

КАПИТЕЛ 9 / CHAPTER 9⁹

METHOD OF SEARCHING FOR NEW BARKER COMPOSITE CODES

DOI: 10.30890/2709-2313.2025-41-07-018

Вступ

В даний час затребуваність в шумоподібних сигналах (ШПС) визначають властиві цим сигналам якості, які дозволяють забезпечувати високу завадостійкість широкосмугових систем зв'язку (ШСЗ) при передачі конфіденційної інформації у відкритому радіоканалі, особливо в умовах надзвичайних ситуацій. ШПС знаходять застосування у сучасних багатоканальних системах зв'язку з кодовим поділом каналів (CDMA, WCDMA) [1], у системах бездротового зв'язку сімейства 802.11 з технологією розширення спектра методом прямої послідовності (Direct Sequence Spread Spectrum, DSSS) [2], у сучасних радіолокаційних системах [3]. У ролі спеціальних розширювальних послідовностей у мережах WCDMA можуть бути використані М-послідовності, послідовності Гоулда, послідовності Баркера, в системах бездротового зв'язку сімейства 802.11 для розширення спектра використовується послідовність Баркера довжини 11, в сучасних системах радіолокації використовуються коди Баркера довжини 11 і 13.

З усіх ШПС найкращими кореляційними характеристиками володіють, відкриті 1953 року, послідовності Баркера [4]. Величина максимального бічного викиду їхньої автокореляційної функції (АКФ) не перевищує $1/N$, де N - довжина кодової послідовності. Відомих послідовностей Баркера всього 8, максимальна довжина послідовності досягає 13-ти розрядів (табл. 1).

Таблиця №1. Послідовності Баркера

N	канонічна	інверсна	N	дзеркальна	інверсна дзеркальна
2	+1-1	-1+1			
3	+1+1-1	-1-1+1	3	-1+1+1	+1-1-1
4	+1+1+1-1	-1-1-1+1	4	-1+1+1+1	+1-1-1-1
4	+1+1-1+1	-1-1+1-1	4	+1-1+1+1	-1+1-1-1

⁹Authors: Maksymov Volodymyr Vasyliovych, Khrapovitsky Igor Anatoliyovych

Number of characters: 31834

Author's sheets: 0,80



5	+1+1+1-1+1	-1-1-1+1-1	5	+1-1+1+1+1	-1+1-1-1-1
7	+1+1+1-1-1+1-1	-1-1-1+1+1-1+1	7	-1+1-1-1+1+1+1	+1-1+1+1-1-1-1
11	+1+1+1-1-1+1-1+1-1-1- канонічна		11	-1-1-1+1+1+1-1+1+1-1+1 – інверсна	
	-1+1-1-1+1-1-1-1+1+1+1- дзеркальна		11	+1-1+1+1-1+1+1+1-1-1-1 – інв. дзеркальна	
13	+1+1+1+1+1-1-1+1+1-1+1+1-1- канонічна		13	-1-1-1-1-1+1+1-1-1+1+1+1-1 – інверсна	
	+1-1+1-1+1+1-1-1+1+1+1+1+1- дзеркальна		13	-1+1-1+1-1-1+1+1-1-1-1-1-1 – інв. дзеркальна	

Автокореляційна функція послідовностей Баркера [4,5] має властивості скалярного добутку та автокореляційної функції, і тому таку ж АКФ матимуть інверсні, дзеркальні та інверсні дзеркальні послідовності Баркера:

$$\begin{aligned}
 R(k) &= \frac{1}{m} \sum_{i=0}^m c(i)c(i+k) = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^m c_{\text{інв}}(i)c_{\text{інв}}(i+k) = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^m c_{\text{дзерк}}(i)c_{\text{дзерк}}(i+k) \\
 &= \frac{1}{m} \sum_{i=0}^m c_{\text{інв.дзерк}}(i)c_{\text{інв.дзерк}}(i+k),
 \end{aligned} \quad (1)$$

де $c(i)$ – канонічна послідовність Баркера, визначається як

$c(i) = c_1(i)c_2(i)\dots c_n(i)$, а $c_n(i)$ приймає значення ± 1 ; $c_{\text{інв}}(i) = (-1)c(i)$; $c_{\text{дзерк}}(i) = c_n(i)c_{n-1}(i)\dots c_1(i)$; $c_{\text{інв.дзерк}}(i) = (-)c_{\text{дзерк}}(i)$.

Пошук кодових послідовностей довжини $N > 13$, які мають величину максимального бічного викиду АКФ не більше $1/N$, представляє актуальну задачу. Її рішення дозволить збільшити базу цих ШПС та використовувати в системах з розширенням спектра для прийому сигналів із слабкішою енергетикою.

9.1. Композитні коди Баркера

У [6] запропоновано метод формування композитних кодів Баркера, що мають кореляційні властивості, подібні до тих, якими володіє код Баркера, а саме: код формується шляхом перемноження двох канонічних послідовностей Баркера. Одна з них називається твірною, а друга елементарною. Композитний код Баркера [6] є код Баркера, побудований за правилами формування твірної послідовності C_m , в якій елементами є «елементарні» послідовності C_n (m, n – кількість елементів в канонічній послідовності). Довжина (кількість елементів)



такої композитної послідовності $N_{\text{комп}}$ дорівнює добутку

$$N_{\text{комп}} = mn. \quad (2)$$

В результаті перемноження отримуємо послідовності понад 13 розрядів. Основний викид АКФ в них дорівнює числу елементів результуючої послідовності N , а максимальний бічний викид в позитивну область має значення близькі до 1. В [7] шляхом формування складових кодових послідовностей аналогічно способу, запропонованому в [6], отримані 12 послідовностей з довжиною N , що дорівнює 14 (14а, 14б), 21 (21а, 21б), 22 (22а, 22б), 33 (33а, 37б), 49, 77 (77а, 77б), 121, і перевищенням головного піку АКФ над позитивними бічними, рівним N . В [8] запропоновані зворотні композитні коди Баркера, отримані перемноженням довгої послідовності на коротку, досліджена їх завадостійкість, і показана можливість їх використання як синхронізуючих слів в мережах WCDM. В [9] описані ті ж складові кодові послідовності, що і в [7], і вказано на можливість їх застосування, як для передачі команд, так і для синхронізації.

