



MONOGRAFIE

ERBE DER EUROPÄISCHEN WISSENSCHAFT

HERITAGE OF EUROPEAN SCIENCE

BOOK 9. PART 1

'2022



Lvovich I.Y., Osadchuk A.V., Preobrazhenskiy A.P., Sokolov V.N., Zelensky A.G. et al.

ERBE DER EUROPÄISCHEN WISSENSCHAFT
INGENIEURWISSENSCHAFTEN, INFORMATIK, PHYSIK UND
MATHEMATIK, MEDIZIN
HERITAGE OF EUROPEAN SCIENCE
ENGINEERING, INFORMATICS, PHYSICS AND MATHEMATICS, MEDICINE

Monographic series «European Science»
Book 9. Part 1.

In internationalen wissenschaftlich-geometrischen Datenbanken enthalten
Included in International scientometric databases

MONOGRAPHIE
MONOGRAPH

Authors:

Arbatskaya O.S. (6), Dlus E.N. (6), Doikova E.M. (6), Dorofeeva T.K. (6),
Korsun A.A. (6), Lvovich I.Y. (2), Lvovich Y.E. (2), Marchuk N.A. (5),
Osadchuk A.V. (1), Osadchuk I.A. (1), Osadchuk V.S. (1),
Preobrazhenskiy A.P. (2), Preobrazhenskiy Y.P. (2), Pritula M.A. (1),
Rozhkovskaya G.M. (6), Semenyshyna I.V. (5), Sokolov V.N. (6),
Sukhomlinov A.I. (3), Tsvigovsky V.M. (6), Zelensky A.G. (4)

Reviewers:

Kostrova Vera Nikolaevna, Doctor of Technical Sciences, Professor (2)
Semenov Andrey Alexandrovich, Doctor of Technical Sciences, Professor (1)

Erbe der europäischen wissenschaft: Ingenieurwissenschaften, Informatik,
Physik und Mathematik, Medizin. Monografische Reihe «Europäische
Wissenschaft». Buch 9. Teil 1. 2022.

Heritage of european science: Engineering, Informatics, Physics and
Mathematics, Medicine. Monographic series «European Science».
Book 9. Part 1. 2022.

ISBN 978-3-949059-50-6

DOI: 10.30890/2709-2313.2022-09-01

Published by:

ScientificWorld-NetAkhatAV

Lußstr. 13

76227 Karlsruhe, Germany

e-mail: editor@promonograph.org

site: <https://desymp.promonograph.org>

Copyright © Authors, 2022

Copyright © Drawing up & Design. ScientificWorld-NetAkhatAV, 2022



ÜBER DIE AUTOREN / ABOUT THE AUTHORS

1. *Arbatskaya O. S. - Chapter 6 (co-authored)*
2. *Dius E. N. - Chapter 6 (co-authored)*
3. *Doikova E. M. - Chapter 6 (co-authored)*
4. *Dorofeeva T. K. - Chapter 6 (co-authored)*
5. *Korsun A. A. - Chapter 6 (co-authored)*
6. *Lvovich Igor Yakovlevich, Doctor of Technical Sciences, Professor - Chapter 2 (co-authored)*
7. *Lvovich Yakov Evseevich, Doctor of Technical Sciences, Professor - Chapter 2 (co-authored)*
8. *Marchuk Natalia Anatoliyivna, PhD in Physical and Mathematical Sciences, assistant professor, ORCID: 0000-0003-3787-4265 - Chapter 5 (co-authored)*
9. *Osadchuk Alexander Vladimirovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, ORCID: 0000-0001-6662-9141 - Chapter 1*
10. *Osadchuk Iaroslav Alexandrovich, PhD in technical sciences, assistant professor, ORCID: 0000-0002-5472-0797 - Chapter 1*
11. *Osadchuk Vladimir Stepanovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, ORCID: 0000-0002-3142-3642 - Chapter 1*
12. *Preobrazhenskiy Andrey Petrovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, ORCID: 0000-0002-6911-8053 - Chapter 2 (co-authored)*
13. *Preobrazhenskiy Yuriy Petrovich, PhD in technical sciences, assistant professor - Chapter 2 (co-authored)*
14. *Pritula Maksim Alexandrovich, PhD in technical sciences, Senior Lecturer, ORCID: 0000-0003-1577-5215 - Chapter 1*
15. *Rozhkovskaya G. M. - Chapter 6 (co-authored)*
16. *Semenyshyna Iryna Vitaliyivna, PhD in Physical and Mathematical Sciences, assistant professor, ORCID: 0000-0001-9300-8914 - Chapter 5 (co-authored)*
17. *Sokolov V.N., Doctor of Medical Sciences, Professor - Chapter 6 (co-authored)*
18. *Sukhomlinov Anatolii Ivanovich, PhD in technical sciences, assistant professor, ORCID: 0000-0003-0070-0595 - Chapter 3*
19. *Tsvigovsky V. M. - Chapter 6 (co-authored)*
20. *Zelensky Anatoly Grigorovich, Doctor of Pharmacy, Professor, ORCID: 0000-0001-6408-1741 - Chapter 4*



Inhalt / Content

CHAPTER 1 DEVICES FOR MEASURING THE PARAMETERS OF THE MAGNETIC FIELD

Introduction	6
1.1. Analysis of the features of magnetic field measuring instruments.....	6
1.2. Devices with magnetoresistive sensors.....	11
1.3. Devices with NMR-based sensors	17
1.4. Devices with SQUID.....	19
1.5. Devices with ferrosonde sensors	24
1.6. Devices with semiconductor sensors	31
1.7. Devices with frequency converters	34
Conclusions	37

CHAPTER 2 PROBLEMS OF DESIGN AND OPTIMIZATION OF A COMPUTER NETWORK

Introduction	38
2.1. Characteristics of the terrain	40
2.2. Selection and characteristics of the topology of the access network.....	41
2.3. GPON technology	46
2.3.1. Disadvantages and advantages of GPON.....	46
2.3.2. Physical layer GPON.....	48
2.3.3. Data transmission control structure	48
2.3.4. Frame structure.....	50
2.4. Development of the scheme and optimization of the route of the backbone section of the network	53
2.4.1. Features of the design of the access network.....	53
2.4.2. Optimization of the laying of the backbone section of the communication line	54
2.4.3. Selection of the optimal fiber-optic cable for the backbone section...	56
2.5. GPON Network Suggestions.....	60
Conclusions	60

CHAPTER 3 THE PROJECT MANAGEMENT DATA MODEL FOR INFORMATION SYSTEMS DEVELOPMENT

Introduction	62
3.1. Concepts for the development of information systems.....	63
3.2. Project management paradigms	66
3.3. Requirements for the capabilities of IT project management systems	71
3.4. Data model of IT project management information system	73
Conclusions	77



CHAPTER 4 GENERAL SOLUTIONS OF SYSTEMS OF INHOMOGENEOUS EQUATIONS OF HIGH ORDERS OF THE VARIANT OF MATHEMATICAL THEORY OF NON-THIN PLATES

Introduction	78
4.1. Statement of the problem and the idea of its solution.....	79
4.2. Basic equations in the approximation K_0-N	81
4.2.1. <i>Components of the stress-strain state</i>	81
4.2.2. <i>Differential equations of equilibrium</i>	82
4.2.3. <i>Boundary conditions</i>	83
4.2.4. <i>Oblique symmetric deformation of the plate</i>	83
4.3. Reduction of inhomogeneous differential equations to inhomogeneous second-order equations.....	88
4.3.1. <i>Inhomogeneous second-order differential equations</i>	88
4.3.2. <i>Heterogeneous differential equations of the fourth order</i>	89
4.3.3. <i>Differential equations of the sixth order</i>	91
4.3.4. <i>Inhomogeneous differential equations of the eighth order</i>	91
4.3.5. <i>Inhomogeneous differential equations of the twelfth order</i>	93
Conclusions	94

CHAPTER 5 ABOUT THE INVARIANT TORS OF CALCULATION SYSTEMS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS CONTAINING DEVIATIONS OF A DISCRETE ARGUMENT

Introduction	95
5.1. Investigation of the properties of continuity and smoothness of invariant tori of counting systems of difference equations	96
5.2. Differentiation of the invariant torus of the system of equations (1.1) by parameter μ and angular variable φ	99
5.3. Continuous differentiation of the invariant torus of the system of equations (1.5) by the angular variable to the order $\rho \geq 2$	101
5.4. Existence of an invariant torus of linear and nonlinear system of equations	102
Conclusions	107

CHAPTER 6 THE ROLE OF MSCT, MRI, DWI, PET/CT, 3D RECONSTRUCTION AND VIRTUAL ENDOSCOPY IN THE DETECTION OF COLON PATHOLOGY.....109

References	131
------------------	-----



KAPITEL 1 / CHAPTER 1¹

DEVICES FOR MEASURING THE PARAMETERS OF THE MAGNETIC FIELD

ПРИЛАДИ ВИМІРЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ МАГНІТНОГО ПОЛЯ

DOI: 10.30890/2709-2313.2022-09-01-008

Вступ

Враховуючи надзвичайну важливість природних та техногенних впливів магнітного поля, розробка високочутливих приладів вимірювання індукції магнітних полів є однією з пріоритетних задач науки.

Загальна стратегія в розробці вимірювальної техніки, в тому числі і для параметрів магнітних полів, передбачає збільшення вимог до чутливості приладів при одночасному вдосконаленні експлуатаційних умов. Таким чином, все це створює передумови для розробки та впровадження нових методів обробки та вимірювання, які б дозволили вирішити задачі вимірювання магнітної фізичної величини з підвищеною чутливістю.

Провідне місце у вимірювальній індустрії займають прилади вимірювання індукції магнітного поля, для яких постійно підвищуються вимоги щодо чутливості. Паралельно з вимогою до чутливості, підвищуються вимоги до ергономічності проєктованих приладів а також до їх економічних та фінансових складових реалізації.

1.1. Аналіз особливостей вимірювальних приладів магнітного поля

Вимірювання параметрів магнітних полів є одним із найважливіших завдань в області космічних і геофізичних досліджень [1], функціонування систем навігації, орієнтації і стабілізації [2, 3], в системах екранування квантових комп'ютерів [4, 5, 6], магнітної томографії, відображень функцій головного мозку, дефектоскопії і неруйнівного контролю виробів [7, 8, 9]. Засоби вимірювання параметрів магнітного поля високої чутливості використовуються при пошуку і виявленні магнітних аномалій, при дослідженні надслабких магнітних полів [10, 11] та ін.

Вимірювальний прилад - засіб вимірювань, в якому створюється візуаль-

¹ Authors: Osadchuk O.V., Osadchuk V.S., Prytula M.O., Osadchuk Ya.O.



ний сигнал вимірювальної інформації. Більшість сучасних вимірювальних приладів магнітного поля є цифровими.

Для вимірювання магнітних величин електричними методами їх необхідно спочатку перетворити в інші величини. Для цього застосовуються перетворювачі магнітних величин.

Вимірювальне перетворення фізичної величини - вимірювальна операція, під час якої вхідна фізична величина перетворюється у вихідну, функціонально з нею пов'язану.

Головна задача вимірювальних перетворень полягає в одержанні вихідних фізичних величин та залежностей між ними, зручних для порівняння і відтворення. До вимірювального перетворення фізичних величин у загальному випадку належать: лінійне (масштабне) та нелінійне перетворення фізичної величини без зміни її роду; лінійне та нелінійне перетворення фізичної величини зі зміною її роду [12].

До вимірювального перетворення залежності між величинами належать: модуляція та демодуляція; масштабно-числове перетворення сигналу; дискретизація; спектральне перетворення і ін. Вимірювальне перетворення багатьох величин є складним завданням, а вимірювальний перетворювач - часто основною за складністю ланкою всього засобу вимірювання.

Вимірювальні перетворювачі (ВП) класифікують за такими ознаками :

- за структурою побудови - на ВП прямого перетворення та ВП зрівноважувального перетворення;
- за зміною роду вихідної величини - на ВП без зміни роду та ВП зі зміною роду вихідної величини, які необхідні у тих випадках, коли для вимірюваної вхідної величини немає міри або компаратора;
- за характером реалізованої залежності - на лінійні та нелінійні;
- за кількістю каналів - на одно- та багатоканальні;
- за видом вихідного сигналу - на параметричні та генераторні;
- за родом використовуваних явищ - на термоелектричні, оптоелектричні, п'єзоелектричні, електромагнітні, магнітоелектричні та ін. [12].

Таким чином, з врахуванням вище сказаного, загальна структурна схема вимірювального приладу магнітного поля зображена на рис. 1.

Відзначимо, що в деяких випадках, сенсор може бути одночасно і перетворювачем. Або перетворювач може бути взагалі відсутній. Однією з найважливіших статичних метрологічних характеристик вимірювального



Рисунок 1 – Загальна структурна схема вимірювального приладу магнітного поля

приладу є функція перетворення - залежність між вихідною (у) та вхідною (х) величинами засобу вимірювальної техніки. Функція перетворення може бути подана у вигляді таблиці, графіка, формули. Аналітична залежність вимірювального перетворення, що входить до складу засобу вимірювань називається рівнянням перетворення [12].

Ще однією з метрологічних характеристики приладу є чутливість - відношення зміни вихідної величини засобу вимірювань до зміни вхідної величини, що її викликає: $S = \Delta y / \Delta x$.

Чутливість характеризує здатність засобу вимірювання реагувати на зміну вхідного сигналу. При лінійному рівнянні перетворення $S = \text{const}$. В даному випадку шкала засобу вимірювань рівномірна, що є досить суттєвою перевагою порівняно із засобами вимірювань із нерівномірною шкалою.

Досить важливою метрологічною характеристикою є діапазон вимірювань - інтервал значень вимірюваної величини, в межах якого проноормовані похибки засобу вимірювань.

Існують також і інші метрологічні характеристики, які наведені в [12]. Однією з характеристик магнітного поля є магнітна індукція. Магнітні поля зазвичай поділяють на надсильні (понад 100 Тл), сильні (від 4 до 100 Тл), середні (від 0,05 до 4 Тл), і слабкі (менше 0,05 Тл) [2]. Для вимірювання індукції магнітного поля, в приладах можуть використовуватись різні сенсори, від яких сильною мірою залежить чутливість всього приладу.

В залежності від значення індукції вимірюваного магнітного поля та від області застосування магнітометра, виникає проблема вибору того чи іншого первинного сенсора магнітного поля. У таких сферах дослідження як мікромагнітне сканування або неруйнівний контроль, єдиним критерієм вибору часто є розмір сенсора. При пошуку і визначенні магнітних аномалій на великих



відстанях найважливішим параметром є шумові характеристики і роздільна здатність сенсора [12]. В завданнях навігації, орієнтації в просторі і стабілізації, одними з головних характеристик сенсора є лінійність, температурні коефіцієнти і чутливість до поперечного магнітного поля [13]. При дослідженні магнітного поля квантового чіпа, дуже важливими є тепловиділення і працездатність сенсора при наднизьких температурах.

Таким чином, завдання вибору найкращого сенсора магнітного поля для магнітометра в кожній конкретній задачі не є тривіальною.

Сенсор магнітного поля є ключовим елементом будь-якого магнітометра і призначений для перетворення магнітної індукції B в електричний сигнал, найчастіше в напругу U . Сучасні сенсори магнітного поля використовують різноманітні фізичні ефекти, наприклад, Холла, Гаусса, Суля, та ін. [2].

В залежності від того, який ефект використовує сенсор магнітного поля, їх поділяють на наступні типи відповідно до рис. 2 [2, 12, 14, 15]. До основних характеристик сенсорів магнітного поля можна віднести наступні: діапазон вимірювань; лінійність характеристики; діаграма спрямованості; частотний діапазон вимірювань; гістерезис; похибка перетворення магнітної індукції (в тому числі залежність від температури); зміщення; довгострокова стабільність; шумові характеристики; чутливість до поперечного поля; геометричні розміри сенсора; споживана потужність; тепловиділення; діапазон робочих температур [1].

На рис. 3 показані типові діапазони вимірювань для різних типів сенсорів магнітного поля.

Аналізуючи дані рис. 3 можна зазначити, що для вимірювання слабких полів можуть застосовуватися вимірювальні котушки, перетворювачі Барнетта, вібростонди, феростонди, магніторезистори, сенсори на ефекті ядерного магнітного резонансу (ЯМР), СКВІД-магнітометри (СКВІДи). Щодо частотного діапазону вимірювання, то вимірювальні котушки не дозволяють проводити вимірювання постійних магнітних полів. Перетворювачі Барнетта та вібростонди мають в своєму складі електромеханічний привід, що призводить до збільшення їх розмірів і ускладнення конструкції, тому в даний час вони широко не застосовуються.

Слід зазначити, що магнітна індукція може перетворюватися за допомогою сенсору з струмом, напругою, опором, частотою і т.п. Далі відбувається

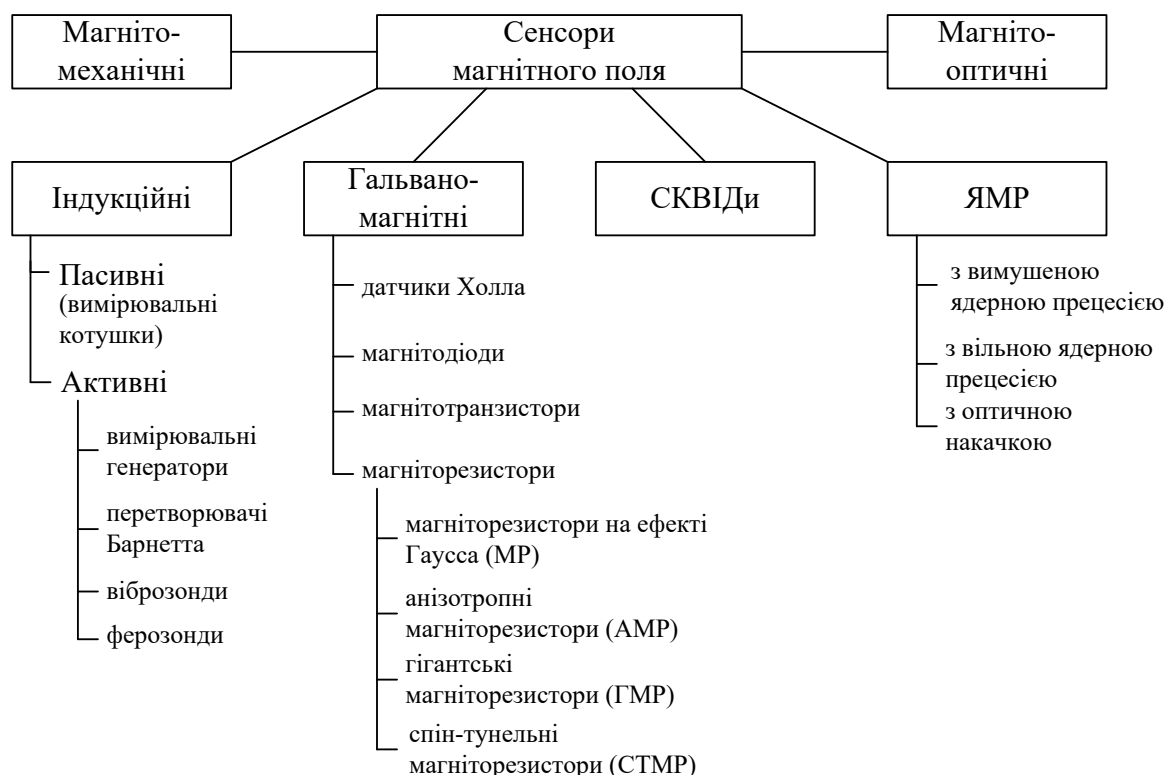


Рисунок 2 – Види сенсорів магнітного поля

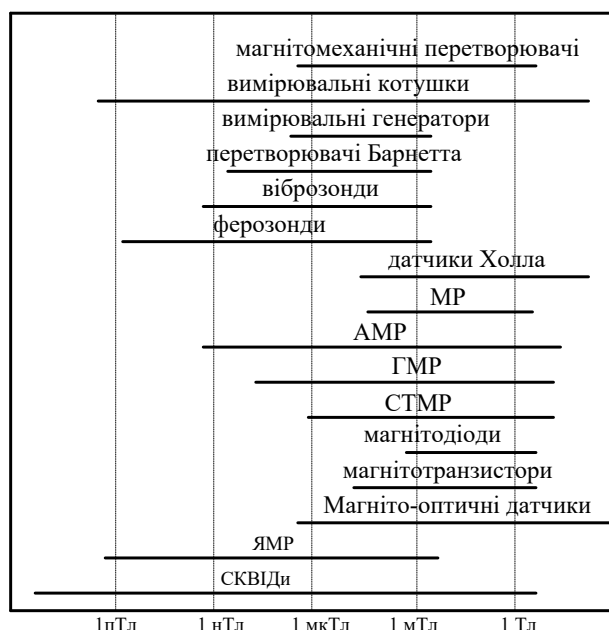


Рисунок 3 – Діапазони вимірювань сенсорів магнітного поля

аналогово-цифрове перетворення $R \rightarrow N$, $U \rightarrow N$, $I \rightarrow N$, $f \rightarrow N$. Але, з усіх таких перетворень, останнє дозволяє зменшити вплив завад на інформативний частотний вимірювальний сигнал, що дає значну перевагу аналогово-цифровому перетворенню такого типу.

Проведемо детальніший аналіз особливостей реалізації та характеристик



сучасних приладів з різними сенсорами для вимірювання слабких постійних і змінних магнітних полів відповідно до класифікації, наведеної на рис. 2.

1.2. Прилади з магніторезистивними сенсорами

Для вимірювання слабких магнітних полів в широкому діапазоні температур широкого поширення набули прилади з магніторезистивними сенсорами. Магніторезистивні сенсори використовують ефект зміни електричного опору матеріалу при впливі на нього магнітного поля. Однією з переваг магніторезистивних сенсорів є те, що вони можуть бути виготовлені із застосуванням сучасних інтегральних технологій, що сприяє суттєвому зменшенню їх розмірів і вартості [1].

Температурні характеристики магніторезисторів залежать від матеріалу легуючих домішок. Зокрема, зі збільшенням температури опір магніторезистора зменшується. Вплив магнітного поля також зменшує опір магніторезистора. Магніторезистори мають низький рівень шумів, малий вплив поверхневих ефектів на характеристики чутливості та характеризуються мінімальним старінням магніторезисторів [16].

