керма.

Для повороту судна використовують дві фази кладки пера керма. На першій фазі, у початковий момент часу проводиться перекидання керма на певний кут β_k і кермо утримується в такому положенні протягом інтервалу часу τ_1 . Після цього провадиться перекидання пера керма на протилежний борт на ту саму величину і гаситься інерція повороту судна протягом інтервалу часу τ_2 , після закінчення



якого судно виходить на заданий курс, кутова швидкість повороту обертається в нуль, а перо керма наводиться в діаметральну площину судна.

Отже, до розрахунку величини часу повороту судна τ необхідно обчислити інтервали часу τ_1 і τ_2 , які у сумі дають її величину.

Очевидно, що поточне значення курсу судна на першій і другій фазах повороту має різний аналітичний вираз, тому поточне значення курсу судна на першій фазі повороту позначено через \bar{K} , а на другій – через \tilde{K} .

Значення курсу судна на першій та другій фазах повороту, які відрізняються положенням пера керма відносно діаметральної площини судна, мають наступні аналітичні вирази.

На першій фазі повороту, тривалість якої становить інтервал часу τ_1 , поточне значення курсу судна описується аналітичним виразом:

$$\bar{K} = K_o + a_\omega \{t - \{T_1^2 [1 - \exp(-t/T_1)] - T_2^2 [1 - \exp(-t/T_2)]\} / (T_1 - T_2)\},$$

де $a_\omega = k_\omega \beta_k$ – значення кутової швидкості повороту судна, що встановилася після перекидання пера керма на кут β_k .

На другій фазі повороту після завершення інтервалу часу τ_1 виконується перекидання пера керма на протилежний борт на кут $-\beta_k$ і впродовж інтервалу часу τ_2 відбувається отримування судна. У цьому випадку поточне значення курсу описується виразом:

$$\tilde{K} = K - a_\omega t + a_\omega \{2 - [T_1 \exp(-\Delta t_k / T_1) - T_2 \exp(-\Delta t_k / T_2)] / (T_1 - T_2)\} \times \\ \{T_1^2 [1 - \exp(-t/T_1)] - T_2^2 [1 - \exp(-t/T_2)]\} / (T_1 - T_2).$$

Враховуючи, що під час повороту збільшення курсу судна на першій і другій фазах має дорівнювати заданій зміні курсу, а кутова швидкість до моменту завершення повороту повинна обертатися в нуль, інтервали часу τ_1 і τ_2 знаходяться за допомогою виразів:

$$\tau_1 = \tau_2 + \{T_1^2 [1 - \exp(-\tau_1 / T_1)] - T_2^2 [1 - \exp(-\tau_1 / T_2)]\} / (T_1 - T_2) - \\ - \{2 - [T_1 \exp(-\tau_1 / T_1) - T_2 \exp(-\tau_1 / T_2)] / (T_1 - T_2)\} \times \\ \times \{T_1^2 [1 - \exp(-\tau_2 / T_1)] - T_2^2 [1 - \exp(-\tau_2 / T_2)]\} / (T_1 - T_2) + \Delta K / a_\omega, \quad (7)$$

де ΔK – задана зміна курсу протягом маневру.



Друге рівняння, що характеризує зв'язок τ_1 і τ_2 має вигляд:

$$\tau_2 = -T_1 \ln \left\{ (T_2/T_1) \exp(-\tau_2/T_2) + [(T_1-T_2)/T_1] \times \right. \\ \left. \times \{ 2 - [T_1 \exp(-\tau_1/T_1) - T_2 \exp(-\tau_1/T_2)] / (T_1-T_2) \}^{-1} \right\}. \quad (8)$$

Таким чином, для розрахунку величин τ_1 і τ_2 методом простих ітерацій, задаючись попереднім значенням τ_1 , за допомогою виразу (7) обчислюється значення τ_2 , яке потім підставляється у вираз (8) для розрахунку наступного значення τ_1 . Слід зазначити, що для початкового наближення слід вибрати значення τ_1 і τ_2 , отримані з математичної моделі обертального руху першого ладу, тобто

$$\tau_1 = \Delta K / a_\omega, \quad \tau_2 = 0.$$

Збільшення координат ΔX_v і ΔY_v маневруючого судна знаходяться з виразів:

$$\Delta X_v = \int_0^{\tau_1} V_v \sin[K_{v0} + \bar{K}] dt + \int_0^{\tau_2} V_v \sin[K_{v0} + K(\Delta\tau_1) + \tilde{K}] dt, \\ \Delta Y_v = \int_0^{\tau_1} V_v \cos[K_{v0} + \bar{K}] dt + \int_0^{\tau_2} V_v \cos[K_{v0} + K(\Delta\tau_1) + \tilde{K}] dt,$$

причому обчислення певних інтегралів здійснюється методом Сімпсона.

За допомогою наведених виразів розраховуються початкові значення параметрів маневру повернення судна програмну траєкторію з урахуванням типу траєкторії повернення. Оскільки курс виходу K_b судна на програмну траєкторію та його програмний курс K_o є заданими величинами, необхідно розрахувати тільки моменти часу початку і кінця поворотів t_{bn} , t_{bk} , t_{kn} і t_{kk} .