АКФ композитних кодів Баркера, які формуються як скалярні добутки канонічних послідовностей Баркера [10], аналогічно (1) можна записати як:

$$R_{\text{комп}}(k) = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^m c_{\text{комп}}(i) c_{\text{комп}}(i+k) = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^m c_{\text{комп.інв}}(i) c_{\text{комп.інв}}(i+k) = \\ = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^m c_{\text{комп.дзерк}}(i) c_{\text{комп.дзерк}}(i+k) = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^m c_{\text{комп.інв.дзерк}}(i) c_{\text{комп.інв.дзерк}}(i+k), \quad (3)$$

де $c_{\text{комп}}(i)$ – композитна послідовність Баркера.

Метою даної роботи є одержання нових композитних послідовностей Баркера, що мають таку ж АКФ, що і послідовності 14 (14а, 14б), 21 (21а, 21б), 22 (22а, 22б), 33 (33а, 33б), 49, 77 (77а, 77б), 121 (номера послідовностей взято згідно [7]).

9.2. Нові композитні коди Баркера

Для спрощення роботи із послідовностями введемо такі позначення: A_k – k -та канонічна послідовність Баркера; B_k – k -та інверсна послідовність; C_k – k -та дзеркальна послідовність; D_k – k -та інверсна дзеркальна послідовність. З



урахуванням введених позначень, наприклад, для 7-ї канонічної послідовності Баркера можна записати наступні послідовності, що мають одну і ту ж АКФ: A7 - [1 1 1 -1 -1 1 -1]; B7 - [-1 -1 -1 1 1 -1 1]; C7 - [-1 1 -1 -1 1 1 1]; D7 – [1 -1 1 1 -1 -1 -1]. Складені на основі умовних позначень композитні послідовності легко переводяться в традиційну форму шляхом заміни позначень на кодові послідовності з табл. 1.

З урахуванням того, що отримані композитні послідовності мають одну і ту ж АКФ, можна припустити, що комбінуючи канонічні послідовності, що їх утворюють, з їх додатковими послідовностями B, C і D, ми отримаємо не тільки основні варіанти композитних послідовностей, але і нові варіанти з тією ж самою АКФ. Число можливих варіантів композитних послідовностей представлено в табл. 2 [10].

Таблиця 2. Кількість варіантів композитних послідовностей

№послід	14a	146	21a	216	22a	226	33a	336	49	77a	776	121
Кількість варіантів	8	8	16	16	8	8	16	16	16	16	16	16

У табл. 3 [10] зведені всі можливі варіанти поєднання канонічних послідовностей в композитних послідовностях, які потрібно проаналізувати.

Таблиця 3. Комбінації поєднань канонічних послідовностей

№ посл	14a 2x7	146 7x2	21a 7x3	216 3x7	22a 2x11	226 11x2	33a 11x3	336 3x11	49 7x7	77a 11x7	776 7x11	121 11x11
Варіанти	A2xA7	A7xA2	A7xA3	A3xA7	A2xA11	A11xA2	A11xA3	A3xA11	A7xA7	A11xA7	A7xA11	A11xA11
	A2xB7	B7xA2	B7xA3	B3xA7	A2xB11	B11xA2	B11xA3	B3xA11	B7xA7	B11xA7	B7xA11	B11xA11
	A2xC7	C7xA2	C7xA3	C3xA7	A2xC11	C11xA2	C11xA3	C3xA11	C7xA7	C11xA7	C7xA11	C11xA11
	A2xD7	D7xA2	D7xA3	D3xA7	A2xD11	D11xA2	D11xA3	D3xA11	D7xA7	D11xA7	D7xA11	D11xA11
	B2xA7	A7xB2	A7xB3	A3xB7	B2xA11	A11xB2	A11xB3	A3xB11	A7xB7	A11xB7	A7xB11	A11xB11
	B2xB7	B7xB2	B7xB3	B3xB7	B2xB11	B11xB2	B11xB3	B3xB11	B7xB7	B11xB7	B7xB11	B11xB11
	B2xC7	C7xB2	C7xB3	C3xB7	B2xC11	C11xB2	C11xB3	C3xB11	C7xB7	C11xB7	C7xB11	C11xB11
	B2xD7	D7xB2	D7xB3	D3xB7	B2xD11	D11xB2	D11xB3	D3xB11	D7xB7	D11xB7	D7xB11	D11xB11
			A7xC3	A3xC7			A11xC3	A3xC11	A7xC7	A11xC7	A7xC11	A11xC11
			B7xC3	B3xC7			B11xC3	B3xC11	B7xC7	B11xC7	B7xC11	B11xC11
			C7xC3	C3xC7			C11xC3	C3xC11	C7xC7	C11xC7	C7xC11	C11xC11
			D7xC3	D3xC7			D11xC3	D3xC11	D7xC7	D11xC7	D7xC11	D11xC11
			A7xD3	A3xD7			A11xD3	A3xD11	A7xD7	A11xD7	A7xD11	A11xD11
			B7xD3	B3xD7			B11xD3	B3xD11	B7xD7	B11xD7	B7xD11	B11xD11
			C7xD3	C3xD7			C11xD3	C3xD11	C7xD7	C11xD7	C7xD11	C11xD11
			D7xD3	D3xD7			D11xD3	D3xD11	D7xD7	D11xD7	D7xD11	D11xD11



9.2.1 Аналіз варіантів композитних послідовностей Баркера 121

Складемо для варіанту 121 [11] всі композитні послідовності (табл. 4).