В залежності від використовуваних фізичного ефекту і матеріалу, розрізняють такі магніторезистивні сенсори: магніторезистори на ефекті Гаусса; анізотропні магніторезистивні сенсори (АМР); магнітні сенсори на гігантському магніторезистивному ефекті (ГМР); спин-тунельні магніторезистивні сенсори (СТМР).

Прилади з магніторезисторами на ефекті Гаусса. Ефект Гаусса полягає в зміні електричного опору магніточутливого матеріалу внаслідок викривлення траєкторії руху носіїв заряду під дією зовнішнього магнітного поля [17]. При розміщенні магніточутливого матеріалу в магнітне поле його опір зростає.

Велика кількість магніторезисторів на ефекті Гаусса дозволяють вимірювати постійні та змінні магнітні поля в діапазоні від 1 мТл до 1 Тл та частотою до 1 МГц при потужності розсіювання до 1 Вт в діапазоні робочих температур від -40°C до 110°C. Температурний коефіцієнт чутливості типового сенсора на ефекті Гаусса змінюється від 2%/°C до 0,02%/°C [2].

До основних переваг вимірювальних приладів з магніторезисторами на ефекті Гаусса можна віднести їх малі габарити та низьку вартість. До основних



недоліків вимірювальних приладів з магніторезисторами на ефекті Гауса можна віднести низьку чутливість, нелінійність характеристики перетворення, висока залежність від температури, зміна чутливості магніторезистивного елементу при зміні кута між вектором магнітної індукції і площиною елементу, досить велика розсіювана потужність.

Анізотропні магніторезистивні сенсори. АМР сенсори засновані на анізотропному магніторезистивному ефекті, який є результатом спіно-орбітальної взаємодії в феромагнітних провідниках [18] і полягає в зміні електричного опору феромагнітного провідника в залежності від зміни кута α між протікаючим струмом I і вектором намагніченості M . Загальний принцип анізотропного магніторезистивного ефекту показаний на рис. 4.

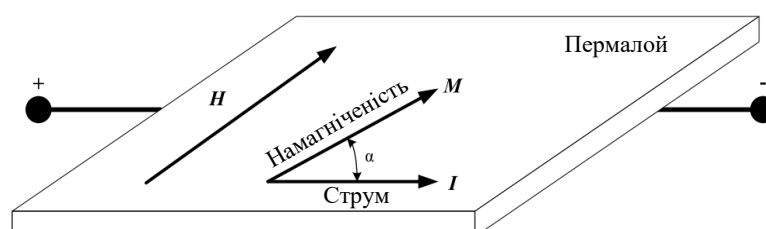


Рисунок 4 – Принцип анізотропного магніторезистивного ефекту

Зовнішнє магнітне поле H повертає вектор намагніченості M на кут α і змінює електричний опір відповідно до виразу:

$$R = R_0 + \Delta R \cos^2(\alpha) \quad (1)$$

де R_0 - базовий опір АМР сенсора, Ом; ΔR - максимальна зміна опору, Ом.

З формули (1) випливає, що куту $\alpha = 90^\circ$ відповідає мінімальний опір, а куту $\alpha = 0^\circ$ (у відсутності магнітного поля) - максимальне значення опору, яке дорівнює базовому опору R_0 , до якого додається максимальний опір ΔR , який становить від 2% до 3% від базового опору [19].

З виразу (1) слідує, що залежність опору від величини вимірюваного магнітного поля носить нелінійний характер. Для вирішення даної проблеми в АМР сенсорах використовують структуру, в якій алюмінієві смуги напилюють на пермалой під кутом 45° , тим самим змінюючи напрямлення струму на 45° і роблячи функцію перетворення близькою до лінійної. Більшість АМР сенсорів дозволяють вимірювати постійні і змінні магнітні поля до частот близько 10 МГц в діапазоні від 10 нТл до 1 мТл, рівень власних шумів на рівні 10 нТл



$\sqrt{H}$ ц, споживана потужність від 0,1 до 0,5 мВт, нелінійність функції перетворення на рівні 0,1%. АМР можуть працювати в діапазоні температур від -55°C до 200°C [15]. Температурний коефіцієнт чутливості типового АМР сенсора складає від 0,25%/°C до 0,01%/°C. Температурний коефіцієнт зміщення складає близько 10 нТл/°C, і варіюється навіть між екземплярами сенсорів однієї партії [13].

Для підвищення чутливості вимірювання індукції магнітного поля, АМР сенсори включають по мостовій схемі [13] і застосовують зворотний зв'язок для компенсації магнітного поля, що вимірюється. Для цього в АМР сенсори вбудовують плоску котушку зворотного зв'язку. Це дозволяє підвищити лінійність та поріг чутливості, але в той же час, ми зменшуємо робочий частотний діапазон. Вихідна інформативна напруга U в АМР сенсорах залежить не тільки від вимірюваної компоненти вектора магнітної індукції B_x , але і від іншої компоненти B_y , перпендикулярній напрямку вимірювання. Для компенсації похибки від поперечного поля застосовують різні способи: магнітний зворотний зв'язок, одночасне вимірювання кількох компонентів вектора магнітної індукції з подальшою цифровою обробкою та ін. Для реалізації прецизійних вимірювальних приладів з АМР сенсорами необхідні складні аналого-цифрові схеми, які мають підвищені енергоспоживання та тепловиділення. Спрощення схемотехнічного рішення призводить до зниження чутливості сенсора і збільшення рівня шумів [13].

Розвитку АМР сенсорів сприяла необхідність замінити індуктивні головки зчитування інформації в жорстких дисках. На цій позиції використання пізніше вони були замінені ГМР і СТМР сенсорами, оскільки вони мають більш високу щільність зберігання інформації завдяки меншим розмірам.

До основних переваг вимірювальних приладів з АМР сенсорами необхідно віднести: наявність осі чутливості, довгий термін служби і незалежність від магнітного дрейфу [19]. В вимірювальному приладі, наприклад, можна використати сенсор компанії Honeywell HMC1021S з незначними розмірами 5x4x2 мм, що може працювати в широкому діапазоні температур та має мале енергоспоживання і є відносно дешевим.

До основних недоліків вимірювальних приладів з АМР сенсорами слід віднести низьку порогову чутливість та великий рівень шумів. Крім того, магніторезистивні сенсори виділяють багато тепла, що пов'язано з



розсіюванням енергії в резистивному елементі.

Огляд патентів за останні 10 років для вимірювальних приладів з АМР сенсорами показав, що ефект АМР використовується в складі таких приладів: "Устройство для измерения крутящего момента и осевого усилия во вращающихся валах" [20], "Anisotropic magneto-resistance gradiometer /magnetometer to read a magnetic track" [21], "Magnetoresistive sensor for determining an angle or a position" [22] та ін.

Прилади з магнітними сенсорами на гігантському магніто-резистивному ефекті. ГМР сенсори засновані на гігантському магніторезистивному ефекті, який має місце в тонких металевих плівках з феромагнітними та провідними немагнітними шарами. Ефект полягає в значній зміні електричного опору такої структури при зміні взаємного напрямку намагніченості сусідніх магнітних шарів, як показано на рис. 5.

Основним механізмом виникнення ГМР ефекту є спін-залежне розсіювання електронів провідності. У феромагнетику електрони з одним напрямком спіну розсіюються набагато сильніше, ніж електрони з протилежним напрямком (виділений напрям задає намагніченість зразка). Виходячи з одного феромагнітного шару, електрони потрапляють в інший, зберігаючи свою поляризацію. Таким чином, в разі паралельної намагніченості шарів, ті з носіїв, які розсіюються менше, проходять всю структуру без розсіювання; а носії протилежної поляризації відчують сильне розсіювання в кожному з магнітних шарів. У разі ж антипаралельної намагніченості шарів, носії обох поляризацій сильно розсіюються в одних шарах і слабо в інших. Отже, при паралельній намагніченості шарів опір, як правило, низький, а при антипаралельній - високий [23].

В якості елемента на основі ефекту ГМР як правило використовується структура, в якій один з магнітних шарів напилений на шар антиферомагнетика. Завдяки обмінній взаємодії між електронами феромагнетика і антиферомагнетика спіни в цих двох шарах стають жорстко зв'язаними між собою [23].

До переваг вимірювальних приладів з ГМР сенсорами слід віднести малі розміри і більшу зміну опору сенсору при впливі магнітної індукції, ніж у АМР сенсора. У той час як зміна опору АМР сенсора не перевищує 3%, ГМР-матеріали забезпечують зміну від 10% до 20% [15]. Крім цього, ГМР сенсори виготовляються за технологією, розробленою для виробництва напів-



провідників, що зменшує собівартість сенсорів та приладів в цілому. Сучасні ГМР сенсори здатні вимірювати магнітні поля від 10 нТл до 0,1 Тл [23].

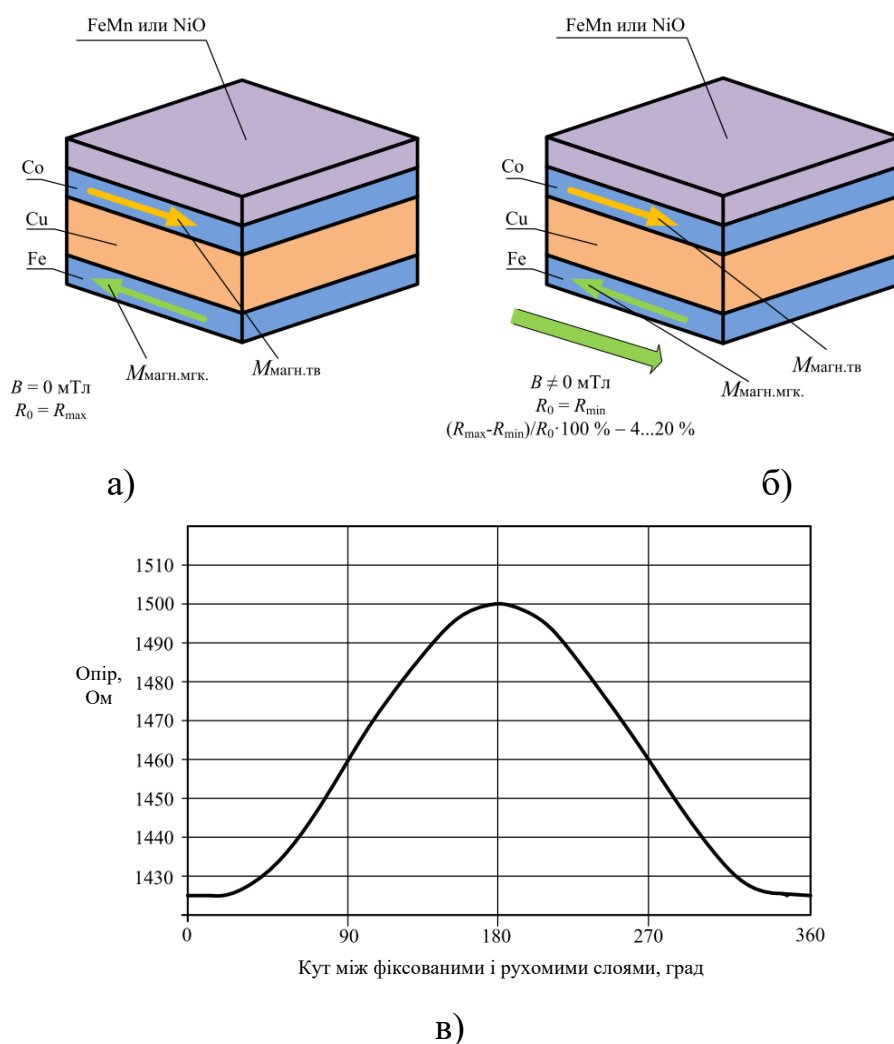


Рисунок 5 – Принцип роботи ГМР ефекту: а) - антипаралельний напрям векторів намагніченості фіксованого і рухомого шарів (кут $\alpha \geq 180^\circ$) - стан з максимальним опором; б) - паралельний стан шарів (кут $\alpha \geq 0^\circ$) - стан з мінімальним опором; в) - графік залежності опору від напрямку прикладеного поля (кута α)

Фірма Hitachi розробила ГМР сенсори з покращеною температурною стабільністю. У цих сенсорів в діапазоні температур від -40°C до 120°C чутливість змінюється всього 20%, крім того, вони здатні працювати при температурі 250°C протягом 30 хвилин [13].

Патентний пошук показав, що в напрямку розробки ГМР сенсорів в світі працюють багато розробників з Китаю, США та інших країн. Причому всі винаходи ГМР сенсорів одразу адаптовані під сучасні інтегральні технології



виробництва [24-27].

Основними перевагами ГМР [28] сенсорів є велика щільність інтеграції, внаслідок чого досягається висока роздільна здатність при розпізнаванні близько розташованих один до одного магнітних мікрооб'єктів (зокрема, бітів на магнітних носіях), високу швидкодію і низьке енергоспоживання.

Основними недоліками вимірювальних приладів з такими сенсорами є те, що діаграма спрямованості цих сенсорів має деформацію, при цьому сильні магнітні поля, особливо при високих температурах, здатні зруйнувати спіновий клапан через зміни в намагніченості з'єднувального шару. Така небезпека не загрожує АМР сенсорам [29].

Прилади зі спін-тунельними магніторезистивними (СТМР) сенсорами. СТМР сенсори використовують спін-тунельний магніторезистивний ефект, який аналогічний гігантському магніторезистивному ефекту, тільки замість немагнітного металу феромагнітні шари розділені шаром діелектрика. Якщо шар діелектрика досить тонкий, проявляється тунельний ефект. Ймовірність тунелювання електрону через потенційний бар'єр сильно залежить від взаємної орієнтації намагніченностей шарів, тому в англомовній літературі цей ефект називається "spin-dependent tunneling" (SDT).

Вимірюваний опір обернено пропорційно ймовірності тунелювання через тонкий ізолюючий бар'єр [21]. Для аморфного ізолюючого шару Al_2O_3 відносна зміна опору досягає 70% при кімнатній температурі. Ще більш перспективним є бар'єр у вигляді монокристалічного шару MgO , який дозволяє досягти значень зміни опору до 600% при кімнатній температурі. Завдяки високому опору СТМР сенсори мають менше енергоспоживання, ніж ГМР сенсори [29]. Однак недоліком СТМР сенсорів залишається висока коерцитивна сила і нелінійність. Так цифровий магнітометр з СТМР сенсором, що згадується в роботі [30], має розширення 1 мкТл і лінійний діапазон вище 1 мТл [13].

Але в напрямку розробки та вдосконалення СТМР сенсорів для вимірювальних приладів в даний момент займаються багато відомих міжнародних фірм, зокрема Multidimension Technology, Qualcomm Incorporated, Bluescircle Therapeutics та ін. Свої позитивні результати по покращенню характеристик СТМР сенсорів вони наводять у відповідних патентах [31, 32].

Отже, основними перевагами вимірювальних приладів з СТМР сенсорами є малі габарити і висока просторова роздільна здатність, низьке



енергоспоживання, можливість роботи в широкому діапазоні температур, довговічність, низька вартість [13]. До основних недоліків вимірювальних приладів з СТМР сенсорами відноситься: невисока чутливість, нелінійність в широкому діапазоні вимірювань, високий рівень шуму і тепловиділення.

1.3. Прилади з сенсорами на основі ЯМР

Ще один різновид магніточутливих приладів використовують сенсори на ефекті ядерного магнітного резонансу, ефекті Зеємана і Оверхаузера [33].

Ядерний магнітний резонанс виникає внаслідок поглинання або випромінювання електромагнітної енергії речовиною, яка поміщена у зовнішнє магнітне поле і містить ядра з ненульовим спіном, обумовлено переорієнтацією магнітних моментів ядер відносно напрямку магнітної індукції. Оскільки орієнтації магнітних моментів ядер носить дискретний характер, то зміна орієнтації, а отже, і зміна енергії відбувається стрибкоподібно [33]. Для виникнення резонансу необхідно створити надлишок частинок на одному з енергетичних рівнів. Цього можна домогтися опроміненням речовини електромагнітним полем або світлом резонансної частоти, або впливом сильного магнітного поля [33].

Сенсори магнітного поля, засновані на ядерному магнітному резонансі (ЯМР), поділяються на: сенсори з примусовою ядерною прецесією; сенсори з вільною ядерною прецесією; сенсори з оптичним накачуванням.

Вдосконалення вимірювальних приладів з сенсорами на ядерному магнітному резонансі здійснюється і в наш час. Це підтверджують винаходи провідних розробників в цьому напрямку [31 - 33].

Прилади з сенсорами з примусовою ядерною прецесією. Сенсори з примусовою ядерною прецесією працюють наступним чином [1]: зразок з резонуючими ядрами міститься всередині котушки, яка живиться від зовнішнього генератора. Умова резонансу настає при співпаданні частоти зовнішнього збуджуючого генератора з частотою прецесії ядер у вимірюваному магнітному полі. Тому частота генератора змінюється до тих пір, поки не співпаде з частотою прецесії ядер. Високочастотна енергія, яка створюється котушкою, переводить ядра в збуджений стан. Частина енергії котушки поглинається зразком, що призводить до виникнення напруги на її кінцях.



Вимірювальні прилади з сенсорами з примусовою ядерною прецесією застосовуються для вимірювання полів з індукцією 0,025 Тл і вище. При цьому вимірюване поле служить одночасно і поляризуючим, тобто створює початкову намагніченість. У випадках вимірювання в слабших полях, амплітуда сигналу стає недостатньою і для збільшення сигналу ядерної індукції застосовують попередню поляризацію речовини сильним магнітним полем.

Прилади з сенсорами з вільною ядерною прецесією. В сенсорах з вільною ядерною прецесією робоча речовина поміщається в приймальню котушку, яка включена в перестроюваний по частоті коливальний контур. Допоміжне постійне магнітне поле, більш сильніше ніж вимірюване, поляризує робочу речовину в перпендикулярному робочому полю напрямку. Після швидкого відключення допоміжного магнітного поля моменти атомних ядер вільно прецесіюють відносно напрямку вимірюваного поля з експоненціально затухаючою протягом 2-3 с амплітудою. При цьому в приймальній котушці наводиться ЕРС з частотою прецесії (частота Лармора), яка вимірюється частотоміром. Чутливість протонних ЯМР сенсорів з вільною прецесією в слабких однорідних полях досягає 1 нТл [31-33].

В сучасних сенсорах з вільною ядерною прецесією для створення ядерної намагніченості застосовують динамічну поляризацію ядер (ефект Оверхаузера). Як зразок, використовують речовини, що містять частинки як з ядерним, так і з електронним магнітним моментом. Динамічна поляризація ядер призводить до намагніченості, приблизно в 500 разів більшою статичної ядерної намагніченості, і досягається накладенням на зразок змінного поля з частотою прецесії електронів. Сенсори з динамічною поляризацією мають перевагу з точки зору їх швидкодії, так як вони дозволяють спостерігати прецесію ядер (протонів) одночасно з процесом поляризації. Це виявляється можливим внаслідок незалежного утворення поздовжньої складової ядерної намагніченості і прецесійного руху поперечної складової навколо вимірюваної магнітної індукції. Вимірювальні прилади з сенсорами на ефекті Оверхаузера досягають чутливості до 0,01 нТл. Особливістю цих приладів також є дискретний характер вимірювань. Найбільш швидкодіючі прилади дозволяють здійснювати один вимір за 0,2 с [30-33].

Прилади з сенсорами з оптичним накачуванням. Квантові сенсори з оптичним накачуванням використовують зміну оптичних властивостей речовин під дією магнітного поля. Промінь світла певної поляризації і напрямку,



проходячи через пари лужного металу (цезій, калій, рубідій), викликає поляризацію. Робоча речовина перестає поглинати світло і стає більш прозорою. Після цього відбувається процес деполяризації, при цьому частота деполяризуючого поля прямо пропорційна магнітному полю. Чутливість квантових сенсорів тим вище, чим вузча спектральна лінія поглинання. Найвузчу спектральну лінію поглинання (менше 1,0 нТл) мають калієві квантові сенсори. Коефіцієнт перетворення ларморової частоти у сенсорів даного типу становить 7 Гц/нТл, а чутливість досягає 10 фТл [33].

Однією з головних переваг вимірювальних приладів з сенсорами з ЯМР є висока роздільна здатність. До недоліків магнітометрів на основі ЯМР відносяться: великі розміри, висока вартість, чутливість до механічних впливів, висока споживана потужність. Крім того, магнітометри з сенсорами на основі ЯМР мають низьку швидкодію і обмежений температурний діапазон.

Слід зазначити, що сенсори на основі ЯМР не мають осі чутливості, тому не можуть давати інформацію про направлення магнітного поля.

1.4. Прилади зі СКВІДами

Розвиток фізики надпровідності сприяв створенню нового вимірювального сенсору, що отримав назву "СКВІД" (SQUID, Superconducting Quantum Interference Device). Принцип дії сенсору СКВІД заснований на використанні таких квантових явищ як ефекту Джозефсона і інтерференції хвильової функції електронних пар в надпровідному кільці, що містить джозефсонівський перехід. СКВІД-магнітометр застосовуються для вимірювання магнітного нуля і інших фізичних величин. Чутливість таких сенсорів в 1000 разів вища, ніж у кращих ненадпровідникових магнітометрів [2].

Принцип роботи приладу наступний: для підтримки надпровідного стану, який можливий при дуже низькій температурі, СКВІД поміщають в посудину Дюара з рідким гелієм. Якщо стінки посудини металеві, то виникаючі у них струми спотворюють магнітні поля від зовнішніх джерел. Останнім часом розроблені спеціальні діелектричні посудини Дюара зі склопластику. У них СКВІД розміщений лише в сантиметрі від зовнішньої стінки посудини і може без спотворень сприймати магнітне поле від зовнішнього джерела при кімнатній температурі. Одна із розробок таких приладів описані в [2-6].



Існують два типи СКВІДів: СКВІД на постійному струмі і високочастотний СКВІД. СКВІД, що складається з двох джозефсонівських контактів, включених паралельно в замкнутий надпровідний контур і працюють при постійному струмі зміщення, називається СКВІДом на постійному струмі. Високочастотний СКВІД працює на змінному струмі і має тільки один джозефсонівський контакт.