Під час перевірки допустимості маневру виходу, коли проводиться прорахунок дистанції між суднами через невеликі інтервали часу, також фіксуються відповідні моменти часу та значення поточного курсу судна. Якщо уточнені параметри маневру повернення позначити \tilde{t}_{bn} , \tilde{t}_{bk} , \tilde{t}_{kn} і \tilde{t}_{kk} , то очевидно, що $\tilde{t}_{bn} = t_{bn}$. Значенню \tilde{t}_{bk} відповідає момент часу, коли під час прорахунку маневру виходу поточне значення курсу судна K_v досягне величини курсу K_b . Цей момент часу відповідає закінченню повороту судна за найбільш адекватною



математичною моделлю, що описує його рух. Отже, закінчення повороту судна на курс повернення визначається співвідношенням $\tilde{t}_{bk} = t(K_v = K_b)$. Надалі судно рухається прямолінійною ділянкою із постійними параметрами руху. Для визначення уточненого значення часу початку повороту на програмну траєкторію руху \tilde{t}_{kn} спочатку необхідно порахувати тривалість повороту судна $\tilde{\tau}_k$ з курсу K_b на програмний курс K_o . Для цього необхідно зафіксувати моменти часу початку зміни курсу K_b та досягнення курсу судна величини програмного курсу K_o , тобто $\tilde{\tau}_k = t(K_v = K_o) - t[(\min(K_v - K_b))]$. За значеннями координат судна на ці моменти часу визначається нормальна відстань L_k до програмної траєкторії на момент початку повороту судна \tilde{t}_{kn} , як показано на рис. 4.6, на момент часу \tilde{t}_{bk} визначається відстань L_b . За отриманими параметрами розраховується час \tilde{t}_{kn} за формулою (рис.4.9):

$$\tilde{t}_{kn} = \tilde{t}_{bk} + \frac{(L_y - L_k)}{V_v \sin(K_o - K_b)}.$$

Завершальний уточнений момент часу визначається співвідношенням:

$$\tilde{t}_{kk} = \tilde{t}_{kn} + \tilde{\tau}_k.$$

Таким чином проводиться перевірка допустимості маневру повернення методом оперативного керування судном під час виходу на програмну траєкторію за станом поточної ситуації з урахуванням найбільш адекватної моделі руху судна та отримання уточнених параметрів маневру.

Висновки

У розділі розглянуто основи теоретичної бази формалізації процесу розходження суден, що використовує методи теорії динамічних n -керованих систем. Показано, що маневр виходу судна на програмну траєкторію руху після безпечного відхилення від цілі вимагає використання теорії мінімальних динамічних систем, що складаються з двох суден. Розглянуто три можливі стратегії розходження в залежності від рівня небезпеки початкової ситуації зближення, які передбачають різні маневри повернення на програмні траєкторії.

Показано, що на вибір типу стратегії розходження судна з ціллю впливають також варіант взаємодії, що реалізувався, і співвідношення швидкостей, причому



виявлено три типи взаємодії мінімальних динамічних систем.

У розділі також розглянуто питання вибору оптимального маневру ухилення судна з урахуванням навігаційних небезпек і суден, що заважають, під час розходження судна і цілі на малих відстанях. В разі екстрених розходжень, коли координата взаємодії суден не регламентується, оптимальним є курс судна, що дорівнює пеленгу з цілі на судно. Показано, що наявність навігаційних небезпек і суден, що заважають, не дозволяє слідувати судну оптимальним курсом ухилення, вимагаючи зробити вибір допустимого курсу ухилення, що мінімально відрізняється від оптимального.

Розглянуто ситуації наявності навігаційних небезпек у районі екстреного розходження, отримано процедури вибору оптимального курсу ухилення для випадків точкової навігаційної небезпеки та лінійної розподіленої небезпеки із заданими координатами кінцевих точок.

Отримано процедуру вибору оптимального ухилення судна під час екстреного маневрування з урахуванням наявності судна, що заважає, яку можна використовувати і за наявності декількох суден, що заважають.

Здійснено дослідження ситуації, коли в районі маневрування одночасно знаходяться точкова навігаційна небезпека й судно, що заважає, та отримана процедура вибору оптимального курсу ухилення. Також розглянуто ситуацію, коли екстрене розходження судна з ціллю відбувається за наявності судна, що заважає, і лінійної розподіленої навігаційної небезпеки. Сформовано аналітичну процедуру розрахунку параметрів оптимального курсу ухилення.

У підрозділі, присвяченому питанню розрахунку параметрів маневру повернення судна на задану траєкторію руху після розходження з ціллю під час використання різних типів стратегії ухилення наголошується, що комп'ютерне імітаційне моделювання процесу розходження показало, що під час розходження суден на невеликих дистанціях за успішного ухилення може виникати загроза зіткнення під час їх повернення на програмну траєкторію руху, що зумовлює необхідність їх узгоджених дій на цьому етапі процесу розходження. Показано такі типові ситуації. Зазначено, що це питання має велике значення, і щодо нього необхідно провести детальні дослідження.

Визначено, що парні маневри судна й цілі становлять набір із восьми можливих варіантів (за винятком варіант сталості курсів судна та цілі) і для кожної початкової ситуації обрано найбільш підходящий парний маневр з урахуванням типу траєкторій повернення на програмну траєкторію руху.



Здійснено розробку методу оперативного керування судном під час виходу на програмну траєкторію за станом поточної ситуації, який враховує раніше отримані теоретичні результати та забезпечує як відсутність небезпечного зближення з ціллю, так і точний вихід на програмну траєкторію руху.

Прорахувавши за допомогою комп'ютера дистанції між судном та ціллю протягом усього маневру повернення, вибирається найменша, яка порівнюється з гранично допустимою, у результаті визначається допустимість обраного типу траєкторії повернення судна. Якщо маневр є допустимим, то отримані в результаті його прорахунку уточнені параметри маневру повернення реалізуються у реальному маневрі повернення судна.