Таблиця 4. Композитні послідовності 121 (11x11)

№ п/п	Варіант	Канонічні утворюючі послідовності Баркера		Результуюча композитна послідовність
		одинадцята	одинадцята	
1.	A11xA11	+1+1+1-1-1-1+1-1-1+1-1 (A11)	+1+1+1-1-1-1+1-1-1+1-1 (A11); -1-1-1+1+1+1-1+1+1-1+1 (B11)	A11 A11 A11 B11 B11 B11 A11 B11 B11 A11 B11
2.	B11xA11	-1-1-1+1+1+1-1+1+1-1+1 (B11)	+1+1+1-1-1-1+1-1-1+1-1 (A11); -1-1-1+1+1+1-1+1+1-1+1 (B11)	B11 B11 B11 A11 A11 A11 B11 A11 A11 B11 A11
3.	C11xA11	-1+1-1-1+1-1-1-1+1+1+1 (C11)	+1+1+1-1-1-1+1-1-1+1-1 (A11); -1-1-1+1+1+1-1+1+1-1+1 (B11)	B11 A11 B11 B11 A11 B11 B11 B11 A11 A11 A11
4.	D11xA11	+1-1+1+1-1+1+1+1-1-1-1 (D11)	+1+1+1-1-1-1+1-1-1+1-1 (A11); -1-1-1+1+1+1-1+1+1-1+1 (B11)	A11 B11 A11 A11 B11 A11 A11 A11 B11 B11 B11
5.	A11xB11	+1+1+1-1-1-1+1-1-1+1-1 (A11)	+1+1+1-1-1-1+1-1-1+1-1 (A11); -1-1-1+1+1+1-1+1+1-1+1 (B11)	B11 B11 B11 A11 A11 A11 B11 A11 A11 B11 A11
6.	B11xB11	-1-1-1+1+1+1-1+1+1-1+1 (B11)	+1+1+1-1-1-1+1-1-1+1-1 (A11); -1-1-1+1+1+1-1+1+1-1+1 (B11)	A11 A11 A11 B11 B11 B11 A11 B11 B11 A11 B11
7.	C11xB11	-1+1-1-1+1-1-1-1+1+1+1 (C11)	+1+1+1-1-1-1+1-1-1+1-1 (A11); -1-1-1+1+1+1-1+1+1-1+1 (B11)	A11 B11 A11 A11 B11 A11 A11 A11 B11 B11 B11
8.	D11xB11	+1-1+1+1-1+1+1+1-1-1-1 (D11)	+1+1+1-1-1-1+1-1-1+1-1 (A11); -1-1-1+1+1+1-1+1+1-1+1 (B11)	B11 A11 B11 B11 A11 B11 B11 B11 A11 A11 A11
9.	A11xC11	+1+1+1-1-1-1+1-1-1+1-1 (A11)	-1+1-1-1+1-1-1-1+1+1+1 (C11); +1-1+1+1-1+1+1+1-1-1-1 (D11)	C11 C11 C11 D11 D11 D11 C11 D11 D11 C11 D11
10.	B11xC11	-1-1-1+1+1+1-1+1+1-1+1 (B11)	-1+1-1-1+1-1-1-1+1+1+1 (C11); +1-1+1+1-1+1+1+1-1-1-1 (D11)	D11 D11 D11 C11 C11 C11 D11 C11 C11 D11 C11
11.	C11xC11	-1+1-1-1+1-1-1-1+1+1+1 (C11)	-1+1-1-1+1-1-1-1+1+1+1 (C11); +1-1+1+1-1+1+1+1-1-1-1 (D11)	D11 C11 D11 D11 C11 D11 D11 D11 C11 C11 C11
12.	D11xC11	+1-1+1+1-1+1+1+1-1-1-1 (D11)	-1+1-1-1+1-1-1-1+1+1+1 (C11); +1-1+1+1-1+1+1+1-1-1-1 (D11)	C11 D11 C11 C11 D11 C11 C11 C11 D11 D11 D11
13.	A11xD11	+1+1+1-1-1-1+1-1-1+1-1 (A11)	-1+1-1-1+1-1-1-1+1+1+1 (C11); +1-1+1+1-1+1+1+1-1-1-1 (D11)	D11 D11 D11 C11 C11 C11 D11 C11 C11 D11 C11
14.	B11xD11	-1-1-1+1+1+1-1+1+1-1+1 (B11)	-1+1-1-1+1-1-1-1+1+1+1 (C11); +1-1+1+1-1+1+1+1-1-1-1 (D11)	C11 C11 C11 D11 D11 D11 C11 D11 D11 C11 D11
15.	C11xD11	-1+1-1-1+1-1-1-1+1+1+1 (C11)	-1+1-1-1+1-1-1-1+1+1+1 (C11); +1-1+1+1-1+1+1+1-1-1-1 (D11)	C11 D11 C11 C11 D11 C11 C11 C11 D11 D11 D11
16.	D11xD11	+1-1+1+1-1+1+1+1-1-1-1 (D11)	-1+1-1-1+1-1-1-1+1+1+1 (C11); +1-1+1+1-1+1+1+1-1-1-1 (D11)	D11 C11 D11 D11 C11 D11 D11 D11 C11 C11 C11



Моделювання в середовищі MatLab показало, що всі 16 композитних варіантів послідовностей 121 табл. 4 мають одну і ту ж АКФ, що і основні чотири композитні послідовності 121. 3 табл. 4 також видно, що певні композитні послідовності збігаються. Для проведення аналізу зведемо разом послідовності, що збігаються і відзначимо основні чотири послідовності 121, 121 інв, 121 дзерк, 121 інв.дзерк (табл. 5).