Зовнішній вигляд сквіду на постійному струмі зображений на рис. 6. Прикладений постійний струм в надпровідному кільці СКВІДу розділяється на два рівних по амплітуді струми, кожен з яких проходить через відповідний джозефсонівський контакт, після чого струми підсумовуються. Якщо зовнішнє магнітне поле відсутнє, то обидва струми будуть рівними. При наявності магнітного поля в контурі буде наводитися циркулюючий надпровідний струм. Цей струм в одному з джозефсонівських контактів буде відніматися з постійного зовнішнього струму, а в другому підсумовуватися з ним. Таким чином, дві гілки матимуть різні струми, і між джозефсонівськими контактами виникне різниця фаз [2-7].

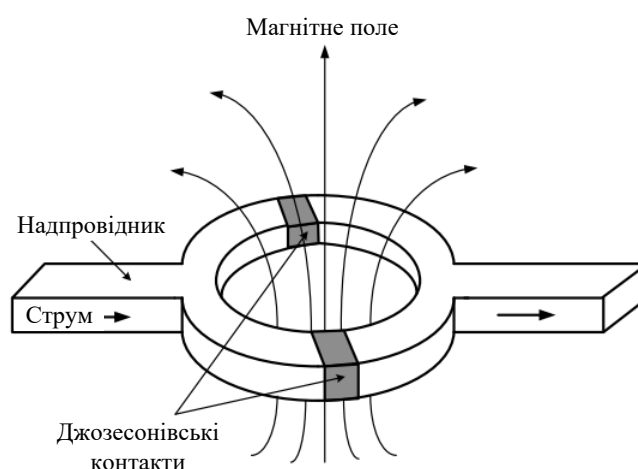


Рисунок 6 – Зовнішній вигляд СКВІДа

Робота СКВІДу на змінному струмі заснована на нестационарному ефекті Джозефсона і використовує тільки один джозефсонівський контакт. Кільце СКВІДу індуктивно зв'язано з коливальним контуром, який живиться від зовнішнього генератора струму. При наявності магнітного поля в СКВІДі виникає екрануючий струм, який створює власний магнітний потік, що частково компенсує зовнішнє магнітне поле. Вимірюється падіння напруги на коливальному контурі, яке прямо пропорційне зміні магнітного поля [2]. Високочастотний СКВІД менш чутливий порівняно з СКВІДом на постійному



струмі, та має більш високий рівень шуму, але дешевший і простіший в виготовленні [2].

На сьогодні, в електроніці набули найбільшого поширення СКВІДи, які виготовлені за тонкоплівковою технологією. Схема такого СКВІДу являє собою замкнутий контур з надпровідника (в який включені два джозефсонівських переходи) з чотирма виводами, які використовуються для подачі струму і зняття напруги [2]. В більшості використовуваних системах на базі низькотемпературних СКВІДів, самі сенсори розташовані всередині малих циліндричних надпровідних магнітних екранів. Багато фірм, які виготовляють низькотемпературні СКВІДи, поширюють не просто кремнієві чіпи, а сенсори закапсульовані в твердий пластиковий матеріал з виведеними на корпус металевими контактами. Такі прилади легко монтуються всередину суперізованих гелійових кріостатів із оргскла. Також, паралельно розвивається технологія виготовлення високотемпературних СКВІДів [5-7]. Вони з'явилися порівняно недавно і мають більш високий рівень шуму в порівнянні з низькотемпературними СКВІДами. Але не дивлячись на це, високотемпературні СКВІДи постійно вдосконалюються. Приклади таких СКВІДів виготовляються в Юліхському технологічному центрі в Німеччині [2]. Одним із відомих виробників СКВІД-сенсорів на ринку є американська компанія Tristan Technologies та англійська компанія Cryogenic [2]. Приклади СКВІД сенсорів компанії Tristan Technologies наведено на рис. 7. Параметри СКВІДа високої температури НТМ-8 [2]: розмах сигнальної характеристики 50 мкВ; крутість $\partial V_{SQUD} / \partial \Phi = 150$ мкВ/ Φ_0 (Φ_0 - квант магнітного потоку); коефіцієнт перетворення індукції магнітного поля в магнітний потік $\partial B / \partial \Phi = 2,8$ нТ/ Φ_0 ; чутливість по магнітному полю 50 фТл/Гц^{1/2}; власний шум 18 мк Φ_0 /Гц^{1/2}; ефективна площа 0,7 мм²; коефіцієнт зв'язку котушки зворотного зв'язку 2,5 мкА/ Φ_0 .

Параметри СКВІД-магнетометрів S700X та CF-S700X [2]: індукція магнітного поля $\pm 7,5$ Т; однорідність магнітного поля 0,01 %; стабільність магнітного поля 0,1% ppm/ч; роздільна здатність встановлення магнітного поля: 0,11 мТ (стандартно), 10⁻⁷ Т (опція); максимальний розмір зразка 9 мм; діапазон температур зразка: 1,6 – 300К (стандартно), до 700К (опція); стабільність температури: 2 мК / 10 К, 3 мК / 100 К, 10 мК / 300 К; діапазон вимірювань: 10⁻⁸ – 10⁻² етм (стандартно), до 5 етм (опція); чутливість 10⁻⁸ етм.

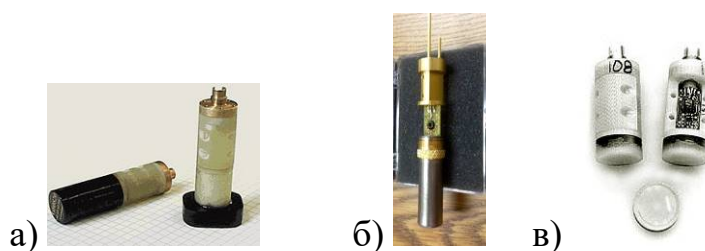


Рисунок 7 – Приклади СКВІД сенсорів компанії Tristan Technologies

а – СКВІД високої температури HTM-8; б – СКВІД низької температури LSQ/20LTS; в – СКВІД низької температури LSQ/20M LTS

На основі низькотемпературних (гелієвих) СКВІДів створені найчутливіші вольтметри і підсилювачі, шуми яких наближаються до квантової границі. Сам СКВІД може бути невеликих розмірів, але потреба в кріогенній установці робить всю конструкцію магнітометра громіздкою і важкою. Споживана потужність СКВІДу майже повністю обумовлена наявністю електроніки зчитування вимірювальної інформації і становить кілька ват [2]. Отже, основними перевагами вимірювальних приладів зі СКВІДами є висока чутливість і низький рівень шумів. До основних недоліків таких приладів відноситься: необхідність в спеціальному обладнанні та додатковому екрануванні, обмежені розміри вимірювального об'єму, висока вартість.

Представники інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова запропонували винахід, який належить до вимірювальної техніки, призначеної для реєстрації низькочастотних надслабких магнітних полів за допомогою надпровідникових квантових інтерференційних детекторів (СКВІДів) і може бути використаний для реєстрації як власних, так і зовнішніх магнітних полів біологічного походження, в першу чергу таких органів людини, як серце, кров та печінка.

Відомо, що життєдіяльність біологічних організмів супроводжується випромінюванням магнітних полів. Ці біомагнітні поля дуже слабкі і їх стало можливим вимірювати тільки після відкриття СКВІДів, чутливість яких сягає діапазону фемтоТесла (10^{-15}). Магнітне поле Землі приблизно дорівнює 50 мкТл, техногенні магнітні завади лежать в діапазоні нТл. В той же час біомагнітні поля лежать в діапазоні фемто- і пікоТесла. Тому реалізація вимірювань за допомогою СКВІДів становить значну технічну проблему. Особливо це стосується біомагнітометрів, які призначені для вимірювання магнітних полів біологічного походження. Такі прилади повинні мати одночасно як велику чутливість, так і широкий динамічний діапазон, високу



швидкодію, завадозахищеність, стабільність характеристик.

Це спонукає розробників вдосконалювати сенсори магнітного поля на основі СКВІДів. На сьогодні більш поширені так звані СКВІДи постійного струму, які використовуються для вимірювання слабких квазіпостійних магнітних полів. В їх основу поставлена задача вдосконалення конструкції релаксаційних коливань СКВІДу, в якому шляхом застосування нового обладнання, нових конструктивних та схемних рішень підвищується чутливість сенсору до корисного магнітного сигналу, а також завадозахищеність і стабільність його роботи в умовах відсутності магнітного екранування.

Конструкція такого сенсору передбачає використання: спеціального фільтра низьких частот між антеною та вхідною котушкою для зменшення високочастотних завад, проникаючих з антени в СКВІД; спеціального концентратора потоку, виготовленого із свинцю, для збільшення магнітного зв'язку між вхідною котушкою і отвором СКВІДа; RL шунта з характерним часом близько 1 мс для додаткового послаблення шумів генерованих коливань; надпровідного екрану для захисту СКВІДу від магнітних завад; подвійного радіочастотного екрану для екранування вихідних проводів, що йдуть до зондової електроніки; термічних екранів в кріогенному зонді для зменшення випаровування рідкого гелію; антени покращеної конструкції; свинцевої магнітоекрануючої трубочки для проводів, що йдуть від антени; фільтр низьких частот у вихідних колах та колах нагрівача для зменшення високочастотних завад, що проникають з зондової електроніки; двох резисторів в колах зворотного зв'язку та живлення СКВІДу, які разом з розподіленою ємністю звитої пари проводів утворюють ФНЧ, та зменшують завади, що проникають по живленню; спіральної вхідної котушки, намотаної в два ряди; капсули із ніобію, в яку поміщується сенсор магнітного поля для захисту від завад; нагрівача для випуску замороженого потоку, проникаючого в СКВІД; механізму для механічного балансу антени.

Основна ідея цього винаходу полягає в тому, щоб за допомогою зазначених вдосконалень покращити чутливість сенсора до магнітного поля та підвищити його завадозахищеність від дії сильних зовнішніх, як імпульсних, так і гармонічних магнітних завад техногенного характеру [2].

Розвитком та вдосконаленням вимірювальних приладів зі СКВІДами також займаються науковці інших країн. Деякі результати їх наукових розробок викладені в [5-9].



Таким чином, після проведеного аналізу, можна зазначити, що СКВІДи займають у фізиці низьких температур особливе місце і в даний час використовуються в багатьох практичних областях науки і техніки. Чутливість таких приладів в діапазоні від сотих часток герца до десятків гігагерц знаходиться поза конкуренцією. Тому використання СКВІДів в більшості випадків дозволяє отримати прилади з якісно новим рівнем параметрів. Зокрема, на основі низькотемпературних СКВІДів були створені магнітометри і градієнтметри, які дозволили реєструвати магнітні поля мозку і серця людини. Після відкриття високотемпературної надпровідності були випробувані перші зразки СКВІДів на основі високотемпературних надпровідників. Вони продемонстрували можливість створення вимірювальних систем, що працюють при температурі рідкого азоту і мають параметри, які близькі до їх низькотемпературних аналогів [9, 2].

1.5. Прилади з ферозондовими сенсорами

Ферозондові перетворювачі (ферозонди) є різновидом фероіндукційних перетворювачів [6, 8, 12]. Чутливим елементом в фероіндукційних перетворювачах є осердя з феромагнітного матеріалу. Поширення отримали три типи фероіндукційних перетворювачів, які відрізняються способом збудження: механічним, тепловим і магнітним (рис. 8).

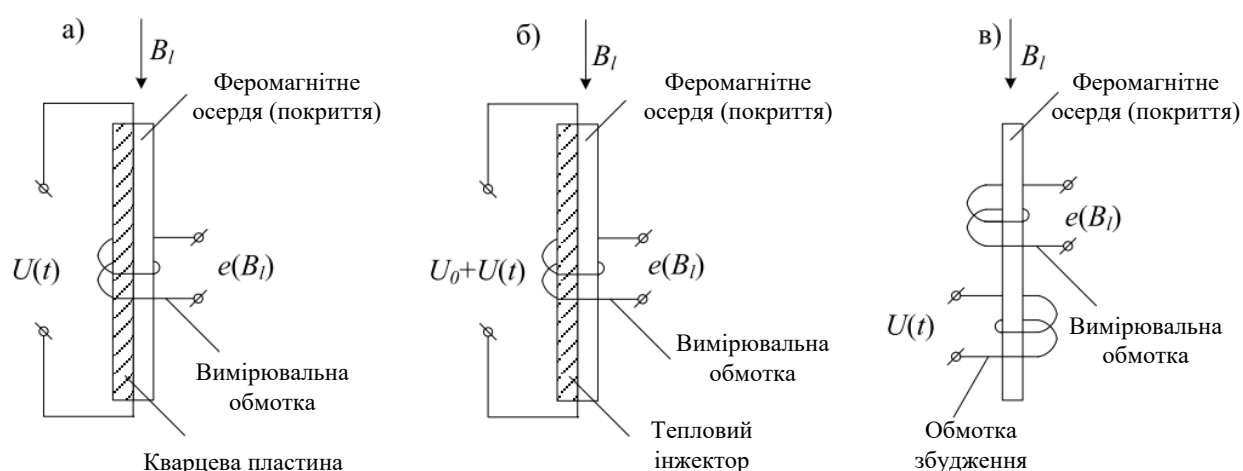


Рисунок 8 – Фероіндукційні перетворювачі з механічним (а), тепловим (б) і магнітним (в) збудженням



Перетворювач з механічним збудженням (рис. 8.а) являє собою кварцову пластинку з феромагнітним покриттям (наприклад, у вигляді тонкої пермалоевої плівки), поверх якого розміщена вимірювальна котушка. Кварцова пластинка при впливі на неї електричної напруги резонансної частоти періодично подовжується, механічно впливаючи на плівку. В результаті, магнітна проникність плівки змінюється в часі, що призводить до виникнення електрорушійної сили (ЕРС) у вимірювальній котушці. Ця ЕРС пропорційна компонентів вектора магнітної індукції B , що збігається з поздовжньою віссю пластинки і котушки. Такий перетворювач має порівняно низьку чутливість через незначну зміну магнітної проникності.

У перетворювачі з тепловим збудженням (рис. 8.б) в вимірювальну котушку поміщений малоінерційний тепловий інжектор, що знаходиться в безпосередньому контакті з тонкою феромагнітною плівкою, виконаний з матеріалу з низькою точкою Кюрі. При подачі на інжектор постійного струму, сердечник нагрівається до температури, близької до точки Кюрі. При цьому його магнітна проникність різко зростає відповідно до ефекту Гопкінсона. Після подачі на інжектор змінного струму, магнітна проникність сердечника змінюється з подвоєною частотою, сприяючи виникненню в вимірювальній котушці ЕРС, яка пропорційна вимірюваній компоненті вектора магнітної індукції B . Такий перетворювач має досить високу чутливість, але вимагає наявності матеріалу з малою тепловою інерційністю.

Перетворювач з магнітним збудженням (рис. 8.в) являє собою так званий ферозонд - це прилад, чутливий до зовнішніх магнітних полів, головним чином постійних і повільно змінних, що містить один або два феромагнітних сердечника і обмотки, розподілені по їх довжині [37]. Слід зазначити, що в даний час існують ферозонди для вимірювання магнітної індукції високої частоти [6]. Інформативний сигнал ферозонда містить дані про амплітуду, частоту і напрямок дії вектора вимірюваного магнітного поля [29].

Принцип дії ферозонда заснований на зміні магнітного стану феромагнетика під впливом двох магнітних полів різних частот [60]. Найпростіший ферозонд (рис. 8.в) являє собою феромагнітний стержень з розташованими на ньому котушкою збудження, що живиться змінним струмом, і вимірювальною котушкою. За відсутності вимірюваного магнітного поля сердечник під дією змінного магнітного поля, що створюється струмом в котушці збудження, перемагнічується по симетричному циклу (рис. 9.а).



Зміна магнітного потоку, викликана перемагнічуванням сердечника по симетричній кривій, індукує в сигнальній котушці ЕРС, що змінюється за гармонійним законом. При впливі на сердечник вимірюваного (постійного або змінного) магнітного поля, крива перемагнічування змінює свої розміри і форму, стає несиметричною, що призводить до зміни значення ЕРС в вимірювальній котушці (рис. 9.б). Зокрема, з'являються парні гармонійні складові ЕРС, величина яких прямо пропорційна індукції вимірюваного поля.

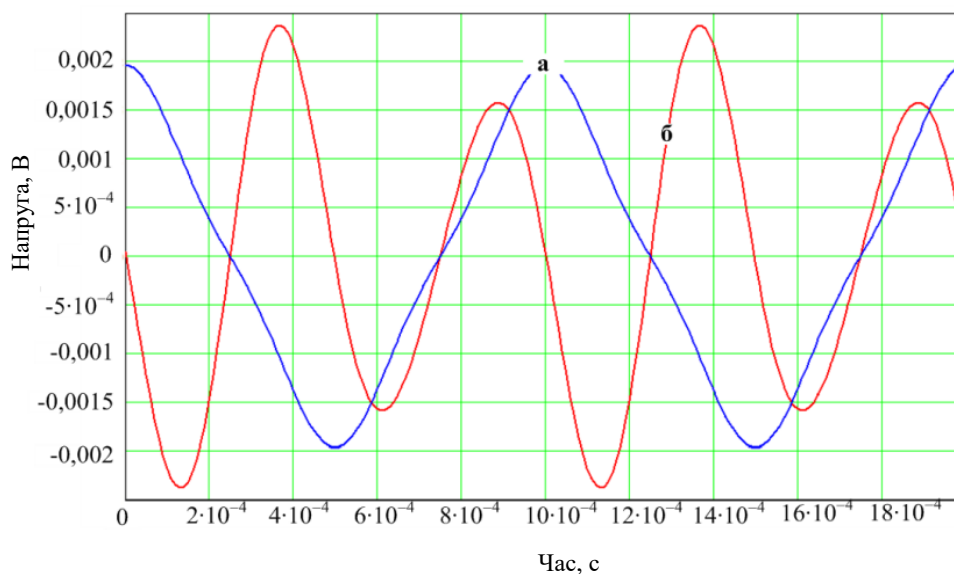


Рисунок 9 – Напруги на обмотці збудження (а) та у вимірювальній обмотці ферозонда (б)

За принципом роботи ферозонд схожий з принципом роботи магнітного підсилювача, але на відміну від останнього, ферозонд містить некероване електричне коло, а магнітне - у вигляді сердечника з феромагнітного матеріалу, намагнічуваного вимірюваним полем. Індукція магнітного поля є векторною величиною, причому намагніченість сердечників залежить не тільки від їх орієнтації, а й від співвідношення поздовжніх і поперечних розмірів. Тому ферозонд характеризується діаграмою направленості, завдяки чому він може бути використаний для вимірювання компонентів вектора магнітної індукції і кутів.

На рис. 10 представлена типова структурна схема магнітометра на основі ферозондового перетворювача [16]. Для збудження перетворювача сигнал синусоїдальної форми подається з генератора струму на обмотку збудження ферозонда, з виходу вимірювальної обмотки ферозонда інформативний сигнал



підсилюється і подається на вибіркового підсилювач або синхронний детектор, налаштований на частоту другої гармоніки сигналу збудження. Виділений сигнал фільтрується фільтром нижніх частот і надходить на реєструючий прилад, який вимірює постійну напругу і проградуйований в одиницях виміру магнітної індукції. Наявність природної діаграми направленості відрізняє ферозонди від ядерно-прецесійних і квантових сенсорів, які забезпечують більш високу чутливість, але безпосередньо вимірюють модуль вектора магнітної індукції. Вони можуть набувати діаграми спрямованості тільки за рахунок накладення допоміжного поля заздалегідь певного напрямку і величини, що призводить до додаткових похибок, зниження надійності і збільшення габаритів.

Серед відомих вчених, що зробили значний вклад в розробку і створення ферозондів слід відзначити М.А. Розенблат, Ю.В. Афанасьєв, Р.І. Янус, Ю.Ф. Понаморьов, G. Goubau, H. Aschenbrener, F. Forster, P. Ripka і ін.

Ферозондові сенсори використовуються для різних магнітних вимірювань з кінця 30-х років 20-го сторіччя [16-22]. Перші сенсори представляли собою громіздкі прилади, намотані на осерді з відпаленого заліза [37]. У міру вдосконалення ферозондів змінювалися матеріали сердечників і удосконалювалися конструкції і схеми сенсорів.

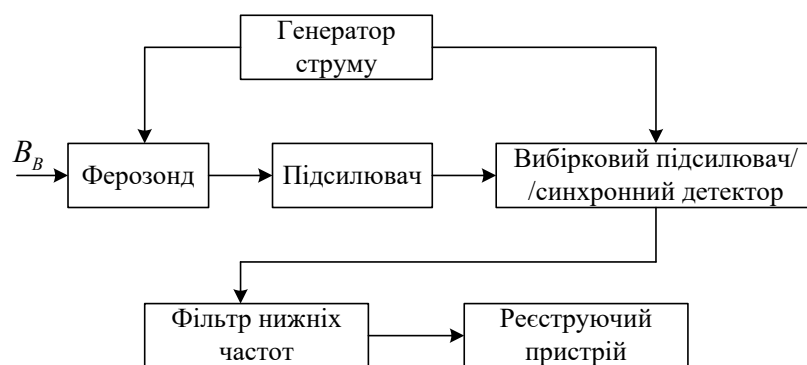


Рисунок 10 – Типова структурна схема ферозондового магніметра

На рис. 11 типові сучасні ферозондові перетворювачі FGM-3 компанії Speake & Co, їх розмір становить 62*16 мм. Дані перетворювачі використовуються, наприклад, в магнітометрах для пошуку прихованих феромагнітних об'єктів під землею [37].