Таблиця 5. Аналіз композитних послідовностей 121

№ п/п	Варіант	Результуюча композитна послідовність	Поєднання утворюючих послідовностей
1	A11 x A11 B11 x B11	A11 A11 A11 B11 B11 B11 A11 B11 B11 A11 B11	канонічна 1 x канонічна 2 (121) інверсна 1 x інверсна 2
2.	B11 x A11 A11 x B11	B11 B11 B11 A11 A11 A11 B11 A11 A11 B11 A11	інверсна 1 x канонічна 2 (121 інв.) канонічна 1 x інверсна 2
3.	C11 x A11 D11 x B11	B11 A11 B11 B11 A11 B11 B11 B11 A11 A11 A11	дзеркальна 1 x канонічна 2 інверсна дзеркальна 1 x інверсна 2
4.	D11 x A11 C11 x B11	A11 B11 A11 A11 B11 A11 A11 A11 B11 B11 B11	інверсна дзеркальна 1 x канонічна 2 дзеркальна 1 x інверсна 2
5.	A11 x B11 B11 x A11	B11 B11 B11 A11 A11 A11 B11 A11 A11 B11 A11	канонічна 1 x інверсна 2 інверсна 1 x канонічна 2
6.	B11 x B11 A11 x A11	A11 A11 A11 B11 B11 B11 A11 B11 B11 A11 B11	інверсна 1 x інверсна 2 канонічна 1 x канонічна 2
7.	C11 x B11 D11 x A11	A11 B11 A11 A11 B11 A11 A11 A11 B11 B11 B11	дзеркальна 1 x інверсна 2 інверсна дзеркальна 1 x канонічна 2
8.	D11 x B11 C11 x A11	B11 A11 B11 B11 A11 B11 B11 B11 A11 A11 A11	інверсна дзеркальна 1 x інверсна 2 дзеркальна 1 x канонічна 2
9.	A11 x C11 B11 x D11	C11 C11 C11 D11 D11 D11 C11 D11 D11 C11 D11	канонічна 1 x дзеркальна 2 інверсна 1 x інверсна дзеркальна 2
10.	B11 x C11 A11 x D11	D11 D11 D11 C11 C11 C11 D11 C11 C11 D11 C11	інверсна 1 x дзеркальна 2 канонічна 1 x інверсна дзеркальна 2
11.	C11 x C11 D11 x D11	D11 C11 D11 D11 C11 D11 D11 D11 C11 C11 C11	дзеркальна 1 x дзеркальна 2 (121 дзерк.) інверсна дзеркальна 1 x інверсна дзеркальна 2
12.	D11 x C11 C11 x D11	C11 D11 C11 C11 D11 C11 C11 C11 D11 D11 D11	інверсна дзеркальна 1 x дзеркальна 2 (121 інв.дзерк) дзеркальна 1 x інверсна дзеркальна 2
13	A11 x D11 B11 x C11	D11 D11 D11 C11 C11 C11 D11 C11 C11 D11 C11	канонічна 1 x інверсна дзеркальна 2 інверсна дзеркальна 1 x дзеркальна 2
14.	B11 x D11 A11 x C11	C11 C11 C11 D11 D11 D11 C11 D11 D11 C11 D11	інверсна 1 x інверсна дзеркальна 2 канонічна 1 x дзеркальна 2
15.	C11 x D11 D11 x C11	C11 D11 C11 C11 D11 C11 C11 C11 D11 D11 D11	дзеркальна 1 x інверсна дзеркальна 2 інверсна дзеркальна 1 x зеркальна 2
16.	D11 x D11 C11 x C11	D11 C11 D11 D11 C11 D11 D11 D11 C11 C11 C11	інверсна дзеркальна 1 – інверсна дзеркальна 2 дзеркальна 1 x дзеркальна 2

Аналіз табл. 5 показує, що є 16 пар поєднань основних композитних послідовностей Баркера. Кожна пара утворює однакову результуючу композитну послідовність. Відмінною особливістю кожної пари поєднань основних



послідовностей є та, що якщо в одній є будь-які поєднання основних послідовностей, то в іншій мають бути інверсні поєднання цих послідовностей. Наприклад, якщо перше поєднання $A_{11} \times A_{11}$ (канонічна 1 $\times$ канонічна 2), то друге поєднання, що дає ту ж композитну послідовність, буде $B_{11} \times B_{11}$ (інверсна 1 $\times$ інверсна 2).

Виключимо пари поєднань $A_{11} \times A_{11} - B_{11} \times B_{11}$, $B_{11} \times A_{11} - A_{11} \times B_{11}$, $C_{11} \times C_{11} - D_{11} \times D_{11}$, $D_{11} \times C_{11} - C_{11} \times D_{11}$, $C_{11} \times C_{11} - D_{11} \times D_{11}$, $D_{11} \times C_{11} - C_{11} \times D_{11} - D_{11} \times C_{11}$, $D_{11} \times D_{11} - C_{11} \times C_{11}$, які дають основні композитні послідовності 121, 121 інв., 121 дзерк., 121 інв.дзерк. З 8 пар, що залишилися, виключивши ті, що повторюються, отримаємо 4 пари поєднань, які є новими (табл. 6).

Таблиця 6. Нові композитні послідовності Баркера 121

[illegible]

9.2.2 Аналіз варіантів композитних послідовностей Баркера 77a

Складемо для варіанту 77а [11] всі композитні послідовності (табл. 7).

Моделювання в середовищі MatLab показало, що всі 16 композитних варіантів послідовностей табл. 7 мають одну і ту ж АКФ, що і чотири основні послідовності 77а. З табл. 7 видно, що певні композитні послідовності збігаються. Зведемо разом послідовності, що збігаються і відзначимо основні чотири послідовності 77а, 77а інв, 77а дзерк, 77а інв.дзерк (табл. 8).



Таблиця 7. Композитні послідовності 77a (11x7)

№ п/п	Варіант	Канонічні утворюючі послідовності Баркера		Результуюча композитна послідовність
		одинадцята	сьома	
1.	A11xA7	+1+1+1-1-1-1+1-1-1+1-1 (A11)	+1+1+1-1-1+1-1 (A7); - 1-1-1+1+1-1+1 (B7)	A7 A7 A7 B7 B7 B7 A7 B7 B7 A7 B7
2.	B11xA7	-1-1-1+1+1+1-1+1+1-1+1 (B11)	+1+1+1-1-1+1-1 (A7); - 1-1-1+1+1-1+1 (B7)	B7 B7 B7 A7 A7 A7 B7 A7 A7 B7 A7
3.	C11xA7	-1+1-1-1+1-1-1-1+1+1+1 (C11)	+1+1+1-1-1+1-1 (A7); - 1-1-1+1+1-1+1 (B7)	B7 A7 B7 B7 A7 B7 B7 B7 A7 A7 A7
4.	D11xA7	+1-1+1+1-1+1+1+1-1-1-1 (D11)	+1+1+1-1-1+1-1 (A7); - 1-1-1+1+1-1+1 (B7)	A7 B7 A7 A7 B7 A7 A7 A7 B7 B7 B7
5.	A11xB7	+1+1+1-1-1-1+1-1-1+1-1 (A11)	+1+1+1-1-1+1-1 (A7); - 1-1-1+1+1-1+1 (B7)	B7 B7 B7 A7 A7 A7 B7 A7 A7 B7 A7
6.	B11xB7	-1-1-1+1+1+1-1+1+1-1+1 (B11)	+1+1+1-1-1+1-1 (A7); - 1-1-1+1+1-1+1 (B7)	A7 A7 A7 B7 B7 B7 A7 B7 B7 A7 B7
7.	C11xB7	-1+1-1-1+1-1-1-1+1+1+1 (C11)	+1+1+1-1-1+1-1 (A7); - 1-1-1+1+1-1+1 (B7)	A7 B7 A7 A7 B7 A7 A7 A7 B7 B7 B7
8.	D11xB7	+1-1+1+1-1+1+1+1-1-1-1 (D11)	+1+1+1-1-1+1-1 (A7); - 1-1-1+1+1-1+1 (B7)	B7 A7 B7 B7 A7 B7 B7 B7 A7 A7 A7
9.	A11xC7	+1+1+1-1-1-1+1-1-1+1-1 (A11)	-1+1-1-1+1+1+1 (C7); +1-1+1+1-1-1-1 (D7)	C7 C7 C7 D7 D7 D7 C7 D7 D7 C7 D7
10.	B11xC7	-1-1-1+1+1+1-1+1+1-1+1 (B11)	-1+1-1-1+1+1+1 (C7); +1-1+1+1-1-1-1 (D7)	D7 D7 D7 C7 C7 C7 D7 C7 C7 D7 C7
11.	C11xC7	-1+1-1-1+1-1-1-1+1+1+1 (C11)	-1+1-1-1+1+1+1 (C7); +1-1+1+1-1-1-1 (D7)	D7 C7 D7 D7 C7 D7 D7 D7 C7 C7 C7
12.	D11xC7	+1-1+1+1-1+1+1+1-1-1-1 (D11)	-1+1-1-1+1+1+1 (C7); +1-1+1+1-1-1-1 (D7)	C7 D7 C7 C7 D7 C7 C7 C7 D7 D7 D7
13.	A11xD7	+1+1+1-1-1-1+1-1-1+1-1 (A11)	-1+1-1-1+1+1+1 (C7); +1-1+1+1-1-1-1 (D7)	D7 D7 D7 C7 C7 C7 D7 C7 C7 D7 C7
14.	B11xD7	-1-1-1+1+1+1-1+1+1-1+1 (B11)	-1+1-1-1+1+1+1 (C7); +1-1+1+1-1-1-1 (D7)	C7 C7 C7 D7 D7 D7 C7 D7 D7 C7 D7
15.	C11xD7	-1+1-1-1+1-1-1-1+1+1+1 (C11)	-1+1-1-1+1+1+1 (C7); +1-1+1+1-1-1-1 (D7)	C7 D7 C7 C7 D7 C7 C7 C7 D7 D7 D7
16.	D11xD7	+1-1+1+1-1+1+1+1-1-1-1 (D11)	-1+1-1-1+1+1+1 (C7); +1-1+1+1-1-1-1 (D7)	D7 C7 D7 D7 C7 D7 D7 D7 C7 C7 C7

Таблиця 8. Аналіз композитних послідовностей 77a

№ п/п	Варіант	Результуюча композитна послідовність	Поєднання утворюючих послідовностей
1	A11 x A7 B11 x B7	A7 A7 A7 B7 B7 B7 A7 B7 B7 A7 B7	канонічна 1x канонічна 2 (77a) інверсна 1 x інверсна 2
2.	B11 x A7 A11 x B7	B7 B7 B7 A7 A7 A7 B7 A7 A7 B7 A7	інверсна 1 x канонічна 2(77a инв.) канонічна 1 x інверсна 2
3.	C11 x A7 D11 x B7	B7 A7 B7 B7 A7 B7 B7 B7 A7 A7 A7	дзеркальна 1 x канонічна 2 інверсна дзеркальна 1 x інверсна 2
4.	D11 x A7 C11 x B7	A7 B7 A7 A7 B7 A7 A7 A7 B7 B7 B7	інверсна дзеркальна 1 x канонічна 2 дзеркальна 1 x інверсна 2
5.	A11 x B7 B11 x A7	B7 B7 B7 A7 A7 A7 B7 A7 A7 B7 A7	канонічна 1 x інверсна 2 інверсна 1 x канонічна 2
6.	B11 x B7 A11 x A7	A7 A7 A7 B7 B7 B7 A7 B7 B7 A7 B7	інверсна 1 x інверсна 2 канонічна 1 x канонічна 2
7.	C11 x B7 D11 x A7	A7 B7 A7 A7 B7 A7 A7 A7 B7 B7 B7	дзеркальна 1 x інверсна 2 інверсна дзеркальна 1 x канонічна 2



8.	D11 x B7 C11 x A7	B7 A7 B7 B7 A7 B7 B7 B7 A7 A7 A7	інверсна дзеркальна 1 х інверсна 2 дзеркальна 1 х канонічна 2
9.	A11 x C7 B11 x D7	C7 C7 C7 D7 D7 D7 C7 D7 D7 C7 D7	канонічна 1 х дзеркальна 2 інверсна 1 х інверсна дзеркальна 2
10.	B11 x C7 A11 x D7	D7 D7 D7 C7 C7 C7 D7 C7 C7 D7 C7	інверсна 1 х дзеркальна 2 канонічна 1 х інверсна дзеркальна 2
11.	C11 x C7 D11 x D7	D7 C7 D7 D7 C7 D7 D7 D7 C7 C7 C7	дзеркальна 1 х дзеркальна 2 (77а зерк.) інверсна дзеркальна 1 х інверсна дзеркальна 2
12.	D11 x C7 C11 x D7	C7 D7 C7 C7 D7 C7 C7 C7 D7 D7 D7	інверсна дзеркальна 1 х дзеркальна 2 (77а инв.зерк) дзеркальна 1 х інверсна дзеркальна 2
13.	A11 x D7 B11 x C7	D7 D7 D7 C7 C7 C7 D7 C7 C7 D7 C7	канонічна 1 х інверсна дзеркальна 2 інверсна дзеркальна 1 х дзеркальна 2
14.	B11 x D7 A11 x C7	C7 C7 C7 D7 D7 D7 C7 D7 D7 C7 D7	інверсна 1 х інверсна дзеркальна 2 канонічна 1 х дзеркальна 2
15.	C11 x D7 D11 x C7	C7 D7 C7 C7 D7 C7 C7 C7 D7 D7 D7	дзеркальна 1 х інверсна дзеркальна 2 інверсна дзеркальна 1 х зеркальна 2
16.	D11 x D7 C11 x C7	D7 C7 D7 D7 C7 D7 D7 D7 C7 C7 C7	інверсна дзеркальна 1 – інверсна дзеркальна 2 дзеркальна 1 х дзеркальна 2