Рисунок 11 – Ферозондові перетворювачі FGM-3

Сучасні вимірювальні прилади з ферозондовими перетворювачами дозволяють вимірювати магнітну індукцію в діапазоні від 100 пТл до 1 мТл на частотах до 20 МГц, мають рівень власних шумів до 9 пТл/ $\sqrt{\text{Гц}}$ і нелінійність функції перетворення на рівні до 0,001%. Діапазон робочих температур може досягати від мінус 180°C до 220°C [38]. До недоліків вимірювальних приладів з ферозондами можна віднести великі габарити, велику споживану потужність і тепловиділення. Для мінімізації недоліків ферозондового сенсора у вимірювальних приладах, застосовують такі технології: КМОП-сенсори; сенсори з мікросоленоїдами; прилади на друкованій платі з котушками, виготовленими за допомогою доріжок і міжшарових отворів (так звані планарні ферозонди). КМОП-ферозонди виготовляються за технологією інтегральних схем. Такий підхід веде до зниження споживаної потужності до рівня АМР сенсорів і зменшення вартості сенсора. Ферозонд, виконаний за інтегральною технологією, показаний на рис. 12 [37, 38]. Використання інтегральної технології дозволяє створювати ферозондові сенсори з цифровим виходом за рахунок заміни аналогового синхронного детектора і фільтра нижніх частот на їх цифрові аналоги і використання аналого-цифрового перетворювача (АЦП).

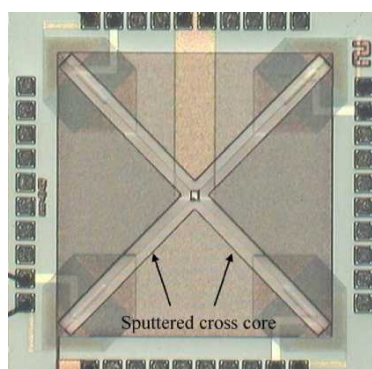


Рисунок 12 – КМОП-ферозонд



Однак, при виготовленні ферозондових сенсорів за цією технологією потрібно напilenня феромагнітного матеріалу сердечника. Процес створення феромагнітних плівок з високою магнітною проникністю складний і вимагає спеціального дорогого обладнання. Матеріал сердечника повинен розташовуватися в одному з внутрішніх шарів, що знижує надійність подібних структур. Неоднорідність структури напilenого сердечника призводить до зростання власних шумів і погіршення лінійності перетворення.

В роботі [13] наводиться опис КМОП-ферозонда який має коефіцієнт перетворення 92 В/Тл, рівень власних шумів 15 нТл/ $\sqrt{\text{Гц}}$ і споживану потужність 10мВт. В роботі [66] наводиться КМОП-ферозонд з коефіцієнтом перетворення 450В/Тл, рівнем власних шумів 7,4 нТл/ $\sqrt{\text{Гц}}$ і нелінійністю перетворення 1,15% в діапазоні ± 50 мкТл, споживана потужність 13,7 мВт. Котушки в КМОП-ферозондах мають принципово великий опір, сотні і тисячі Ом [13], і отже, велике тепловиділення. Сенсори з мікросоленоїдами позбавлені такого недоліку. Вони виготовляються за технологією мікроелектромеханічних систем (МЕМС) з використанням ультрафіолетової фотолітографії для створення котушок і електроосадження для створення осердя. На рис. 13 представлений МЕМС-ферозонд описаний в роботі [38].

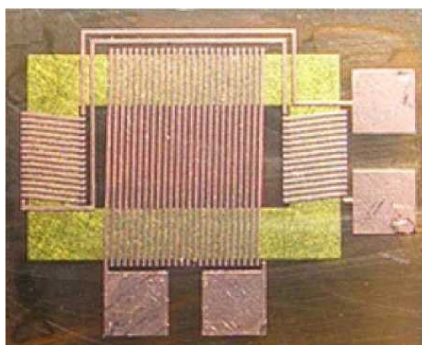


Рисунок 13 – МЕМС-ферозонд

В роботі [13] наводяться характеристики створеного МЕМС-ферозонду коефіцієнт перетворення 650 В/Тл, рівень власних шумів 32 нТл/ $\sqrt{\text{Гц}}$, споживана потужність 14 мВт. Котушка збудження містить 56 витків і має опір 2 Ом, вимірювальна котушка складається з 11 витків. Досягнута роздільна здатність 1мкТл, яка є меншою ніж в АМР сенсорів. Виготовлення КМОП- і МЕМС-ферозондів вимагає наявності дорогого спеціалізованого обладнання та високої кваліфікації фахівців. Іншою перспективною технологією для



виробництва ферозондових сенсорів є технологія друкованих плат, по ній виготовляють так звані планарні ферозонди. Технологія друкованих плат давно використовується для створення тензосенсорів, акселерометрів та ін. Топологія сердечника формується аналогічно топології котушок за допомогою фотолітографії і травлення. Так як при такому підході не відбувається напилення, механічної або термічної обробки матеріалу сердечника, він зберігає свої характеристики. Сучасна технологія виробництва друкованих плат дозволяє виготовляти провідники шириною 25 мкм і з такими ж відстанями між провідниками. Планарні феррозонди характеризуються низьким рівнем власних шумів, високою температурною стабільністю і досить високою роздільною здатністю [6, 13].

На рис. 14 показаний зовнішній вигляд прототипу планарного ферозонду [6, 13, 37]. Даний планарний феррозонд має наступні характеристики: коефіцієнт перетворення 241 В/Тл, рівень власних шумів 0,71 нТл/ $\sqrt{\text{Гц}}$ і нелінійністю перетворення 0,17% в діапазоні ± 100 мкТл, споживана потужність менше 5 мВт. Котушка збудження містить 30 витків і має опір 0,86 Ом, вимірювальна котушка складається з 54 витків і має опір 1,28 Ом. Роздільна здатність близько 100 нТл. У порівнянні з іншими технологіями (намотувальні, інтегральні схеми, і МЕМС) технологія друкованих плат дозволяє створювати мініатюрні сенсори потрібної топології високої якості. Вимірювальні прилади з планарними ферозондами мають меншу чутливість в порівнянні з приладами з традиційними намотувальними ферозондовими перетворювачами, але мають набагато менші енергоспоживання і тепловиділення, є мініатюрними, більш технологічні і прості у виготовленні.

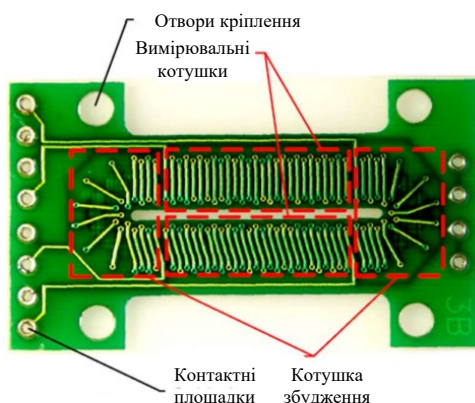


Рисунок 14 – Планарний феррозонд



1.6. Прилади з напівпровідниковими сенсорами

Одним із найпоширеніших напівпровідникових перетворювачів магнітного поля, який використовується у вимірювальних приладах, є елемент Холла (ЕХ), який являє собою пластину з напівпровідникового матеріалу, з чотирьох сторін якої розташовані контакти. Конструктивно перетворювачі Холла можуть бути виконані як у вигляді напівпровідникових структур, так і у вигляді дискретних елементів, розташованих в кристалі напівпровідникового матеріалу (рис.15), в тому числі і разом з електронною схемою обробки сигналу ЕХ [34-36].

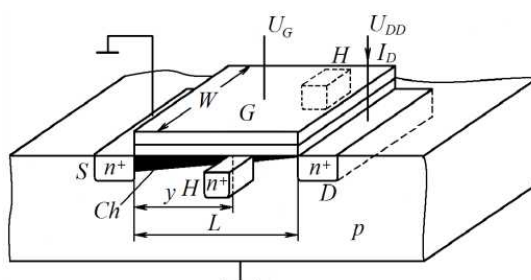


Рисунок 15 – Принципова структура польового елемента Холла [4]

Польовий елемент Холла (рис. 15) відрізняється від звичайного тим, що у звичайному ЕХ носії заряду забезпечуються самим матеріалом, а у польовому вони генеруються завдяки поверхневою ефекту поля. Напруга Холла в польовому елементі значно залежить від місця розташування холлівських контактів. Це пояснюється тим, що поле Холла при зменшенні концентрації носіїв заряду збільшується. На практиці оптимальне положення холлівських контактів визначається з умови $0,7 < y / L < 0,8$. Розрахована абсолютна чутливість такого ЕХ складає $280 \text{ В}/(\text{А} \cdot \text{Т})$ [4]. Значним недоліком польового ЕХ є вплив поверхневої рекомбінації на напругу Холла. Перетворювачі на основі ефекту Холла використовуються для вимірювання параметрів постійних, змінних та імпульсних магнітних полів, а також для визначення характеристик феромагнітних матеріалів. Суттєвим недоліком таких сенсорів є значна температурна залежність ЕРС Холла, висока залишкова напруга.

Іншим напівпровідниковим перетворювачем магнітного поля є магнітодіод (МД). Відмінність від звичайних напівпровідникових діодів полягає в тому, що МД (рис. 16, а, б, в) виготовляється з високоомного напівпровідникового матеріалу, провідність якого близька до власної, ширина бази d у кілька разів більша за дифузійну довжину пробігу носіїв L [4]. Перевагою МД є висока



питома магнітна чутливість при низьких напругах джерела живлення. Таким чином, ефект магнітоопору за рахунок зміни рівня інжекції підсилюється в сотні разів.

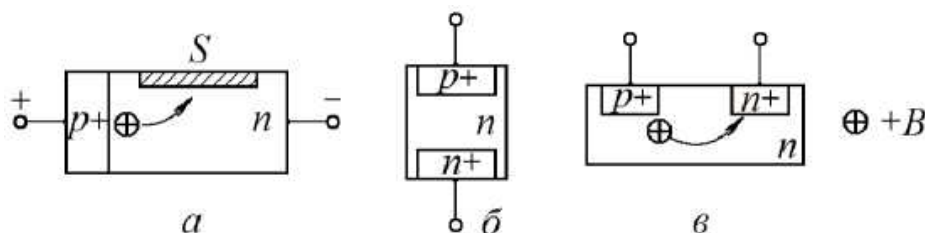


Рисунок 16 – Принципова структура магніодіодів: а - з областю високої швидкості рекомбінації, б - торцева структура, в - планарна структура

Наступним напівпровідниковим сенсором вимірювальних приладів є магнітотранзистор (МТ) - це транзистор, структура та параметри якого оптимізовані для отримання магнітної чутливості їх колекторних струмів. Дія магнітного поля на звичайні біполярні транзистори виявляється у викривленні траєкторії інжектованих із емітера носіїв заряду, що приводить до збільшення ефективної довжини бази та відхилення частини носіїв від колектора [4]. Роль останнього ефекту збільшується зі зменшенням ширини емітера та колектора, що забезпечує збільшення магніточутливості. Тому латеральна конструкція виявляє найбільшу магніточутливість. На рис. 16 зображена структура такого магнітотранзистора; пунктиром показана область об'ємного заряду колекторного p-n переходу.

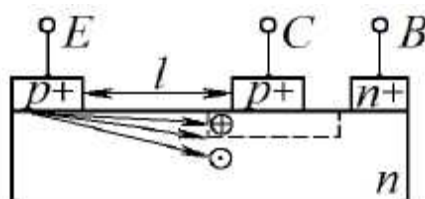


Рисунок 17 – Структура біполярного магнітотранзистора

На рис.17 лінії із стрілками вказують напрямок руху носіїв заряду: верхня - в магнітному полі $\oplus B$, нижня - в полі $\ominus B$, середня лінія - при $B = 0$. Двоколекторні магнітотранзистори (ДКМТ) характеризуються лінійною залежністю вихідного сигналу від індукції магнітного поля в широкому діапазоні значень магнітної індукції, чутливістю до напрямку магнітного поля і високою чутливістю, оскільки ДКМТ. При однакових робочих струмах, чутливість двоколекторних магнітотранзисторів на два-три порядки вища ніж



чутливість сенсорів Холла. Висока чутливість і лінійність характеристики при малих магнітних полях дозволяють використовувати магнітотранзистори як сенсори слабких магнітних полів (відтворюючі магнітних голівки, електронні компаси та ін.). При дії сильних магнітних полів чутливість зменшується за рахунок того, що всі носії вже перерозподілені. Біполярні магнітотранзистори мають великі значення керуючих струмів, високий рівень шумів [3].

Ще одним із напівпровідникових сенсорів магнітного поля вимірювальних приладів є магніточутливі польові транзистори (МПТ). Топологія двостокового магніточутливого польового транзистора зображена на рис. 18 [4]. Транзистор має два стоки, D1 та D2, які розташовані один біля одного та розділені ізолятором, тому струм витоку S розподіляється між обома стоками рівномірно. При дії зовнішнього магнітного поля перпендикулярно до поверхні транзистора носії заряду під дією сили Лоренца відхиляються в бік одного зі стоків (залежно від напрямку складової індукції B_z), внаслідок чого струм одного стоку збільшується, а іншого - зменшується.

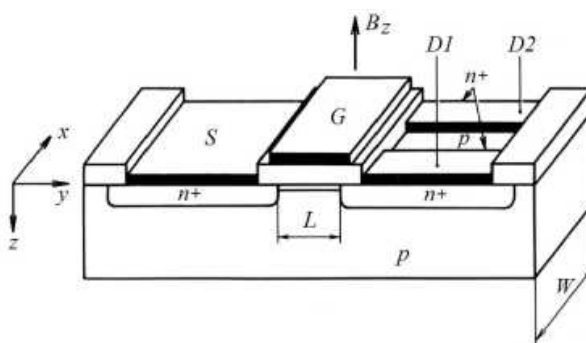


Рисунок 18 – Принципова структура двостокового магнітотранзистора

Відносна чутливість багатостокових магнітних сенсорів при малих значеннях магнітної індукції визначається як похідна відносного розбалансу струмів по магнітній індукції, взята при нульовій індукції. Через низьку холлівську рухливість носіїв в області каналу чутливість виявляється низькою (2...3%/Тл). Проте можна одержати високі значення абсолютної чутливості, якщо транзистор працює в режимі насичення з підключеними до стокових елементів високоомними резисторами навантаження. У такому випадку корисний сигнал є різницею напруг між двома стоками. До основних недоліків польових магнітотранзисторів відносять температурну залежність опору каналу. Проте такі вимірювачі характеризуються також низьким рівнем шумів, низькими керуючими струмами, високою швидкістю.



Ще одним класом гальваноманітних сенсорів є магнітотиристори. Будь-який тиристор можна розглядати як з'єднання транзистора з транзистором, причому колектор кожного із них з'єднаний із базою другого. На відміну від інших існуючих магнітних сенсорів, магніточутливі тиристори можуть бути використані і як магнітокеровані перемикачі, і як вимірювачі магнітного поля, забезпечуючи при цьому струми від десятків міліампер до сотень [3]. Магніточутливі симістори можуть виконувати ту ж роль, причому в обох напрямках провідності. Через невисоку абсолютну чутливість дискретні магнітотиристори не знайшли широкого застосування і їх використовують переважно в інтегральних магнітних сенсорах [4].

При пошуку та аналізі сучасних досягнень було встановлено, що вдосконалення та розробкою таких вимірювальних приладів займаються в усіх розвинених країнах Європи, в Китаї, в США. Слід зазначити, що і українські науковці вносять свій вагомий вклад в даний напрямок [33-36].

1.7. Прилади з частотними перетворювачами

Одним із вдосконалень конструкції напівпровідникових сенсорів є використання напівпровідникового магніточутливого елемента в сенсорі з частотним виходом.

У сенсорах з частотним виходом (СЧВ), зміна частоти електричного інформативного сигналу на виході пропорційна інтенсивності зовнішньому впливу. Інтерес до розробки таких сенсорів зумовлений низкою особливостей і переваг перед традиційними сенсорами, що представляють вихідний сигнал у вигляді струму або напруги. Частотна форма вихідного сигналу забезпечує можливість організації заводо захищеного зв'язку з функціональними блоками апаратури. Це може бути дуже корисно для широкого ряду застосувань [3]. Прилади, які використовують такий метод перетворення, можуть мати порівняно невелику вартість, і при цьому бути високоточними передавачами даних. Крім того, метод перетворення значення фізичної величини в інформативну частоту дозволяє підвищити робочу частоту, підвищити роздільну здатність сенсорів, дозволяє спростити перетворення аналогового сигналу в цифровий, оскільки в деяких випадках це дає можливість відмовитися від використання блоків підсилення. Перетворення



інформативного сигналу в частоту дозволяє підвищити захищеність від завад та підвищити точність вимірювального приладу. Для застосування в реальних приладах та вимірювальних системах дуже важливим є форма вихідного сигналу СЧВ, оскільки сигнал, який передається у вигляді частоти, після квантування подається у вигляді двійкового коду [4]. Інформація, закодована в частоту, може бути передана на мікроконтролер, який реєструє цифрові імпульси та вимірює їх частоту через один із своїх вхідних портів. Ця особливість дає можливість використовувати мікроконтролери з обмеженою кількістю цифрових входів.

Найчастіше мікроелектронні сенсори з частотним виходом створюються з використанням напівпровідникових автогенераторних приладів або на використанні спеціальних коливальних схем, що входять до їх складу з чутливим елементом певного типу.

Дослідження в області створення вимірювальних перетворювачів магнітного поля спрямовані на покращення їх основних параметрів: підвищення чутливості, лінійності, стабільності, економічності, зменшення часу спрацювання, габаритів, ефективності інтеграції з мікропроцесорними засобами обробки вимірювальної інформації. Такі характеристики можна отримати на основі транзисторних структур з диференційним опором, в яких відбувається перетворення значення індукції магнітного поля у інформативну частоту [34, 35]. Проте такий напрямок створення вимірювальних перетворювачів магнітного поля не досить досліджений, це стосується як самих схемотехнічних рішень, так і дослідження характеристик первинних перетворювачів магнітного поля.

У літературі описуються сенсори з частотним виходом на основі осциляторного ефекту. Осцилятор - напівпровідниковий зразок, який генерує близькі до синусоїдальних коливання змінного струму при приміщенні його в магнітне поле, вектор індукції якого паралельний протікаючому струму [34]. Виникнення коливань пов'язано з явищем гвинтової нестійкості електронно-діркової плазми в напівпровідниках, поміщених в магнітне поле, вектор якого збігається з напрямком протікаючого струму. Частота і амплітуда коливань змінюються відповідно до зміни вимірюваної величини. На частоту генерації впливають такі чинники як: температура, магнітне поле, електричне поле в зразку, кут між векторами електричного і магнітного поля [35].

Таким чином, сенсори з частотним виходом на основі осциляторів можуть



мати високу чутливість, однак режими високої чутливості досягаються при високих напругах живлення осциляторів, або низьких робочих температурах. Крім того, при вимірюваннях виникають похибки, пов'язані з флуктуаціями температур. Ще одним недоліком є те, що осциляторний режим досягається тільки при впливі на чутливий елемент поздовжнього магнітного поля, що обумовлює необхідність використання в конструкції сенсорів спеціальних магнітних систем. Перераховані вище недоліки обмежують широке використання сенсорів з частотним виходом на основі осциляторів

У роботі [35] розглянуті приклади сенсорів зовнішнього впливу з частотним виходом на основі різних схем автогенераторів. Частота електричних імпульсів на виході автогенераторних схем змінюється пропорційно інтенсивності зовнішнього впливу на частину елементів або окремих елементів схеми. В основі функціонування описаних сенсорів з частотним виходом лежать ефекти зміни електрофізичних параметрів, що входять до складу схеми біполярних, польових транзисторів і інших елементів під впливом магнітного поля.

Прилади з сенсорами на основі автогенераторних схем характеризуються простотою конструкцій, мають високу чутливість, можуть бути виконані в інтегральному виконанні. На відміну від приладів з сенсорами на основі осциляторів вони не вимагають вбудованої магнітної системи, яка забезпечує генерацію коливань. Оскільки такий метод побудови вимірювальних приладів має очевидні переваги, то в даній роботі досліджується його застосування.

Окремої уваги заслуговують сенсори, які використовують схеми транзисторних аналогів негатронів. Перспективи цього напрямку викладено в [34, 35]. Транзисторні аналоги негатронів не вимагають застосування зовнішніх елементів в колі позитивного зворотного зв'язку, ці зв'язки є внутрішніми [36]. Крім того, генератори, реалізовані на аналогах негатронів, вимагають мінімального використання реактивних елементів (конденсаторів, котушок), що робить зручним їх застосування в мікроелектроніці. Як чутливі елементи в схемах сенсорів на аналогах негатронів можуть бути використані різні чутливі елементи від терморезисторів до елементів Холла, включені безпосередньо в схему генератора і визначають його вихідну частоту в залежності від амплітуди прикладеного зовнішнього впливу [34-36].

Таким чином, вимірювальні прилади з сенсорами з частотним виходом на основі схем аналогів негатронів характеризуються високою чутливістю і



простотою виконання. Незважаючи на очевидні переваги зазначених приладів з сенсорами зовнішніх впливів з частотним виходом на основі схем аналогів негатронів, слід відзначити, що для зміни основної частоти генерації електричних імпульсів на виході сенсора необхідно змінювати номінали компонентів, що входять до складу схеми, що спричиняє складність практичної реалізації.

Висновки

Аналіз публікацій та патентів, присвячених приладам вимірювання параметрів магнітного поля показує, що розробка приладів з радіовимірювальними частотними перетворювачами, які реалізують принцип перетворення "індукція магнітного поля-частота", є перспективним напрямком, оскільки в цьому випадку реалізуються високі економічні та метрологічні показники приладів та можлива технологічна сумісність з мікроелектронними приладами обробки інформації. Використання від'ємного опору напівпровідникових частотних перетворювачів компенсує втрати енергії в коливальному контурі, що значно підвищує чутливість таких сенсорів, що дозволяє використовувати їх при малих значеннях індукції магнітного поля та забезпечувати високу чутливість. Ще однією перевагою таких вимірювальних приладів є можливість зменшення абсолютної похибки за рахунок математичного корегування розрахункової формули в процесі вимірювання.