Виключимо пари поєднань A11xA7-B11xB7, B11xA7-A11xB7, C11xC7-D11xD7, D11xC7-C11xD7, C11xC7-D11xD7, D11xC7-C11xD7, C11xD7 D11xD7-C11xC7, які дають основні композитні послідовності 77а, 77а інв., 77а дзерк., 77а інв.дзерк. З 8 пар, що залишилися, виключивши повторювані, отримаємо 4 пари поєднань, які є новими (табл. 9).

Таблиця 9. Нові композитні послідовності Баркера 77а

№ п/п	Варіант	Нові композитні послідовності Баркера 77а
1.	C11 x A7 D11 x B7	-1-1-1+1+1-1+1 +1+1+1-1+1-1 -1-1-1+1+1-1+1 -1-1-1+1+1-1+1 +1+1+1-1+1-1 -1-1-1+1+1-1+1-1-1+1+1-1+1 -1-1-1+1+1-1+1 +1+1+1-1+1-1 +1+1+1-1-1+1-1
2.	C11 x B7 D11 x A7	+1+1+1-1-1+1-1 -1-1-1+1+1-1+1 +1+1+1-1-1+1-1 +1+1+1-1-1+1-1 -1-1-1+1+1-1+1 +1+1+1-1-1+1-1 +1+1+1-1-1+1-1 -1-1-1+1+1-1+1 -1-1-1+1+1-1+1
3.	A11 x C7 B11 x D7	-1+1-1-1+1+1+1 -1+1-1-1+1+1+1 -1+1-1-1+1+1+1-1+1+1-1-1+1 -1+1+1+1-1-1+1 -1+1-1-1+1+1+1+1 -1+1-1-1+1+1+1+1 -1+1+1-1-1+1
4.	A11 x D7 B11 x C7	+1-1+1+1-1-1+1 +1-1+1+1-1-1+1 +1-1+1+1-1-1+1 -1+1-1-1+1+1+1 -1+1-1-1+1+1+1 -1+1-1-1+1+1+1+1 -1+1-1-1+1+1+1+1 -1+1-1-1+1+1+1

9.2.3 Аналіз варіантів композитних послідовностей Баркера 77б

Складемо для варіанту 77б [10] всі композитні послідовності (табл. 10).



Таблиця 10. Композитні послідовності 776 (7x11)

№ п/п	Варіант	Результуюча композитна послідовність
1.	A7 x A11	A11 A11 A11 B11 B11 A11 B11
2.	B7 x A11	B11 B11 B11 A11 A11 B11 A11
3.	C7 x A11	B11 A11 B11 B11 A11 A11 A11
4.	D7 x A11	A11 B11 A11 A11 B11 B11 B11
5.	A7 x B11	B11 B11 B11 A11 A11 B11 A11
6.	B7 x B11	A11 A11 A11 B11 B11 A11 B11
7.	C7 x B11	A11 B11 A11 A11 B11 B11 B11
8.	D7 x B11	B11 A11 B11 B11 A11 A11 A11
9.	A7 x C11	C11 C11 C11 D11 D11 C11 D11
10.	B7 x C11	D11 D11 D11 C11 C11 D11 C11
11.	C7 x C11	D11 C11 D11 D11 C11 C11 C11
12.	D7 x C11	C11 D11 C11 C11 D11 D11 D11
13.	A7 x D11	D11 D11 D11 C11 C11 D11 C11
14.	B7 x D11	C11 C11 C11 D11 D11 C11 D11
15.	C7 x D11	C11 D11 C11 C11 D11 D11 D11
16.	D7 x D11	D11 C11 D11 D11 C11 C11 C11

Моделювання в середовищі MatLab показало, що всі 16 композитних варіантів послідовностей табл. 10 мають одну і ту ж АКФ, що і чотири основні послідовності 776. З табл. 10 також видно, що певні композитні послідовності збігаються. Зведемо разом збігаються послідовності і відзначимо основні чотири послідовності 776 (табл.11).

Таблиця 11. Аналіз композитних послідовностей 776

№ п/п	Варіант	Результуюча композитна послідовність	Поєднання утворюючих послідовностей
1	A7 x A11 B7 x B11	A11 A11 A11 B11 B11 A11 B11	канонічна 1 x канонічна 2 (776) інверсна 1 x інверсна 2
2.	B7 x A11 A7 x B11	B11 B11 B11 A11 A11 B11 A11	інверсна 1 x канонічна 2(776 инв.) канонічна 1 x інверсна 2
3.	C7 x A11 D7 x B11	B11 A11 B11 B11 A11 A11 A11	дзеркальна 1 x канонічна 2 інверсна дзеркальна 1 x інверсна 2
4.	D7 x A11 C7 x B 11	A11 B11 A11 A11 B11 B11 B11	інверсна дзеркальна 1 x канонічна 2 дзеркальна 1 x інверсна 2
5.	A7 x B11 B7 x A11	B11 B11 B11 A11 A11 B11 A11	канонічна 1 x інверсна 2 інверсна 1 x канонічна 2
6.	B7 x B11 A7 x A11	A11 A11 A11 B11 B11 A11 B11	інверсна 1 x інверсна 2 канонічна 1 x канонічна 2
7.	C7 x B11 D7 x A11	A11 B11 A11 A11 B11 B11 B11	дзеркальна 1 x інверсна 2 інверсна дзеркальна 1 x канонічна 2
8.	D7 x B11 C7 x A11	B11 A11 B11 B11 A11 A11 A11	інверсна дзеркальна 1 x інверсна 2 дзеркальна 1 x канонічна 2
9.	A7 x C11 B7 x D11	C11 C11 C11 D11 D11 C11 D11	канонічна 1 x дзеркальна 2 інверсна 1 x інверсна дзеркальна 2
10.	B7 x C11	D11 D11 D11 C11 C11 D11 C11	інверсна 1 x дзеркальна 2



№ п/п	Варіант	Результуюча композитна послідовність	Поєднання утворюючих послідовностей
	A7 x D11		канонічна 1 x інверсна дзеркальна 2
11.	C7 x C11 D7 x D11	D11 C11 D11 D11 C11 C11 C11	дзеркальна 1 x дзеркальна 2(776 зерк.) інверсна дзеркальна 1 x інверсна дзеркальна 2
12.	D7 x C11 C7 x D11	C11 D11 C11 C11 D11 D11 D11	інверсна дзеркальна 1 x дзеркальна 2 (776 инв.зерк) дзеркальна 1 x інверсна дзеркальна 2
13	A7 x D11 B7 x C11	D11 D11 D11 C11 C11 D11 C11	канонічна 1 x інверсна дзеркальна 2 інверсна дзеркальна 1 x дзеркальна 2
14.	B7 x D11 A7 x C11	C11 C11 C11 D11 D11 C11 D11	інверсна 1 x інверсна дзеркальна 2 канонічна 1 x дзеркальна 2
15.	C7 x D11 D7 x C11	C11 D11 C11 C11 D11 D11 D11	дзеркальна 1 x інверсна дзеркальна 2 інверсна дзеркальна 1 x зеркальна 2
16.	D7 x D11 C7 x C11	D11 C11 D11 D11 C11 C11 C11	інверсна дзеркальна 1 – інверсна дзеркальна 2 дзеркальна 1 x дзеркальна 2

Виключимо пари поєднань $A7 \times A11 - B7 \times B11$, $B7 \times A11 - A7 \times B11$, $C7 \times C11 - D7 \times D11$, $D7 \times C11 - C7 \times D11$, $C7 \times C11 - D7 \times D11$, $D7 \times C11 - C7 \times D11$, $C7 \times D11 - C11$, які дають основні композитні послідовності 77б, 77б інв., 77б дзерк., 77б інв.дзерк. З 8 пар, що залишилися, виключивши повторювані, отримаємо 4 пари поєднань, які є новими (табл. 12).

Таблиця 12. Нові композитні послідовності Баркера 776

[illegible]

9.2.4. Аналіз варіантів композитних послідовностей Баркера

49, 33а, 33б, 21а та 21б

Аналогічним чином, згідно з цією методикою, визначимо пари поєднань нових композитних послідовностей Баркера. У таблицях 13, 14, 15, 16, 17 наведено по 4 пари поєднань, які є новими композитними послідовностями Баркера, що мають ту ж АКФ, що і послідовності 49, 33а, 33б, 21а та 21б відповідно.



Таблиця 13. Нові композитні послідовності Баркера 49

[illegible]

Таблиця 14. Нові композитні послідовності Баркера 33а

№ п/п	Варіант	Нові композитні послідовності Баркера 33а
1.	C11xA3 D11xB3	-1-1+1 +1+1-1 -1-1+1 -1-1+1 +1+1-1 -1-1+1 -1-1+1 -1-1+1 +1+1-1 +1+1-1 +1+1-1
2.	D11xA3 C11xB3	+1+1-1 -1-1+1 +1+1-1 +1+1-1 -1-1+1 +1+1-1 +1+1-1 +1+1-1 -1-1+1 -1-1+1 -1-1+1
3.	A11xC3 B11xD3	-1+1+1 -1+1+1 -1+1+1 +1-1-1 +1-1-1 +1-1-1 -1+1+1 +1-1-1 +1-1-1 -1+1+1 +1-1-1
4	B11xC3 A11xD3	+1-1-1 +1-1-1 +1-1-1 -1+1+1 -1+1+1 -1+1+1 +1-1-1 -1+1+1 -1+1+1 +1-1-1 -1+1+1

Таблиця 15. Нові композитні послідовності Баркера 33б

№ п/п	Варіант	Нові композитні послідовності Баркера 336
1.	C3xA11 D3xB11	-1-1-1+1+1+1-1+1+1-1+1 +1+1+1-1-1+1+1-1+1-1 +1+1+1-1-1+1+1-1+1-1
2.	D3xA11 C3xB11	+1+1+1-1-1+1+1-1+1+1-1 -1-1-1+1+1+1-1+1+1-1+1 -1-1-1+1+1+1-1+1+1-1+1
3.	A3xC11 B3xD11	-1+1-1-1+1+1-1-1-1+1+1+1 -1+1-1-1+1-1-1+1+1+1 +1-1+1+1-1+1+1+1-1-1-1
4	B3xC11 A3xD11	+1-1+1+1-1+1+1+1-1-1+1 +1-1+1+1-1+1+1+1-1-1-1 -1+1-1-1+1-1-1-1+1+1+1

Таблиця 16. Нові композитні послідовності Баркера 21a

№ п/п	Варіант	Нові композитні послідовності Баркера 21a
1.	C7xA3 D7xB3	-1-1+1 +1+1-1 -1-1+1 -1-1+1+1+1-1+1+1-1+1+1-1
2.	D7xA3 C7xB3	+1+1-1 -1-1+1 +1+1-1+1+1-1-1+1 -1-1+1 -1-1+1
3.	A7xC3 B7xD3	-1+1+1 -1+1+1 -1+1+1 +1-1-1 +1-1-1 -1+1+1 +1-1-1
4	B7xC3 A7xD3	+1-1-1 +1-1-1 +1-1-1 -1+1+1 -1+1+1 +1-1-1 -1+1+1