KAPITEL 2 / CHAPTER 2² PROBLEMS OF DESIGN AND OPTIMIZATION OF A COMPUTER NETWORK

ПРОБЛЕМЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ КОМПЬЮТЕРНОЙ СЕТИ

DOI: 10.30890/2709-2313.2022-09-01-007

Введение

Всемирная сеть интернет – активно развивающаяся система в современном мире. Волоконная оптика обладает основными преимуществами перед электросвязью, такими как:

1. Информационная емкость. Полоса пропускания оптоволокна превышает все потребности сегодняшних сетевых применений. Оптоволоконный кабель 62.5/125 мкм, рекомендованный для использования в зданиях, имеет полосу пропускания 160 МГц км (при длине волны 850 нм) или 500 МГц×км (при 1300 нм). Полоса пропускания зависит от частоты и расстояния, поэтому при длине оптического кабеля 100 м ее ширина превышает 1 ГГц. (Для сравнения: медный кабель категории 5 при той же длине имеет полосу пропускания 100 МГц.). Ширина полосы пропускания у одномодового волокна может быть от 50 до 100 ГГц км. Существующие кабели имеют полосу пропускания в несколько гигагерц и позволяют передавать на расстояния в десятки и даже сотни километров [16 2].

2. Низкие потери. Благодаря малому затуханию можно работать на значительных расстояниях. В зависимости от типа волокна можно передавать информацию на расстояния от нескольких сотен метров до сотни километров. (Для медного кабеля это расстояние равно 100 м.) Принципиальный недостаток медного кабеля - потери растут с увеличением частоты сигнала. Иными словами, с увеличением скорости передачи данных растёт затухание и уменьшается расстояния. Оптоволокно не имеет этого недостатка.

3. Устойчивость к электромагнитным воздействиям. По некоторым оценкам, более 60% сбоев в сетях на основе медных кабелей связаны с их плотным расположением. Перекрестные искажения, рассогласование, электромагнитная восприимчивость являются основными источниками шума и сбоев в медных системах. Более того, эти проблемы усиливаются при неправильной установке кабельной системы, в особенности это касается систем

² Authors: Lvovich I.Ya., Lvovich Ya.E., Preobrazhensky A.P., Preobrazhensky Yu.P.



пятой категории. Оптоволокну является диэлектриком и не подвержено электромагнитным воздействиям. Здесь невозможны перекрестные искажения. Оптоволокну может быть использовано в условиях сильных электромагнитных полей. На него не влияют такие источники шума, как линии электропитания, люминесцентные лампы.

4. Небольшой вес. Оптоволоконный кабель легче медного. Двухжильный оптический кабель на 20-50% легче 4-парного кабеля категории 5. Меньший вес облегчает процесс установки.

5. Габариты. Оптоволоконный кабель занимает меньшее пространство. Оптическому кабелю от 2 жил до 8 нужно на 15% меньше места, чем кабелю 5-й категории.

6. Безопасность. Оптоволокну не искрит. С точки зрения возгорания и выделения газа, оптоволоконные кабели и кабели витой пары имеют одинаковые параметры.

7. Секретность. К оптическим кабелям крайне сложно подключиться, и незамеченным такое подключение быть не может. А так как оптические кабели не излучают, перехват информации без подключения невозможен.

8. Экономичность. Оптический кабель по цене соответствует кабелю категории 5. Однако динамичное ежегодное падение цен на ОВ и большая скорость передачи по сравнению с UTP-5 даёт ему неоспоримое преимущество. Стоимость прокладки оптического и медного кабелей одинакова. Время оконцовки также почти одинаковое (система категории 5 требует большей осторожности и времени при установке). Оптоволоконные кабельные системы более просты в эксплуатации и более надежны. Затраты на восстановление системы, связанные со старением у оптических систем ниже, чем у медных. Оптическое волокно, также, как и любое другое техническое достижение обладает и недостатками, которые со временем сводятся к минимуму [3, 4].

9. Прочность. Современные оптические кабели имеют прочность на разрыв больше, чем медные такого же диаметра. Они легко изгибаются и противостоят коррозии. Оптоволоконные кабели могут выдерживать "тянущее" усилие в 6 раз большее, чем рекомендовано для кабеля категории 5. В действительности кабели категории 5 более хрупкие, чем оптические, если его не подвергать тугим стяжкам и острым сгибам. Такие изгибы могут снизить характеристики кабеля ниже требований категории 5.

Целью работы является анализ составляющих сети широкополосного



доступа.

2.1. Характеристика местности

Данный проект ориентирован на построение волоконно-оптической линии связи (в дальнейшем ВОЛС) в чертах коттеджного поселка «Цветочный». Коттеджный поселок «Цветочный» расположен к юго-западу от Москвы. Рельеф коттеджного поселка «Цветочный» преимущественно равнинный, по периметру его окружает смешанный лес, это определенно положительная черта местности, если прокладка волоконно-оптического кабеля (в дальнейшем ВОК) проводится подвесным способом, так как сильный ветер может повредить кабель и нанести урон несущим конструкциям. Среднегодовая скорость ветра (на высоте 10м) 1.3 м/с. Климат в регионе Москвы и Московской области – умеренно-континентальный. Абсолютная разность температур лета и зимы составляет 80,4 градусов Цельсия, что может повлиять на долговечность как подвесного ВОК, так и подземного. Так как диапазон рабочих температур ВОК составляет в среднем от -50 до +70 градусов Цельсия, в летнее время возможности монтажа кабельной системы и её долговечности температурные факторы не угрожают. Но при монтаже в зимний период нужно учитывать свойства изоляционного материала ВОК. Есть множество марок оптического кабеля, но по наружной оболочке все эти марки можно разделить на полиэтиленовые (ДПС, СПС, ДАС, САС), изолированные при помощи материала, не распространяющего горение (ДПН, СПН) и изолированные при помощи материала, не содержащего галогены (ДПГ, СПГ). [5]

Таблица 1 – Температурный диапазон монтажа и эксплуатации различных марок ВОК.

Параметр монтажа	Марка	
	ДПС, СПС, ДАС, САС	ДПН, СПН, ДПГ, СПГ
Диапазон температур	-60..+70	-40..+60
Низшая температура	-30	-10

Из таблицы 1 видно, что оптический кабель, изолированный при помощи



материала, не распространяющего горение (ДПН, СПН) или не содержащего галогены (ДПГ, СПГ) менее устойчив к перепаду температур и низшая температура монтажа составляет всего -10 градусов Цельсия, поэтому, если учесть средняя температура в зимний период в регионе Москвы и Московской области составляет -9.8 градусов Цельсия, то монтаж в зимний период вовсе не представляется возможным.

2.2. Выбор и характеристика топологии сети доступа

Задача проектирования GPON(Gigabit Passive Optic Network) сети состоит из следующих операций:

- выбор сетевой топологии;
- выбор активного оборудования;
- определение мест, где будут установлены ONT;
- оптимальная привязка сети к сетевым узлам, существующим трассам кабельной канализации, выбор соответствующих трасс прохождения кабеля;
- расчет оптического бюджета проектируемой сети;
- подбор мест установки оптических сплиттеров;
- оптимальный выбор коэффициентов деления сплиттеров.

В данной главе мы подробно остановимся на одном из самых значительных аспектов построения гигабитных пассивных оптических сетей, имеющем первостепенное значение, - топологиях сетей. Разработку дипломного проекта необходимо начинать с принятия технического решения, обеспечивающего оптимальные условия строительства и эксплуатации волоконно-оптической сети GPON, коим является выбор топологии сети [7, 8]. Именно сетевая топология считается гарантией успешного функционирования технического проекта, фактически она обуславливает потенциал для подключения новых абонентов в ранее созданную и действующую сеть GPON.

Выбор топологии предполагает выбор одного из нескольких потенциальных вариантов в том случае, если, исходя из реально существующего месторасположения абонентов, без труда выбираются места установки пользовательских терминалов ONT.

На практике применяются топологии «шина», «звезда» и «дерево», последняя из которых является наиболее распространённой.



На территории России нередко встречаются малочисленные населённые пункты: села, деревни, коттеджные поселки. Они представляют зачастую собой одну улицу или несколько параллельных улиц, достаточно ёмких с точки зрения количества пользователей, при этом имеющих довольно большую протяжённость, дома на которых «линейно» располагаются вдоль оптической магистрали. В таких поселениях нерационально использовать топологии «дерево» и «звезда», поскольку их развёртывание неудобно и обходится недёшево, поэтому «шина», являющаяся наиболее экономичной схемой из предложенных, в таких случаях представляется единственно возможным выходом. Нередки случаи, когда применяются две шины: одна для обслуживания абонентов, более «близких» к головной станции OLT, другая – для более удалённых абонентов. Недостаток шинной топологии заключается в том, что воплотить в жизнь данную технологическую идею с высокой точностью достаточно сложно в силу того, что данная топология подразумевает значительную разность выходных мощностей сплиттеров типа 1/99, 3/97 и т.д., поэтому она используется только при малом количестве каскадов, в противном случае потери в сплиттерах будут существенно ограничивать дальность передачи.

Существуют два способа развёртывания шины в PON сетях:

- На одном волокне с применением каскада сварных делителей 1x2, вход первого из которых подключается к активному оборудованию OLT (порту PON), последующий каскад делителей питается от магистральной линии, куда поступает большая выходная мощность (так называемый принцип «большая мощность в линию»), при этом меньшая мощность выходного сигнала отводится на подключение пользователя. Таким образом, для одного абонента делается одно ответвление, что неудобно применять на практике. Во-первых, снижается качество сигнала, преимущественно на концевых участках каскада за счёт увеличения количества сварок на магистральном оптоволокне. Во-вторых, очень сложно в центр существующего каскада подключить новых пользователей, вследствие того, что обычно проводятся сварные работы при включении, что неминуемо приведёт к неимению возможности подключения абонентов в нижерасположенном каскаде, а также отрицательно отразится на качестве сигнала в нём, поскольку существует риск нарушения в линии общей схемы затухания [9, 10].

Наиболее эффективный способ, - комбинирование планарных делителей



1x2, 1x4 и 1x8 (PLC сплиттер) со сварными делителями 1x2 (FBT сплиттер), при котором топология «шина» остаётся неизменной, однако ответвление сигнала приходится не на 1-го пользователя, а на объединение пользователей, находящихся от PLC сплиттера в радиусе более двухсот метров. Использование данной схемы удобно тем, что новый абонент подключается в три этапа: прокладывание оптического патч-корда от сплиттера типа PLC к абоненту, его подключение к делителю, а затем подсоединение к ONT или к ONU, следовательно при правильном проектировании сеть масштабируется легко.

Схема «звезда» в сущности является вырожденным деревом 1-го типа: магистральный кабель большой протяженности с малым количеством оптоволокон подсоединяется к порту PON активного оборудования OLT, с другой же оконцовывается PLC сплиттером, имеющим большую ёмкость: 1x32 либо 1x64. Данная топология применяется при планировании районов, имеющих малую площадь и высокую плотность абонентов, находящихся рядом со станцией OLT. В таких случаях проявляются такие достоинства топологии «звезда», обусловленные размещением разветвителя недалеко от активного оборудования в станционном помещении, как простота, относительная лёгкость дистанционного контроля над состоянием пассивного оборудования сетей PON, удобство для эксплуатации и технического обслуживания, для организации плановых измерений линий, активных и пассивных компонентов сети PON, для быстрого обнаружения и своевременного устранения кабельных и линейно-абонентских повреждений линии, неисправностей и аварий на сети PON. В случае довольно разнесённого и неравномерного расположения абонентов практичнее использовать «шину» или описанную ниже топологию «дерево». На практике используются два способа реализации доставки сигнала до пользователей в сетях с применением топологии «звезда»:

-Процесс «упаковывания» части выводов сплиттера в многоволоконный кабель, дабы транспортировать волокна в одном направлении и вывести их из кабеля прямым к удалённой на небольшое расстояние от сплиттера группе домов абонентов, в основном частных, где необходимо подключить оптоволокна к ONT;

- Более простой способ - соединение выводов оптического сплиттера с патч-кордом абонента, прокладываемым от узла сплиттирования непосредственно к абонентам. Данный метод также используется тогда, когда большое число пользователей находится на некотором удалении от сплиттера и



возможна прокладка в дом клиентских патч-кордов каждому пользователю.

Древовидная структура является классической и наиболее распространённой для сетей GPON. Топология «дерево» предполагает, что сеть имеет «корень» - PON порт OLT, «ветви» - оптоволоконные кабели, «листья» - ONU (ONT).

Условно «деревья» делятся на два типа:

«Одинокое растущее дерево» - узел деления, «произрастающий» географически независимо и отдельно от других узлов «деревьев». Данный тип обладает небольшой ёмкостью до 64-х ONT, применяется для установления связи в небольших локальных районах (до четырёх районов на один OLT) и использует многоволоконный (до 8-волокон) кабель, выступающий в качестве «ствола», режущегося в случае необходимости, от которого разваривается оптоволоконно. Из него растёт «ветвь» из 8 пользователей, прочие оптоволоконка же тянутся дальше и образуют, используя делитель 1x8 либо комбинацию делителей 1x2 и 1x4, «поддеревья» - ответвления от главной магистрали. Непосредственно за OLT на стороне интернет-провайдера устанавливают сплиттер 1x8 и подключают его с одной стороны к PON порту OLT, а с другой к многоволоконному кабелю. Топология такого типа имеет множество вариантов. Преимущество данного типа – лёгкость в понимании процессов планирования и проектирования сети, а также обеспечение практичного освоения конкретного направления: на один микрорайон приходится один порт. Минус «одинокое растущего дерева» заключается в применении четырех многоволоконных магистральных кабелей для построения сети, включающей 256 пользователей, что означает фактически пренебрежение концепцией экономии оптоволоконка в угоду простоте реализации топологии. «Лесопосадка», называемая также «мультидеревом», классика в построении PON сетей с топологией «дерево», - более тяжёлый с позиции проектировки тип, поскольку по существу это группа N деревьев вышеописанного типа. «Части» «мультидеревя» накладываются одна на другую и географически являются одной и той же точкой или линией. При подключении абонентов этот тип использует магистральный оптический кабель, выступающий в роли «ствола» и «ветвей», покрывающих всё пространство планируемого жилого массива. Оптоволоконный кабель, начинающийся и заканчивающийся в одних и тех же точках, имеет меньшее по сравнению с первым типом количество волокон, кратное четырём: 4 или 8, иногда 16. Таким образом, экономичное



использование оптоволокну, простое включение новых пользователей, гибкость расширения базы абонентов - главные достоинства этого типа древовидной топологии. Используется определённое количество OLT (более 256) на стороне оператора связи для построения мощной и очень ёмкой инфраструктуры. Недостатками «мультидерева» являются сложный первоначальный этап проектирования, связанный с оптическими измерениями, в частности со стороны станции, в результате чего есть риск неверного планирования количества потенциальных пользователей сети. Потому первостепенная задача проектирования «лесопосадки» - правильное определение месторасположения узлов деления. Предполагаемый район разбивают на квадраты и устанавливают в их центрах делители 1хМ. Каждый сплиттер в пределах своей области транспортирует сигнал в М направлениях. Данный метод называется квадратно-гнездовым. N деревьев кратно 4, что обусловлено тем фактом, что одна плата OLT имеет 8 или 16 портов PON (Uplink). Любой из этих портов управляет поддеревом, обслуживающим 64-х абонента, на одном дереве 4 Uplinka по 64 абонента, то есть в общей сложности 256 абонентов на одном дереве, всего на одной плате OLT может быть 4 дерева в случае 16 портов на абонентской плате или 2 дерева в случае 8 портов. При планируемом подключении до 256 абонентов используют одну плату OLT и четырёхволоконный кабель, если необходимо подключить большее число абонентов, то применяется большее количество абонентских плат, и «лесопосадка» строится на более ёмком кабеле. OLT компании ECI Telecom, описанный в разделе 3, может иметь до 13 абонентских плат, имеющих 26 деревьев при 8 портах на одной плате, обслуживающей 6656 абонентов, или 52 дерева при 16 портах на одной плате, состоящие из 13312 абонентов. После выполнения задач прокладки кабеля и обозначения основных узлов деления необходимо дальше поэтапно развивать сеть. Вначале нужно активировать первое дерево, что значит задействовать 1-е оптоволокно корневого N-волоконного кабеля, проложенного между станцией оператора связи и абонентскими узлами деления, в которых происходит соединение первого оптоволокну со сплиттерами (прочие оптоволокну при этом «разорваны») до полного заполнения любого абонентского делителя пользователями, после чего происходит процесс развития второго дерева, затем третьего и т.п. Данный процесс завершается занятием всех оптоволокон всех направлений. При построении «мультидерева» используются как PLC сплиттера 1х2, 1х4, 1х8,



1x16, имеющие одинаковые показатели затухания на выходах, так и FBT сплиттера 1x2 с процентным соотношением выходной мощности. Удачный подбор коэффициентов деления оптических сплиттеров помогает оптимально распределить мощность между деревьями и их частями, соблюдая оптический бюджет 28 дБ. Схема «мультидерево» рекомендована при локальных сосредоточениях (кластерах) абонентов в районе обслуживания, таких как небольшие населённые пункты, а также плотнонаселённые микрорайоны подключения, обладающих высоким процентом застройки, где число возможных абонентов велико. Таким кластером является проектируемый коттеджный поселок «Цветочный» описанный в данной работе.

Оптический бюджет GPON, выпускаемые промышленностью сплиттера позволяют организовать реализацию всех топологий, рассмотренных в данной главе дипломной работы, каждая из которых имеет запас мощности, которого хватает на резервное, или «свободное» волокно, используемое в строительстве частей «мультидерева».

2.3. Технология GPON

GPON - это широкополосные сети мультисервисного доступа, где по одному кабелю предоставляются услуги интернета, телефонии и телевидения с гарантированным качеством обслуживания.

2.3.1. Недостатки и преимущества GPON:

- Большие вложения капитала на начальном этапе;
- Сложность;
- Относительная дороговизна.

Недостатки GPON легко компенсируются её достоинствами.

Преимущества GPON:

- Подключение клиентов к сети GPON, используя «гигабитный режим инкапсуляции» GEM;
- Универсальность, выражающаяся в инкапсуляции любого типа услуг в синхронный транспортный протокол;
- Оптимальная привязка сети к сетевым узлам, существующим трассам кабельной канализации, выбор соответствующих трасс прохождения кабеля;



- Расчет оптического бюджета проектируемой сети;
- Подбор мест установки оптических сплиттеров; поддержка широкого диапазона битовых скоростей как в симметричном так и в ассиметричном соотношении (155-2488 Мбит/с), на которых осуществляется передача данных в восходящем и нисходящем потоках;
- Поддержка 32/64/128 ONT (количество ONT влияет на эффективность работы сети: чем больше ONT, тем быстрее окупается сеть);
- 256 логических ONT на длину волны;
- Автоматическое и периодическое обнаружение ONT;
- Возможность реконфигурирования на ONT количества защитных битов;
- Метод автоматического масштабирования в случае обнаружения дрейфа окна ONT;
- Шифрование трафика, защита ONT-соединений при помощи крипто-алгоритма AES, не позволяющего хакерам считывать адресованный кому-либо трафик;
- Множество состояний, отчётов от ONT к OLT;
- Применение выделенных каналов OAM;
- Встроенные механизмы, обеспечивающие QoS в процессе передачи трафика аудио и видео;
- Соглашения об уровне услуг контролируются (SLA -Service Level Agreement);
- Полоса пропускания распределяется динамически с помощью специализированного «общего протокола кадров GFP» стандарта ITU-T G.704.1 в восходящем потоке при помощи маркеров в нисходящем потоке для каждого канала, при сохранении структуры кадра SDH;
- Повышенная эффективность передачи различных мультисервисных приложений (обеспечение лучших характеристик по сравнению с остальными PON);
- Утилизация полосы пропускания составляет 93 % при неустойчивом распределении трафика, колебаниях потоков (у остальных PON 71 %);
- Экономичность: сумма эксплуатационных расходов меньше, чем у других стандартов.

Технология GPON распространена в Европе и Северной Америке.



2.3.2. Физический уровень GPON

Физический уровень G.984.2, или PMD уровень (Physical Media Dependent). Физическим уровнем G.984.2 называют спецификацию физического уровня архитектуры GPON, зависящего от среды, по которой происходит передача оптического сигнала. Посредством данного уровня, основой которого является база SDH (тактовые частоты, уровни мощности), высшие уровни архитектуры GPON взаимосвязаны и взаимодействуют со средой передачи, выполняется условие, согласно которому по одной среде в регламентированных окнах прозрачности передаются нисходящий поток со скоростями 1244,16 и 2488,32 Мбит/с и восходящий поток, имеющий скорости 155,52; 622,08; 1244,16; 2488,32 Мбит/с двумя способами: с использованием WDM технологии спектрального разделения каналов на разных длинах волн по одному оптоволокну (нисходящий поток передаётся в третьем окне прозрачности 1480-1500 нм, восходящий - во втором 1260-1360 нм) и с использованием двух отдельных волокон (передача нисходящего и восходящего потока во втором окне прозрачности 1260-1360 нм). Спецификацией описываются оптические компоненты сети GPON, такие как оптический кабель, использующийся в качестве среды передачи, имеющий в составе одномодовое оптоволокно. По причине хорошо отработанных схем реализации выбрано эффективное кодирование NRZ с шифрованием и использованием механизма FEC (Forward Error Correction – прямое исправление ошибок), при котором в оптоволокно поступает код NRZ, логическая «1» кодируется оптическим излучением высокой интенсивности, а «0» - излучением меньшей интенсивности. Бюджет мощности также определяется PMD уровнем: 10-25 дБ для класса В, 15-30 дБ для класса С. Два диапазона (два класса) нужны для учёта наихудших показателей по затуханию, увеличения затуханий в соединителях вследствие деградации, старения материалов, возникновения необходимости в установке новых сплиттеров и т.д. Выбор класса предполагает применение лавинных фотодиодов в OLT, требующее управление 22 передатчиком ONT, что также входит в функции PMD уровня.

2.3.3 Структура управления передачей данных

Уровень управления передачей (TC – Transmission Convergence) в PON специфицируется Рекомендацией G.984.3, отличающейся весьма высокой эффективностью (выше 90%), способной к передаче АТМ-ячеек и кадров



данных формата инкапсуляции GFR. Кадры нисходящего потока способны легко синхронизироваться. Состав кадра следующий: блок физического контроля PCB, содержащий данные заголовка физического уровня для управления и контроля сетью PON, ATM- участка для доставки ячеек в ONT и определения принадлежности ячеек к ONT индикатором виртуальной линии, участка гигабитного режима инкапсуляции (GEM) для переноса фрагментов GEM в ONT и и определения принадлежности фрагментов к ONT с использованием идентификаторов Port-ID. OLT динамически управляет кадрами восходящего потока, используя таблицу полосы пропускания (список моментов начала и конца, относящихся к определённым идентификаторам Allocation-ID ONT), после согласования с которой ONT начинает передачу данных OLT (upstream) лишь в определённом окне; в другой кадровой части ONT прекращает передачу. Для экономии полосы пропускания при передаче в двух окнах посылка заголовка физического уровня восходящего потока ONT осуществляется один раз. Данные, передаваемые протоколом GPON, - ATM-трафик и/или GEM-информация. GTC уровень управляет информационными потоками, обеспечивает безопасность и транспортировку абонентского трафика. Уровень управления передачей в GPON сети (GTC, стек протоколов TC) складывается из подуровня формирования кадров, состоящего из участков ATM, GEM, администрирования и управления (OAM), физического уровня системы контроля, управления (PLOAM), и подуровня адаптации. На ATM-участке и GEM-участке происходит преобразование блоков рабочей информации (SDU) из блоков данных протокола (PDU) и обратно. Подуровень формирования кадров, полностью доступный для любого типа передаваемых данных, выполняет мультиплексирование и демультимплексирование, создаёт заголовок кадра нисходящего потока и декодирует заголовок восходящего потока, организует внутреннюю маршрутизацию. Подуровень адаптации имеет 3 TC адаптера: ATM, GEM и OMCI адаптеры. ATM, GEM адаптеры выделяют PDU элементы информации из всех сегментов подуровня, обозначают эти элементы в сегментах, обрабатывают данные OMCI канала, базируясь на данных VPI/VCI (ATM протокол) и Port-ID (GEM протокол). OMCI адаптер передаёт информацию канала OMCI GEM TC и ATM TC адаптерам, принимает данные от них, обменивается им с клиентом OMCI, получает от него информацию и передаёт информацию от клиента OMCI вниз на адаптеры, управляет уровнями услуг. Канал PLOAM передаёт дополнительные данные



управления PMD, GTC уровнями. Система GTC работает в режиме протокола ATM или GEM, режим 23 выбирается при инсталляции системы. Тип трафика определяется сегментом GTC кадра (нисходящий поток) или Allocation ID (Alloc-ID) (восходящий поток). Если поток передаётся в виде GEM трафика, то его идентификация осуществляется по Port-ID в 12 бит, в случае ATM трафика - по VPI. ONT информируют об используемом протоколе сообщением серийного номера. Если OLT поддерживает хотя бы один протоколов, то он организует OMCI канал, в результате обнаруживается ONT. В противном случае передаётся информация о несовместимости ONT с данной системой. Структура уровней передачи данных показана на рисунке 1.

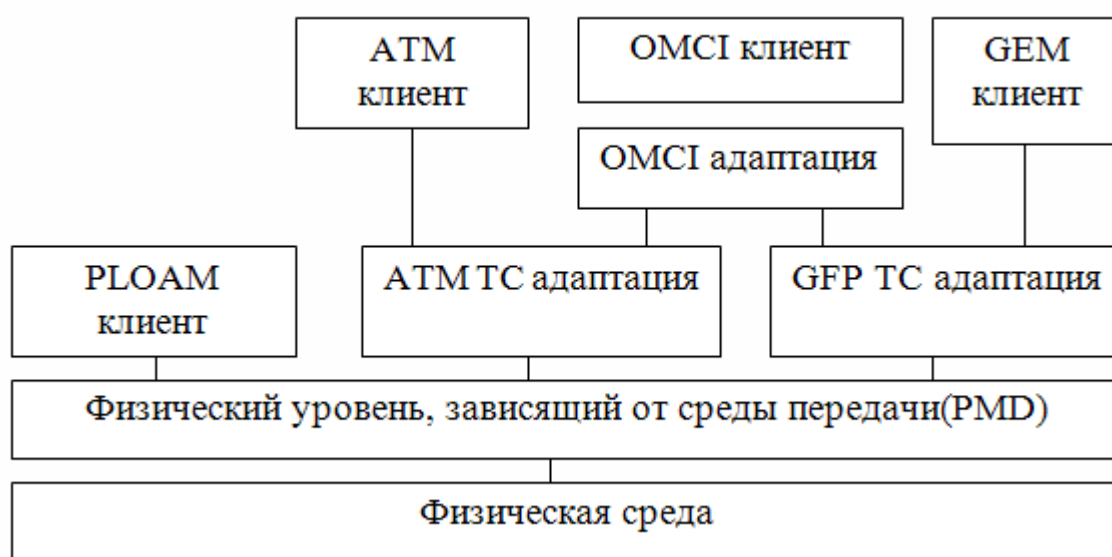


Рисунок 1 – Структура уровней GPON

2.3.4. Структура кадров

Длительность кадра всегда равна 125 мкс и не зависит от сетевой пропускной способности в нисходящем потоке, будь то 1,244 Гбит/с или 2,488 Гбит/с. Для 1,244 Гбит/с характерен размер кадра 19 440 байтов, для 2,488 Гбит/с – 38 880 байтов. Структура кадров для всех скоростей восходящего потока одинакова: многочисленные пакеты - наборы данных, передаваемых от ONT, распределение которых осуществляется таблицей полосы пропускания. OLT контролирует посредством поля индикаторов таблицы посылку в начале распределения от ONT данных абонента и 3-х видов PON-заголовков: заголовка служебной информации физического уровня восходящего потока PLOu; заголовка, отвечающего за административную и управленческую информацию,



исполняющего над физическим уровнем разнообразные операции OAM восходящего потока PLOAMu, содержащего сообщение PLOAM; заголовка PLSu для отслеживания OLT изменений уровня мощности, регулирующего динамический диапазон; заголовка DBRu, содержащего отчёт о динамике полосы пропускания. Последнее поле структуры кадра - сегмент полезной нагрузки, используемый в целях передачи ATM и GEM ячеек, а также DBA отчётов, содержащих информацию от ONT о занимаемой ими полосе пропускания. На рисунке 2 изображена схема восходящего потока GPON.

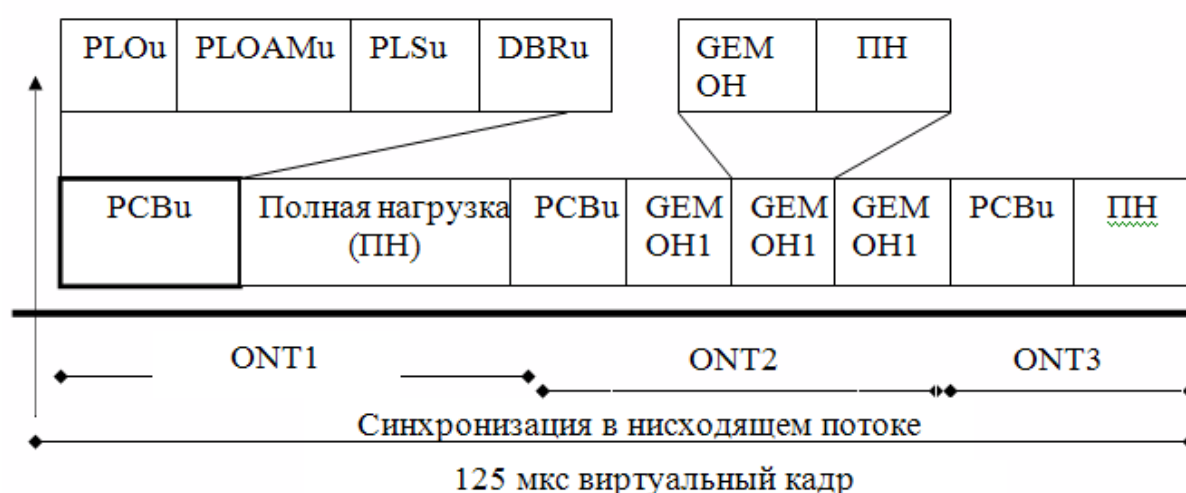


Рисунок 2 – Схема восходящего потока GPON

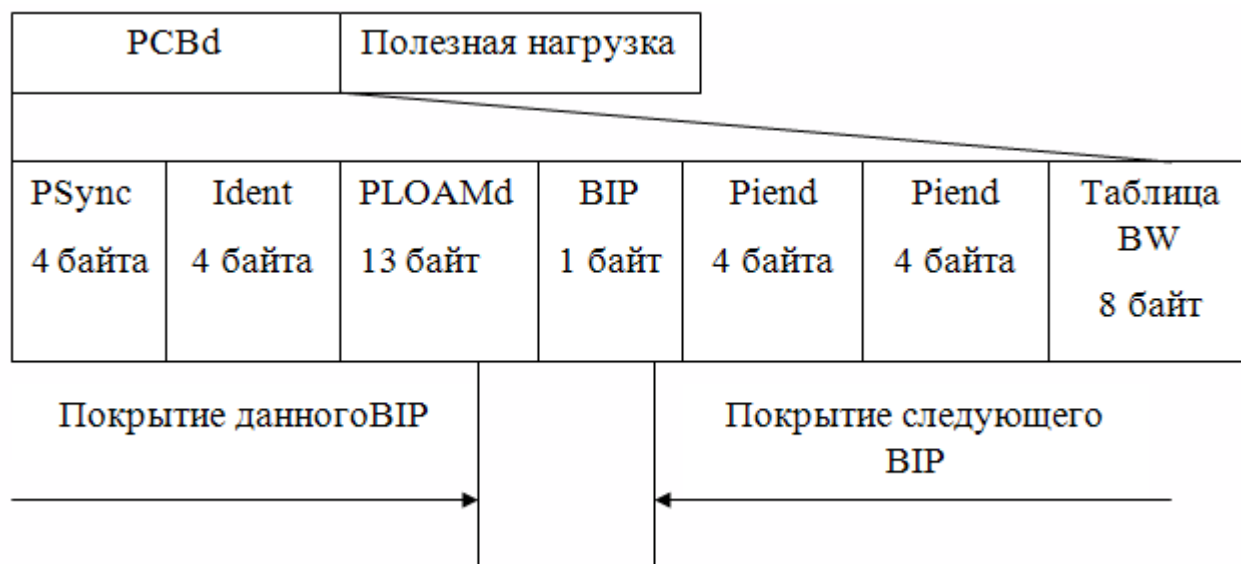


Рисунок 3 – Схема нисходящего потока GPON

Состав кадра нисходящего потока (см. рис. 3): блоки PCBd, ATM и GEM, несущие сигнальную информацию, предназначенную для восходящего потока,



содержащие временные соотношения GPON. Длина поля PCBd (поле физического контроля нисходящего потока) зависит от количества блоков распределения, с одним и тем же идентификатором Allocation-ID. ONT использует поле физической синхронизации Psync при определении начала кадра.

Поле Ident, выполняющим роль счётчика сверхциклов, используемым в системе шифрования, обозначается следующая за началом кадра структура. Поле PLOAM транспортирует сообщение PLOAM. Поле VIP проверяет чётность на стороне приёмника.

В поле Plend, дублирующемся в целях повышения надёжности) хранится информация о длинах сегмента ATM, содержащим целочисленное количество ячеек в 53 байта, и карты пропускной способности, о числе элементов поля BWmap.

Поле BW map по сути является скалярным массивом в 8 байт, единичный элемент которого есть выделенная одному T-CONT единичная полоса пропускания.

Размер GEM сегмента, содержащего переменное количество GEM фрагментов, есть разность между общей длиной кадра и суммой PCBd и ATM сегментов.

В восходящем потоке доступ к среде контролируется путём передачи указателей (маркеров) от OLT к PCBd, указывающих моменты начала и окончания передачи ONT. T-CONT - фрагмент кадра за полем Alloc-ID (см. рис. 4), контролирующей занимаемую полосу частот BW и QoS, следя за положением BW, контролируя переменное значение количества временных интервалов.

Внутри T-CONТа не содержатся данные по расположению в кадре одновременно ATM, GEM трафика, не имеющих одинаковые Alloc-ID. OLT в блоке PCBd передаёт указатели, позволяющие на скорости 64 кбит/с OLT эффективно контролировать среду передачи, определяющие интервалы установления времени для всех ONT, когда должны начинаться, заканчиваться передаваемые от ONT данные, - байтовая последовательность.

Следовательно, в любой строго отведённый момент времени к среде получает доступ лишь один ONT. Таким образом, предотвращаются конфликты.

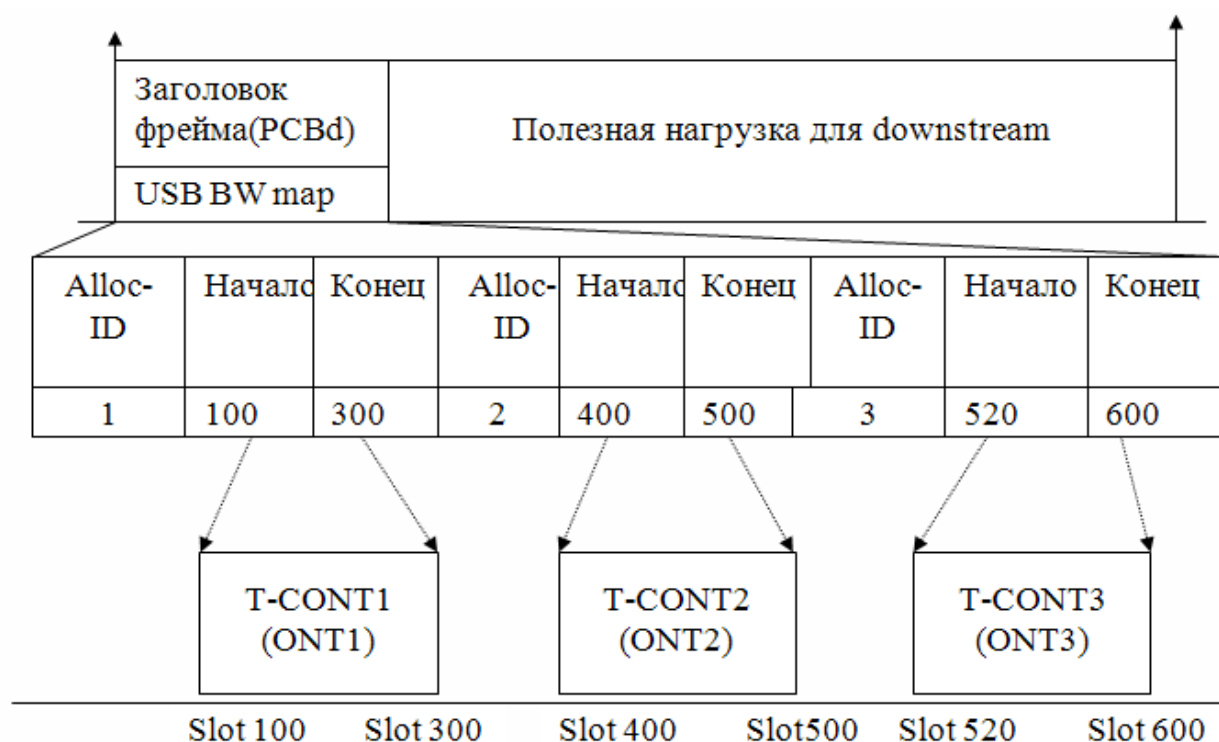


Рисунок 4 – Доступ к среде передачи данных

Рисунок 4 показывает, что каждому ONT соответствует только один TCONT, в котором имеется информация о том, когда, на какое количество времени среда передачи доступна ONT.

2.4. Разработка схемы и оптимизация маршрута магистрального участка сети

2.4.1. Особенности проектирования сети доступа

Построение сети GPON планируется для жителей коттеджного поселка «Цветочный» расположенного в непосредственной близости от сельского поселения Поляны и выделенного территориально в автономную территориальную единицу под юрисдикцией сельского совета сельского поселения Поляны.

Настоящим проектом предусматривается построение оптической сети по технологии GPON в коттеджном поселке «Цветочный», с целью открыть доступ к широкополосному интернету для потенциальных жителей поселка и внедрить широкий спектр высококачественных услуг. Основной целью проекта



является предоставление услуги ШПД в 444 коттеджах коттеджного поселка «Цветочный».

Проект содержит основные решения по организации оптической сети доступа для всех жилых домов, расположенных в коттеджном поселке «Цветочный».

Принятая рабочим проектом технология и оборудование, организация производства и труда соответствуют новейшим достижениям телекоммуникационной техники. На рисунке 5 приведена схема проектируемого оптического доступа.

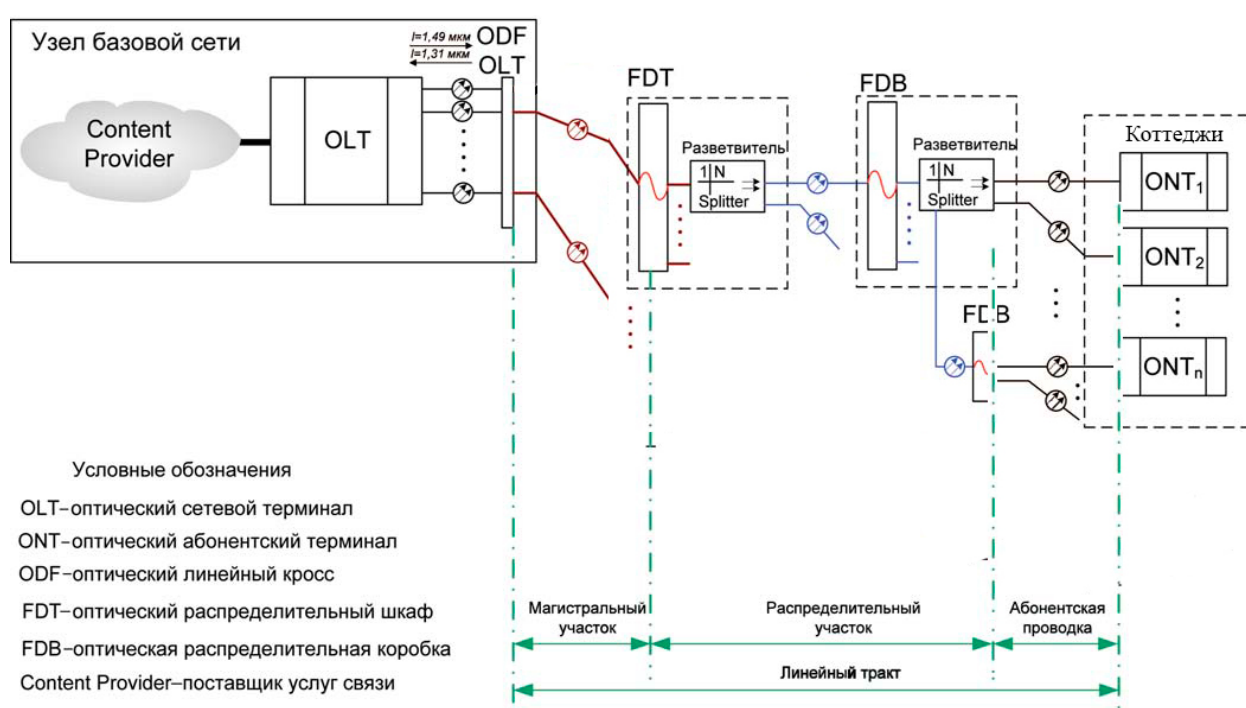


Рисунок 5 – Схема проектируемого оптического доступа

2.4.2 Оптимизация прокладки магистрального участка линии связи

Оптимизация прокладки участка магистральной трассы через коттеджный поселок «Цветочный» будет рассчитываться по математической модели из теории графов – методом Дейкстры.

Смысл оптимизации прокладки участка кабеля заключается в том, чтобы найти маршрут с наименьшими затратами на стоимость покупаемого кабеля и на оптический бюджет, так как хаотичным способом проведенный по территории поселка кабель приведет не только ко всеобщей дезорганизации сети и потенциальной нереализуемости подключения новых абонентов, но и в силу протяженности кабеля к повышенному уровню затуханий сигнала.



Алгоритм Дейкстры решает задачу о кратчайших путях из одной вершины для взвешенного ориентированного графа $G = (V, E)$ с исходной вершиной s , в котором веса всех рёбер неотрицательны. Каждой вершине из V сопоставим метку — минимальное известное расстояние от этой вершины до a .

Алгоритм работает пошагово — на каждом шаге он «посещает» одну вершину и пытается уменьшать метки. Работа алгоритма завершается, когда все вершины посещены.

Расположим на местах поворотов и крутых изгибов на карте поселка метки, и будем их считать вершинами графа, а линии их соединяющие — ребрами графа.

Для выполнения условий проекта, необходимо провести магистральную линию из пункта «А» в пункт «Б» на карте, которые соответствуют точкам соединения волоконно-оптических трасс.

Учитывая это, данный граф является взвешенным и ориентированным, что достаточно для нахождения оптимального пути прокладки волоконно-оптического кабеля по методу Дейкстры.

После введения всех необходимых данных и проведение вышеописанной операции будет сформирована следующее изображение с найденным кратчайшим путем, оно продемонстрировано на рисунке 6.