Таблиця 17. Нові композитні послідовності Баркера 21б

№ п/п	Варіант	Нові композитні послідовності Баркера 21б
1.	C3xA7 D3xB7	-1-1-1+1+1-1+1 +1+1+1-1-1-1 +1+1+1-1-1-1
2.	D3xA7 C3xB7	+1+1+1-1-1+1-1 -1-1-1+1+1-1+1 -1-1-1+1+1-1+1
3.	A3xC7 B3xD7	-1+1-1-1+1+1+1-1+1-1-1+1+1+1 +1-1+1+1-1-1-1
4	B3xC7 A3xD7	+1-1+1+1-1-1-1 +1-1+1+1-1-1-1 -1+1-1-1+1+1+1

Таблиця 18. Композитні послідовності Баркера 22а

№ п/п	22а 2х11	Композитні послідовності Баркера 22а	
1	A2xA11 B2xB11	+1+1-1+1+1-1+1+1-1-1+1-1-1+1+1-1-1+1	22а
2	A2xB11 B2xA11	-1-1+1-1-1+1-1-1+1+1+1-1+1-1-1+1+1-1	22а інв.
3	A2xC11 B2xD11	-1+1+1+1-1-1-1+1+1-1+1+1+1-1+1-1-1-1	22а дзерк.
4	A2xD11 B2xC11	+1-1-1-1+1+1+1-1+1-1-1+1+1-1+1+1-1+1	22а дзерк інв.

Варіантів композитних послідовностей Баркера 22а всього вісім. Видно, що вони є вихідними, тобто нових композитних послідовностей немає. Аналогічно можна показати, що композитні послідовності 22б, 14а, 14б, в які входить канонічна послідовність № 2, нових послідовностей не утворюють. Пояснити це можна тим, що канонічна послідовність № 2 не має дзеркальних та інверсних дзеркальних послідовностей.

На закінчення слід зазначити наступне. У [7] зазначається, що послідовності довжиною N , що дорівнює 14, 21, 22, 33, 49, 77, 121, мають перевищення головного піку АКФ над позитивними бічними викидами рівним N , тобто рівень позитивних бічних викидів дорівнює «1».

Для точного визначення рівня позитивних та негативних бічних викидів АКФ використовувалася імітаційна модель кореляційного приймача композитних кодів з лічильником помилок (блоки лічильника помилок відтінені жовтим) (рис.1).

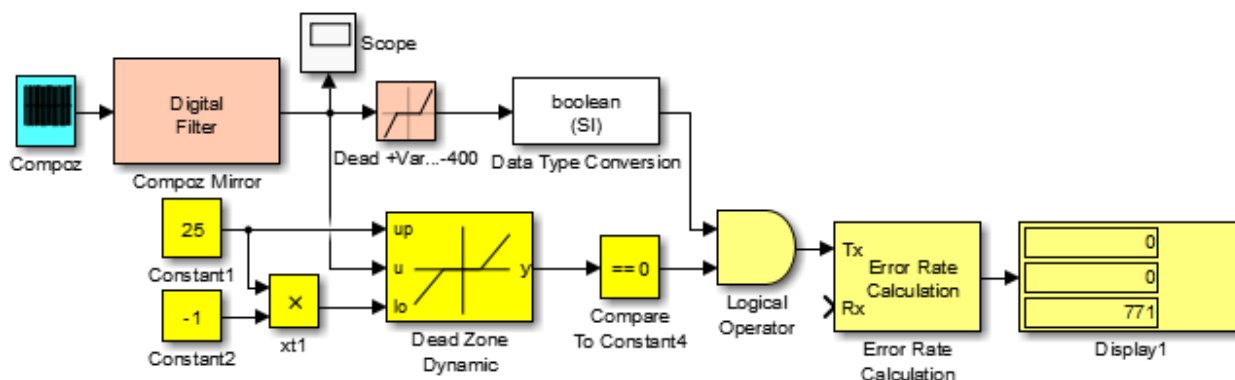


Рис.1 - Імітаційна модель кореляційного приймача

Максимальний рівень позитивних викидів АКФ фіксувався рівнем порогового пристрою при відсутності помилок на прийомі, обумовлених позитивними бічними викидами.

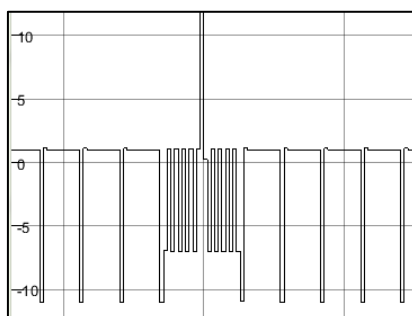


Рис.2 - Фрагмент осцилограми прийнятої композитної послідовності 77a

Аналіз результатів вимірювань рівня позитивних та негативних бічних викидів наведено у табл.19.

Таблиця 19. Рівні бічних викидів композитних послідовностей

Довжина N послідовності	Позитивні викиди		Негативні викиди	
	абсолютне значення	% до піку	абсолютне значення	% до піку
14	2	14	6	43
21	1	4,8	7	33
22	2	9	10	45
33	1	3	11	33
49	1	2	7	14
77	1	1,3	11	14
121	1	1	11	9



Висновки

1. Для кожної з розглянутих композитних послідовностей 121, 77а, 77б, 49, 33а, 33б, 21а, 21б знайдено по 4 пари поєднань основних послідовностей Баркера, що утворюють в цілому 32 нових композитних послідовностей, які мають однакову автокореляційну функцію.
2. Показано, що для композитних послідовностей 14а, 14б, 22а та 22б, що включають основну послідовність Баркера № 2, нових композитних послідовностей немає.
3. Кожна пара поєднань основних послідовностей Баркера утворює однакову результуючу композитну послідовність. Відмінною особливістю кожної пари поєднань є та, якщо у одній парі є будь-які поєднання основних послідовностей, то в іншій парі мають бути інверсні поєднання цих послідовностей.
4. Методика пошуку нових кодових конструкцій з однаковою функцією автокореляції для розглянутих композитних послідовностей Баркера може бути використана для пошуку нових поєднань кодових конструкцій для будь-яких інших композитних послідовностей Баркера, які можуть бути знайдені в майбутньому.