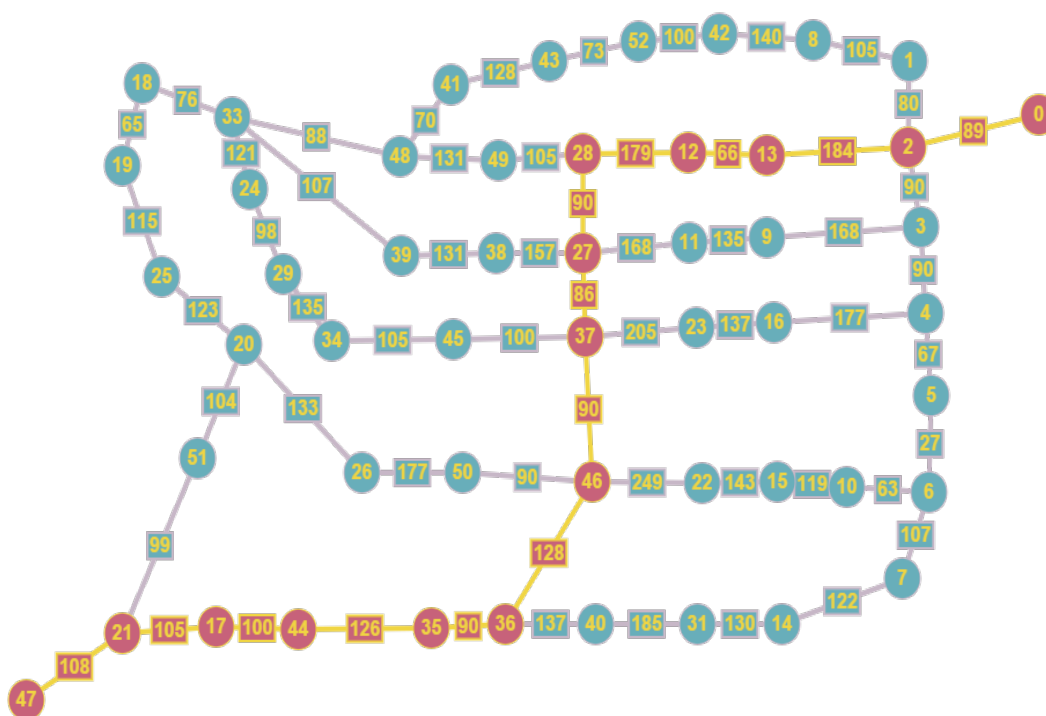


Рисунок 6 – Найденный кратчайший путь из пункта «А» в пункт «Б»



После суммирования вычисленный оптимальный путь составляет 1441 метр. В пунктах «А» и «Б» будут установлены проходные оптические муфты SNR-FOSC-H на 4 кабеля каждая, поддерживающая до 48 волокон.

2.4.3. Выбор оптимального волоконно-оптического кабеля для магистрального участка.

На участке сети GPON от кросса (ODF) до ОРШ или магистральной муфты со сплиттерами, относящихся к зоне обслуживания данного узлового района или АТС, так называемом магистральном участке, производится магистральное распределение ОВ.

Главная задача магистрального участка – подвести требуемое количество ОВ максимально близко к сконцентрированной группе абонентов наилучшим способом, учитывая топологию GPON, а также ёмкость кабельной канализации. Рисунок 7 иллюстрирует общую схему построения PON сети, с применением муфт, ОРШ.

В зависимости от степени удалённости подключаемых к магистрали зданий, количества потенциальных абонентов в них, характера постройки (высотные или малоэтажные), особенностей городской застройки (офисы, жилые кварталы, исторический центр, промзона) и возможностей по прокладке ВОК по территории и размещению оборудования непосредственно в этих зданиях, дифференцируют 2 вида магистрального участка: зона прямого питания и зона магистральной сети.

Коттеджный поселок «Цветочный», на территории которого имеется 444 коттеджных малоэтажных домов, удалённый от ближайшего АТС на значительную дистанцию, является зоной магистральной сети.

Выбор окончного устройства магистральной сети проводится нижеследующим способом: если застройка многоэтажная, плотность абонентов высокая и имеется помещение для внутренней установки, то выбирается ОРШ. Поскольку в 1-подъездных 9-этажных домах проекта плотность абонентов достаточно низкая и внутри домов нет места для установки ОРШ, а установка ОРШ вне помещения, не обеспечивающая гарантированный режимы температуры и влажности, нежелательна, то для проектирования магистрального участка в качестве окончного выбирается муфта со сплиттерами.

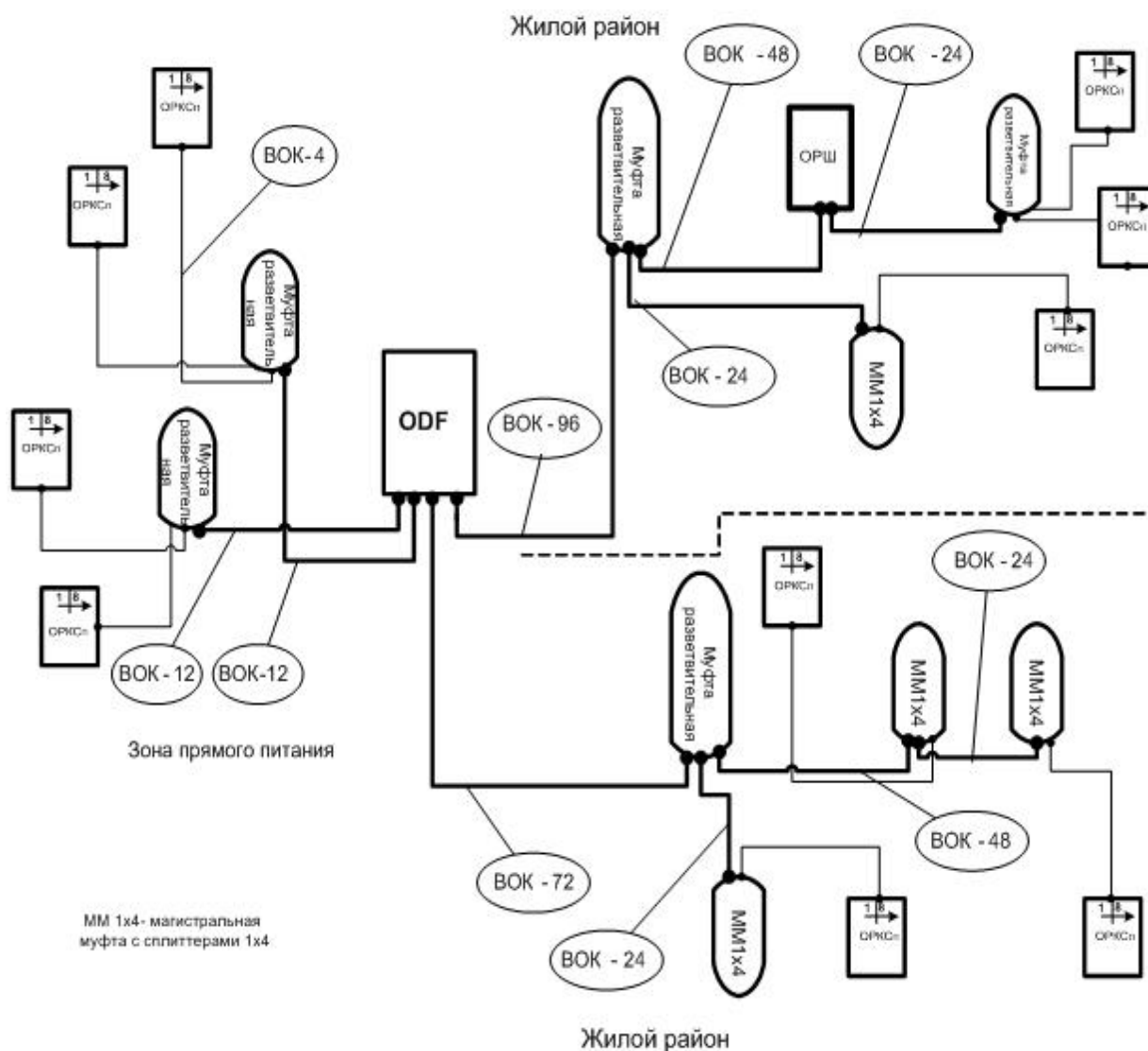


Рисунок 7 – Типовая схема PON сети с применением муфт и ОРШ.

Для прокладки на магистральном участке PON района малоэтажной застройки, коттеджного поселка «Цветочный», от ODF до разветвительной муфты используются легко бронированные, выходящие из сетевого узла большой ёмкости (не менее 48 ОВ) ВОК-144 и ВОК-72 и стандартные волокна G-652.D. С целью минимизации оптического бюджета магистрального участка на сварках ОВ и для уменьшения стоимости монтажно-строительных работ используется одномодовый самонесущий ВОК, рассчитанный на подвеску к опорам линий электропередач с напряженностью электромагнитного поля меньше либо равно 12 кВ.

Архитектуру прокладки оптических магистралей разрабатывают с привязкой к ЛЭП, при этом проводится исследование возможности, способов прокладывания кабеля к жилым домам, планируются места под размещение



разветвительных муфт.

Необходимо, чтобы ёмкость магистрального ВОК, входящего в ОРШ, составляла не менее 48 ОВ, а ёмкость магистрального ВОК, входящего в магистральную муфту, - не менее 12 волокон для малоэтажной застройки. Данное положение доказывается расчётом общей ёмкости кабеля.

Возможное количество задействованных (расчётная ёмкость) волокон магистрального кабеля определяется следующим образом: количество жилых коттеджей охватываемого поселка делим на число 64 округляя полученное выражение до большего чётного целого. Общая ёмкость кабеля определяется как количество задействованных волокон плюс 30% резерв (волокна для нужд потенциальных корпоративных клиентов, школ, административных зданий):

$$N_{\text{ов}} = 1,3 * N_{\text{к}} / 64 \quad (1)$$

где - $N_{\text{ов}}$ – необходимое количество оптических волокон, $N_{\text{к}}$ - количество коттеджей в районе, планируемом к подключению;

Затем выбирается ВОК с типовым количеством волокон большим или равным расчётному. Но в случае 100% проникновения и как исключение в районах, где спрос потенциально высок, $N_{\text{ов}}$ считается по формуле:

$$N_{\text{ов}} = 1,3 * N_{\text{к}} / 32 \quad (2)$$

В коттеджном поселке «Цветочный» прогнозируемая заинтересованность составляет 100%, поэтому расчёт проводят по формуле (2):

$$N_{\text{ов}} = 1,3 * 444 / 32 \approx 18,0375$$

Выбирается ближайший по ёмкости кабель ёмкостью 24 волокна.

Под вышеописанные расчетные данные отлично подходит кабель ИКАТ-М6П-А36-27.0.

Расшифровка данной маркировки следующая:

ИКАТ-М6П-А36-27.0

ИК – оптический кабель марки «Интегра-Кабель»;

А – повив из арамидных упрочняющих нитей;

Т – защитная оболочка из трекингостойкого материала;

М – тип сердечника (повив модулей);

6 – количество элементов повива сердечника;

П – тип осевого элемента сердечника кабеля (стеклопластиковый пруток);



А – тип оптического волокна (одномодовое, ITU-T G.652.C(D));
 36 – количество оптических волокон в кабеле;
 27.0 – максимально допустимое растягивающее усилие кабеля, в кН;
 Его основные параметры приведены в таблице 2:

Таблица 2 – основные характеристики ВОК ИКАТ-М6П-А36-27.0

Параметр	ИКАТ...М...
Конструкция сердечника кабеля	повив оптических модулей
Количество оптических волокон в кабеле	до 288
Количество элементов повива сердечника	4-24
Номинальный наружный диаметр кабеля от, мм	11,1
Масса кабеля от, кг/км	97
Длительно допустимая растягивающая нагрузка, кН	не менее 3,0
Допустимая раздавливающая нагрузка, не менее, кН/см	0,3
Допустимое ударное воздействие, не менее, Дж	5
Минимальный радиус изгиба	20 Ø кабеля
Рабочий диапазон температур, °С	от -60 до + 70
Температура прокладки и монтажа, не ниже, °С	-30

Оптические характеристики ВОК:

- а) Рабочий диапазон длин волн 1310-1625 нм;
- б) Коэффициенты затухания многомодовых волокон на длине волны 1300 нм не превышает 0.7 дБ/км;
- в) Коэффициент затухания одномодовых ОВ:
 - на длине волны 1310 нм не превышает 0.36 дБ/км;
 - на длине волны 1550 нм не превышает 0.22 дБ/км.



2.5 Предложения по сети GPON

При проектировании сети GPON необходимо помнить о том, что её основной задачей является эффективное предоставление услуг Triple Play, гарантирующее возрастающие требования абонентов к их качеству. Только гибкая и легко масштабируемая сеть, справляющаяся как с ежедневно растущим числом абонентов, так и с ростом трафика, связанного с развёртыванием новых сервисов, способна справиться с этой сложной задачей. Данное предложение построено с расчётом минимизации капиталозатрат на пилотный проект и с учётом возможности расширения и масштабирования сети: подключение ближайшего посёлка «Поляны». Внедрение комплекса оборудования Hi-FOCuS 5 для массовых установок предполагает использование сверхэффективного набора карт, позволяющего увеличить как ёмкость устройства, так и экономические показатели проекта.

Выводы

Для правильного выбора оптических кабелей для сетей доступа и входящих в них оптических волокон, сначала нужно определиться на каких участках (магистральных, распределительных, абонентских и т.п.) кабели будут использоваться. Магистральные участки, соединяющие узел связи (головную станцию) с первой точкой распределения, являются наиболее протяженными и ответственными - при их повреждении нарушается работа всей сети. Поэтому условия их прокладки и применяемые кабели должны обеспечивать максимальную надежность.

Здесь не стоит экономить на стоимости ОК, затратах на монтаж и прокладку. Тем более, что длина магистралей обычно меньше суммарной длины распределительных и абонентских участков. В конструкции магистральных кабелей обязательно должен быть предусмотрен запас волокон на последующее развитие сети. Это не повлияет существенно на общую стоимость ОК, но наверняка снимет некоторую «головную боль» в будущем. На распределительных участках, располагающихся между отдельными распределительными устройствами (шкафами, боксами, разветвителями), можно использовать менее дорогостоящие кабели. Для этих кабелей характерна



прокладка в самых разнообразных условиях, которые и определяют их конструкцию.

Они имеют меньшую длину и их проще заменить при повреждении. Но это не значит, что нужно пренебречь надежностью конструкций. При выборе таких ОК обычно исходят из компромисса между ценой и качеством. Чаще в них присутствует запас волокон, но небольшой, так как при развитии сети иногда проще доложить новый кабель. Кабели абонентских участков, доходящие до оконечных устройств пользователей, имеют самую малую длину, но самое большое количество участков. Но это не означает, что нужно искать самые дешевые конструкции.

Во-первых, абонентские ОК обычно проходят внутри зданий, где могут повреждаться грызунами, и внутри помещений, где их часто повреждают сами пользователи. Поэтому, в зависимости от условий, ОК должны иметь необходимые элементы для защиты волокон.

Во-вторых, абонентские кабели, проходящие внутри зданий, обязательно должны иметь наружную оболочку, не распространяющую горение, поскольку кабели часто проходят между несколькими помещениями. Запас по волокнам на этом участке в кабелях обычно не закладывают.



KAPITEL 3 / CHAPTER 3³ THE PROJECT MANAGEMENT DATA MODEL FOR INFORMATION SYSTEMS DEVELOPMENT

*МОДЕЛЬ ДАННЫХ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЕКТАМИ РАЗРАБОТКИ
ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ*

DOI: 10.30890/2709-2313.2022-09-01-002

Введение

Развитие сектора информационных систем управления, имеющего большое значение с экономической и стратегической точки зрения, во многом зависит от успешного управления различными проектами в этой отрасли. Регулярные опросы показывают, что у ИТ проектов по-прежнему высокий процент неудачного завершения. Так, исследования, проводимые компанией Standish Group [1] с целью сделать отрасль более успешной, свидетельствуют, что ИТ проекты, выполненные в 2015 г., имели показатель успеха 29% по сравнению с 29% в 2011 г. и 28% в 2000 г. С другой стороны, в 2015 г. 52% проектов были признаны частично успешными (т.е., выполненными с опозданием, превышением бюджета и/или с меньшими, чем требуемые возможности и функции), в то время как, 19% оказались неудачными (отменены до завершения или были выполнены и никогда не использовались).

Конечно, хорошо подобранные лучшие методы управления проектами, методологии разработки информационных систем, методы и инструменты разработки способны как-то уменьшить риски. Однако постоянно возрастающая сложность ИТ проектов и среды, а также сокращение времени доставки продукта и низкие показатели успеха проектов свидетельствуют о возрастании потребности на изыскание новых и совершенствование существующих подходов, методов и средств для ведения разработок и управления проектами.

В качестве одного из эффективных способов решения рассматриваемой проблемы может быть рассмотрено создание инструментов управления проектами разработки информационных систем, которые на системном уровне интегрировали бы в себе достижения и тренды этой междисциплинарной области и учитывали специфические знания ИТ отрасли, существенно отличающие ее от традиционных ресурсоемких отраслей.

³ Authors: Sukhomlinov A.I.



Целью настоящей работы является разработка модели данных управления проектами разработки информационных систем, обеспечивающей интеграцию современных специфических знаний ИТ отрасли в область автоматизации проектного менеджмента, и предоставление, таким образом, возможности направленного выбора используемых методов и инструментов процессам управления ИТ проектами.

3.1. Концепции разработки информационных систем

Информационная система - это система, которая собирает, хранит, обрабатывает и доставляет информацию, относящуюся к организации (или обществу), таким образом, чтобы эта информация была доступна и полезна для тех, кто желает ее использовать, включая менеджеров, сотрудников, клиентов и граждан. Информационная система – это социальная система, поддерживаемая информационно-коммуникационными технологиями [1].

Деятельность, связанная с разработкой информационных систем, существует так долго, сколько существуют компьютеры. Выполненные проекты, накопленный опыт, теоретические предположения и обобщения эволюционно привели к возникновению целого ряда концепций, которые по замыслу их авторов должны были способствовать целенаправленному и эффективному управлению для придания создаваемым системам необходимых свойств, объективно требуемых условиями среды, в которой действуют предприятия. Такие концепции как жизненный цикл, методологии разработки, инженерия методов, фреймворки интегрированной архитектуры, инструменты архитектуры предприятия и подобные им другие получили сегодня широкую известность и все более интенсивно используются в современном профессиональном сообществе разработчиков информационных систем.

Жизненный цикл разработки информационных систем (System Development Life Cycle, SDLC), широко использовавшийся в 1970-х, представляет собой подход разработки информационных систем. Он включает в себя фазы, а также процедуры, задачи, правила, методы, принципы, документацию, средства и учебные программы, хотя точно не определяет какие. Предложенная им водопадная модель состоит из этапов разработки, которые должны выполняться последовательно. При этом выходы каждого



этапа «втекают» на вход следующего этапа и представляют собой аддитивные требования к создаваемому продукту (информационной системе), которые должны быть учтены и которым должен соответствовать, выход, создаваемый на последующем этапе разработки. Жизненный цикл разработки систем был хорошо испытан и проверен временем.

Методологии разработки систем (System Development Methodologies) появились в результате эволюции концепции «жизненный цикл разработки систем». Они возникли и развиваются из-за объективной необходимости их применения: улучшения конечного продукта (разрабатываемой системы), улучшения и стандартизации процесса разработки. [3]. Существует множество определений методологий разработки систем, однако наиболее полезное из них было сформулировано Британским обществом по вычислительной технике: «Методология - это рекомендованный набор философских подходов, фаз, процедур, правил, методов, средств, документации, менеджмента и обучения для разработчиков информационных систем» [3].

Методология разработки является более широким и комплексным понятием, чем подход. Некоторые методологии направлены на улучшение водопадной модели, другие предлагают новые альтернативные подходы. Альтернативные подходы можно классифицировать в рамках ряда широких тем – системные, стратегические, участвующие, прототипирующие, структурированные, основанные на данных, объектно-ориентированные, разрастающаяся или эволюционная разработка, ситуационный подход и др. [4]. К настоящему времени в мире создано более 1000 брендовых методологий и их количество продолжает увеличиваться.

Методологии, развивая принципы, заложенные в подходах, расширяют область этапов разработки, распространяясь, например, в область стратегии и планирования, заполняют разрывы в этапах, освещая более подробно весь спектр необходимой деятельности разработки, направляют разработку системы на получение предприятием новых конкурентных преимуществ. Распространение методологий в область стратегии и планирования обеспечивает согласованность между стратегией предприятия и его информационной системой и оказывает влияние на определение бизнес-стратегии предприятия за счет выявленных новых возможностей информационных систем. Кроме того, методологии порождают и вносят в область действия этапов конкретные, в том числе и новые, методы



моделирования, а также средства и инструменты автоматизации разработки. Так, например, методология «Информационная инженерия» [5] расширяясь в направлении корпоративного менеджмента или планирования, рассматривает анализ бизнес-целей организации, ее главных функций и информационных потребностей и включает этот этап в качестве начального при разработке информационной системы. Более того, заполняя разрывы в этапах, эта методология охватывает жизненный цикл разработки от этапа «стратегии» до «сопровождения» информационной системы, созданной на ее основе. Средство CASE CA GEN, являющееся программным воплощением этой методологии [6], обеспечивает автоматизацию проведения разработок систем и включает в себя весь необходимый набор методов и инструментов. Интегрированный репозиторий средства CA GEN обеспечивает интероперабельность требований и результатов, вырабатываемых на шагах и этапах разработки систем.

Инженерия методов (Method Engineering) - это инженерная дисциплина, предназначенная для проектирования, конструирования и адаптации методов, приемов и инструментов для разработки информационных систем [7]. Термин первоначально был введен в машиностроении для описания конструирования методов выполнения работы на заводах. Инженерия метода фокусируется не на приобретении готового метода у какого-либо поставщика, а на внутреннем построении методологического подхода для конкретной организации и/или конкретного проекта. Инженерия методов продвигает идею построения методологий для разработки информационных систем путем выбора и сборки фрагментов методов из репозитория. Этот репозиторий сначала необходимо заполнить автономными фрагментами, полученными из лучшего отраслевого опыта и совместимыми с данной метамоделью. Источник этих хранимых фрагментов не критичен для использования практикующими разработчиками. Фрагменты могут быть «вырезаны» из других, ранее существовавших методов, например, созданы из стандартизированной метамодели.

Ситуационная инженерия методов (Situational Method Engineering) пытается взять лучшее из двух миров – ситуационного подхода и подхода инженерии методов [8]. Она обеспечивает построение методов из существующих, проверенных фрагментов. Создаваемые методы адаптированы к ситуации, в которой применяются. То есть, подход старается сохранить как преимущества стандартизации путем определения и повторного использования фрагментов метода, так и повысить гибкость, предоставляя средства для



настройки метода в соответствии с потребностями конкретного проекта.

Ситуационная разработка систем (Situational System Development) фактически отвергает формализованные методологии. Это можно охарактеризовать как возврат к периоду, когда методологии разработки информационных систем еще не существовали [4]. Подход состоит в использовании чего бы то ни было, что понимают разработчики, и что, они считают, будет работать. Он основан на навыках и опыте разработчиков и во многом опирается на них. Ситуационный подход предоставляет структуру для помощи разработчикам, но предполагает, что инструменты и методы, которые будут использованы (или адаптированы), или нет, зависят от ситуации. Ситуации могут различаться в зависимости, например, от типа проекта и его целей, организации и ее среды, пользователей и разработчиков, а также их соответствующих навыков. Тип проекта также может отличаться по своей цели, сложности, структурированности и степени важности, предполагаемому сроку действия проекта или его потенциальному воздействию.

3.2. Парадигмы управления проектами

Существующие многочисленные источники в целом определяют термин «проект» как нестандартную, разовую работу, состоящую, как правило, из набора взаимосвязанных задач, ограниченную по времени и бюджету для удовлетворения заданной потребности заказчика. В свою очередь, термином «управление проектами» обозначается применение знаний, навыков, инструментов и методов к проектной деятельности для удовлетворения требований проекта [2].

В отличие от методологий разработки информационных систем проектное управление существует с более давних времен, хотя таковым, как дисциплина, оно ранее никогда не называлось. До 1900 года проектами гражданского строительства обычно руководили творческие архитекторы, инженеры и сами мастера-строители. Как дисциплина управление проектами развилось из нескольких областей применения, включая гражданское строительство, машиностроение и тяжелую оборонную деятельность.

Отцом управления проектами в США считается Генри Гант. Он был инженером-механиком и консультантом по менеджменту, наиболее известен в



области управления как создатель «диаграммы Ганта», которая до сих пор считается важным инструментом управления. Его диаграммы, разработанные примерно в 1910–1915 годах, использовались в крупных проектах во время первой мировой войны. Пионером научного менеджмента в Восточной Европе, является польский инженер и экономист Кароль Адамецкий. Он является создателем теории, определяющую основу для регулирования планирования и контроля командной работы на производстве. Для этого он разработал графическую систему для одновременного представления нескольких сложных процессов, чтобы согласовать большое количество производственных операций. Графики указывали время начала и окончания действий и необходимые ресурсы для производства, имели различные формы и были адаптированы для различных промышленных применений. Первое применение его теории было реализовано в 1896 г., а результаты впервые доложены Обществу русских инженеров в 1903 г. [9].

С появлением и развитием области информационных систем управления, она, как и другие социальные виды деятельности, включая строительство, машиностроение и тяжелую оборонную промышленность, также стала сферой применения дисциплины управления проектами. Таким образом, термин «проект разработки информационных систем управления» может быть определен как «нестандартная, разовая работа, ограниченная по времени и бюджету, связанная с применением информационных и коммуникационных технологий людьми в организации, для удовлетворения заданных потребностей заказчика» [2].

Основные концептуальные термины парадигм управления проектами, отчасти, подобны терминам из области методологий разработки информационных систем. Жизненный цикл управления проектами, подход к управлению проектами, фреймворки управления проектами, методологии управления проектами, информационные системы управления проектами, управления проектами информационных систем - все эти термины используются в литературе по проектному управлению. Однако их толкование среди профессионалов не является однозначным, и это вводит в заблуждение технических специалистов по разработке информационных систем.

Как определяется в [10], жизненный цикл проекта представляет собой набор, иногда перекрывающихся, фаз проекта, название и количество которых определяется потребностями управления и контроля организации или



организации, участвующей в проекте, характером самого проекта и областью его применения. Жизненный цикл может быть задокументирован с помощью методологии. Жизненный цикл проекта может определяться или формироваться уникальными аспектами используемой организации, отрасли или технологии. Хотя у каждого проекта есть определенное начало и определенный конец, конкретные результаты и действия, которые происходят между ними, будут сильно различаться в зависимости от проекта. Жизненный цикл обеспечивает базовую основу для управления проектом, независимо от конкретной выполняемой работы.

Применяемая сегодня категоризация принципов и руководств проектного управления, определяющих, как осуществляется управление конкретным проектом, подразделяет его на традиционное (или классическое) и гибкое управление.

Традиционный подход к проектному управлению основан на идее, что проекты относительно просты, предсказуемы и линейны с четко определенными границами, что позволяет легко планировать в деталях и следовать этому плану без особых изменений. Конечной целью традиционного подхода к управлению проектами является оптимизация и эффективность в соответствии с первоначальным подробным планом проекта или, говоря обычным образом, завершение проекта в рамках запланированного времени, бюджета и объема. Традиционное проектное управление обычно выделяет последовательные этапы процессов управления проектом. Количество этапов управления проектами в различных руководствах варьируется. Так, широко известный стандарт PMBOK Института управления проектами (Project Management Institute, США) выделяет пять групп процессов или этапов управления: инициация, планирование, выполнение, мониторинг/контроль и завершение проекта [10]. В свою очередь, методология/подход PRINCE2 (AXELOS Limited, Великобритания) [11] определяет семь проектных управленческих процессов (этапов): управление проектом, инициирование проекта, контроль этапов, управление созданием продукта, управление границами стадий, закрытие проекта. Достоинством и преимуществом традиционного подхода является его надежность, обеспечиваемая жесткостью его структуры и единообразием [12].

Гибкий (Agile) подход к управлению проектами возник как реакция на основной недостаток традиционного подхода, а также в связи с



распространением концепции управления проектами на область программной инженерии и разработки программного обеспечения. Фактически он появился и развивается совместно с новыми подходами разработки программного обеспечения. Основным свойством подхода является то, что он обладает свойством адаптируемости к изменениям, как в течение жизненного цикла проекта, так и от проекта к проекту. Идея гибкого подхода заключается в том, что он, прежде всего, предлагает получение конечного результата за счет периодических изменений в ходе проекта, которые осуществляются итеративно. При этом каждая итерация, предпочтительно короткая, состоит из всех фаз разработки. На сегодняшний день описано не менее девяти различных методов Agile, включая Scrum, Crystal, Kanban, Extreme Programming, Adaptive Software Development, Agile Modeling, Dynamic Systems Development Method, Feature Driven Development и Internet Speed Development, которые различные источники относят к категории фреймворков, а иногда даже методологий.

Невозможно однозначно утверждать, что один из рассмотренных подходов лучше другого [12]. Выбор подхода зависит от особенностей проекта. Иногда необходимо использовать оба подхода. Традиционный подход больше подходит для проектов с четкими первоначальными требованиями пользователей и ясными целями и поэтому с очень низким уровнем неопределенности. Такие проекты имеют низкую скорость изменения требований, не требуют активного вовлечения пользователей. Он подходит для более крупных проектов и ситуации, когда требуется составление формальной документации на любом шаге проекта, и/или критичность системы является одной из ключевых характеристик проекта, а также, когда последствия отказа системы могут быть очень серьезными. В свою очередь, гибкий подход к управлению проектами предназначен, прежде всего, для творческих, инновационных проектов, таких как исследовательские проекты или проекты по разработке новых инновационных продуктов или даже проекты по улучшению процессов. Все такие проекты характеризуются высоким уровнем неопределенности, неясными целями проекта или неполными и непредсказуемыми запросами, в отношении которых можно предположить, что они будут существенно изменены в ходе проекта. Из-за постоянных запросов на изменение проекты организованы итеративно, нелинейно, с частыми изменениями и обновлениями плана проекта и требуют тесного и частого сотрудничества с конечным пользователем в ходе проекта. Типичный agile-проект представляет собой небольшой автономный проект разработки



программного обеспечения, чаще всего в рамках одной организации и обычно с упором на пользовательский интерфейс. Гибкие проекты не делают акцент на обширной документации, поэтому знания о проекте, в основном, неявны.

Институт управления проектами PMI определяет термин методология в широком его смысле как систему практик, методов, процедур и правил, используемых теми, кто работает в дисциплине [10]. Для случая применительно к управлению проектами используется термин методология управления проектами, который определяется как набор руководств и принципов, которые можно адаптировать и применять к конкретной ситуации. Здесь руководящие принципы могут быть такими простыми, как список задач, или это может быть особый подход к проекту с определенными инструментами и методами [12]. Несмотря на то, что и метод, и методология управления проектами могут считаться синонимами, поскольку оба основаны на базовом подходе и имеют определенные принципы и правила, обычно считается, что методология управления проектами включает в себя подробные методы и инструменты. Существующие современные руководства проектного управления в полной мере не могут считаться методологиями, их, скорее, следует относить к фреймворкам, или методам.

Как определяет [10], информационная система управления проектами - это информационная система, состоящая из инструментов и методов, используемых для сбора, интеграции и распространения результатов процессов управления проектами. Она используется для поддержки всех аспектов проекта от инициации до закрытия проекта и может включать как ручные, так и автоматизированные системы [10]. Среди коммерческих брендовых информационных систем традиционного управления проектами следует отметить Oracle Primavera, PM.soft, TILOS, Powerproject, Deltek Open Plan, Spider Project Professional и др. Наиболее известный и мощный из них программный продукт Oracle Primavera способен обеспечить потребности организаций, которые управляют большим количеством проектов одновременно, а также поддержку управления проектными группами в разных местах и на разных уровнях организации [13]. Кроме систем рассмотренного класса, на рынке также существует большое количество недорогих и более простых программных продуктов, реализующих как классический, так и гибкий подход. Из этих продуктов на автоматизированную поддержку гибкого подхода управления проектами ориентированы такие, как YouTrack, MeisterTask,



Metatask, Jira, Tagetprocess и др.

3.3. Требования к возможностям систем управления ИТ проектами

Учитывая рассмотренные концептуальные положения в области проектного управления и разработки информационной систем как специфической отрасли современной ИТ индустрии, можно выделить их особенности и сформулировать требования, которые в целом помогут определить требования к архитектуре информационной системы управления проектами разработки информационных систем предприятий.

1. Дисциплина «Управление проектами» применима к любому виду деятельности из всего ее разнообразия, существующего в социальной среде. В области информационных систем эта дисциплина может применяться к таким различающимся видам деятельности как разработка информационных систем, программная инженерия, реализация пакета, улучшение системы, консалтинг и бизнес-анализ, миграция систем, реализация инфраструктуры, аутсорсинг (и инсорсинг), аварийное восстановление и др. [2].

2. В современном проектном управлении рассматривается два подхода – классический и гибкий подходы. Ориентированный в большей степени на применение в области информационных технологиях гибкий (agile) подход управления проектами больше соответствует требованиям применения при создании небольших автономных программных продуктов с упором на пользовательский интерфейс.

3. Область разработки информационных систем и программная инженерия - это два существенно различающиеся вида деятельности. Программная инженерия рассматривает создание относительно автономного программного продукта, применение которого ограничено пользователями одного определенного типа. В отличие от нее разработка информационной системы акцентирует свое внимание на создании целевого продукта, соответствующего уникальным требованиям каждого предприятия и предназначенного для поддержки множества различающихся пользователей, деятельность каждого из которых направлена на достижение общей цели предприятия.

4. Создание программного обеспечения часто предполагает его массовое тиражирование, в противоположность этому тиражирование разработанной для



предприятия информационной системы не имеет практического смысла из-за уникальности его требований.

5. Управление проектами и сфера его применения «разработка информационных систем», в рассматриваемом случае представляют две пересекающиеся взаимосвязанные дисциплины, поэтому проектное управление должно активно учитывать специфику данной отрасли.

6. В области разработки информационных систем, несмотря на ее более позднее появление, проведены многочисленные исследования, получены важные результаты и накоплен опыт их практического применения. В том числе, возникли новые дисциплины, такие как «инженерия методов», «ситуационная инженерия методов» и «ситуационная разработка систем», улучшающие качество продукта и процесса, а также повышающие гибкость проведения разработок и управления такими проектами.

7. Существующие подходы гибкого управления проектами мало подходят для их распространения на область проектов информационных систем, так как они по своей сути поддерживают восходящее направление разработки и, тем самым, не способны обеспечить создание информационной системы управления, направленной на достижение предприятием поставленной цели.

8. Данные управления проектами разработки информационных систем должны, в основном, охватывать области операционного, технологического и производственного процесса предприятия, трудовых и инструментальных ресурсов, клиентов и их заказов/проектов. Они также должны быть релевантны требованиям возможных вариаций стратегий и процессов управления проектами на предприятии. С точки зрения управления предприятием в целом эти данные фактически являются подцепочкой цифрового следа деятельности всего ИТ предприятия.

9. Кардинальное улучшение качества проектного управления может быть достигнуто путем интеграции информационной системы управления проектами с информационной системой ИТ предприятия, а также со средствами workflow-технологий для осуществления активной коммуникации процессов и стейкхолдеров.



3.4. Модель данных информационной системы управления ИТ проектами

Особенности области информационных систем и проектного управления позволяют предложить модель данных системы управления проектами разработки информационных систем, пригодную для использования во многих случаях практического применения, как это показано на рис. 1.

Модель основывается на применении знаний из области методологий разработки информационных систем. В качестве методологий могут выступать любые методологии, из их возможного широкого спектра, - от широко известной коммерческой брендовой методологии до методологии, созданной организацией-разработчиком информационных систем самостоятельно. Методология может иметь сложную логическую структуру и подробно описывать процесс разработки или просто представлять этапы любой известной модели жизненного цикла. Такая методология в структурированном виде, размещенная в виде данных в структуре МЕТОДОЛОГИЯ/ФАЗА, определяет логику и последовательность хода выполнения проекта.

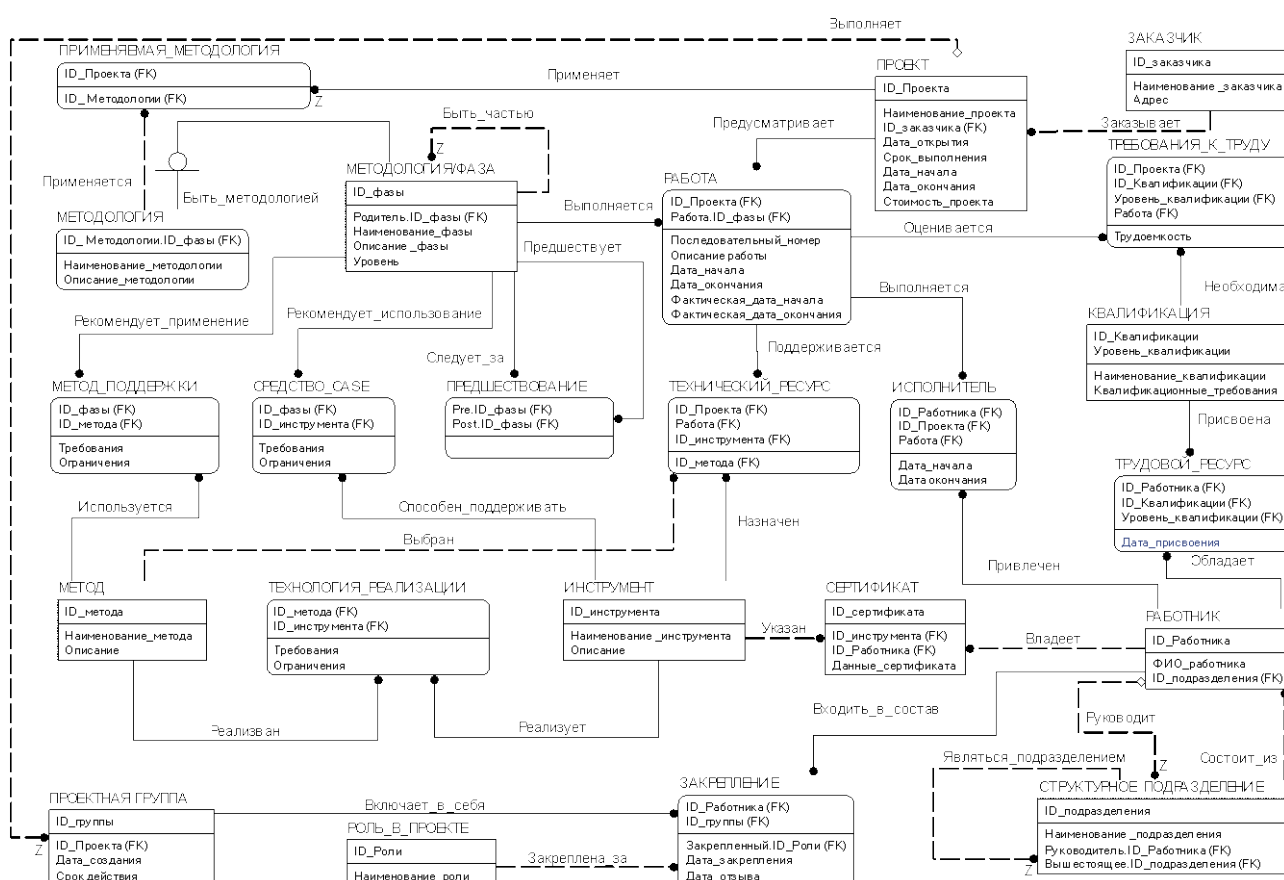


Рисунок 1 - Модель данных управления проектами разработки информационных систем



Особенность этой структуры состоит в использовании двух рекурсивных связей. За счет этого она обладает способностью представлять любую глубину вложенности и последовательность активации элементарных действий процесса разработки (фаз/шагов разработки). Структура позволяет наполнять и хранить в себе неограниченное количество методологий и повторно использовать любую из них по выбору при выполнении того или иного проекта. Структура МЕТОДОЛОГИЯ через неполную категоризацию представляет для каждой методологии корневые узлы, выполняющие роль идентификаторов и точек входа в каждую из методологий.

Каждое из элементарных действий методологии предполагает использование некоторого метода, который должен быть применен в ходе его выполнения, а также содержание и форму полученного при этом результата, который поступает на вход последующего элементарного действия методологии. Таким результатом/входом может быть, например, контекстная модель данных, модель данных в ключах, полностью определенная модель данных, модель потока диалога, функциональная декомпозиция и т.п. Структура МЕТОД отражает все методы, которые могут быть применены при разработке информационных систем. Применение метода может осуществляться с использованием программных пакетов средств CASE, все множество которых может быть представлено в структуре ИНСТРУМЕНТ. Модель связывает между собой структуры МЕТОДОЛОГИЯ/ФАЗА, МЕТОД и ИНСТРУМЕНТ, показывая тем самым возможности выбора методов и инструментов для каждого элементарного действия конкретной методологии.

Другая группа структур модели предназначена для представления данных о трудовых ресурсах и их организации. Одна из ключевых структур этой группы РАБОТНИК соответствует множеству всех работников ИТ компании. Модель фиксирует квалификацию каждого отдельного работника средствами структур КВАЛИФИКАЦИЯ, ИНСТРУМЕНТ, СЕРТИФИКАТ и соответствующих связей. Административно все работники ИТ компании организованы в виде структурных подразделений по профессиональному или иному признаку. Структура СТРУКТУРНОЕ_ПОДРАЗДЕЛЕНИЕ представляет все множество структурных подразделений ИТ компании. Рекурсивная связь «Являться_частью» устанавливает административную иерархическую связь линейной подчиненности структурных подразделений компании. Дополнительно к этому соответствующие связи устанавливают характер



принадлежности работников структуры РАБОТНИК к структуре СТРУКТУРНОЕ_ПОДРАЗДЕЛЕНИЕ. Структура ПРОЕКТНАЯ_ГРУППА входит в состав группы структур, отражающих проектную организацию работников компании, являющихся исполнителями проектов. Она позволяет идентифицировать и зафиксировать создание проектной группы, период ее существования и ее связь с проектом, для выполнения которого она создается. Структура ЗАКРЕПЛЕНИЕ и соответствующие связи закрепляют требуемых конкретных работников за проектными группами и назначают им на установленный период времени роли участия в проекте из перечня, хранимого в структуре РОЛЬ_В_ПРОЕКТЕ.

Группа структур ЗАКАЗЧИК и ПРОЕКТ обеспечивают представление данных о заказчиках и заказываемых ими проектах. Она позволяют идентифицировать и фиксировать общие данные, такие как дату открытия проекта, срок его выполнения, стоимость, фактическую дату начала и окончания выполнения проекта. Структура ПРОЕКТ имеет однозначную связь со структурой ПРОЕКТНАЯ_ГРУППА, определяющей в итоге всех исполнителей каждого конкретного проекта, а также со структурой МЕТОДОЛОГИЯ, определяющей также однозначно методологию, выбранную для применения в конкретном проекте.

Другая важная группа, связанная со структурой РАБОТА, предназначена для размещения данных о структуре производства работ (производственном процессе) ИТ компании. Она представляет всю совокупность данных предприятия о технологических процессах выполнения каждого отдельно взятого проекта. При этом каждая единица планирования и учета (планово-учетная единица) в структуре РАБОТА идентифицируется атрибутами «ID_проекта» и «Работа.ID_фазы», где последний атрибут однозначно определяется соответствующей «фазой» методологии. Каждой планово-учетной единице структура ставит в соответствие требуемый технический и трудовой ресурс, конкретных исполнителей, плановое и фактическое время начала и окончания выполнения работы.

Рассмотренная модель данных способна обеспечить процессы управления проектами, такие как инициирование, планирование, выполнение, контроль и закрытие проекта и др., а также операционные, технологические и производственные процессы для всех проектов ИТ предприятия в целом.

Инициирование проекта сопровождается занесением данных в структуры



ЗАКАЗЧИК, ПРОЕКТ И ПРОЕКТНАЯ ГРУППА. При этом атрибуты даты начала и даты окончания выполнения проекта остаются незаполненными.

Планирование проекта осуществляется параллельно с планированием технологического процесса и технологических операций. При этом осуществляется выбор, адаптация или инженерия нового метода/методологии с одновременным заполнением в общем случае структур МЕТОДОЛОГИЯ, МЕТОДОЛОГИЯ/ФАЗА, ПРЕДШЕСТВОВАНИЕ, МЕТОД, ИНСТРУМЕНТ, ТЕХНОЛОГИЯ_РЕАЛИЗАЦИИ, СРЕДСТВО_CASE, МЕТОД_ПОДДЕРЖКИ [7;8;14]. Одновременно устанавливаются ассоциации между структурами МЕТОДОЛОГИЯ и ПРОЕКТ, а также наполняется данными структура РАБОТА. Кроме того, осуществляется выбор технического ресурса, определение трудоемкости для каждой единицы работы и, соответственно, заполняются структуры ТЕХНИЧЕСКИЙ_РЕСУРС и ТРЕБОВАНИЯ_K_ТРУДУ проекта.

Процесс «выполнение работ» связан с периодическим занесением данных о фактическом и плановом времени начала и окончания работ, а также данных об исполнителях, определяемых средствами оперативного планирования или перепланирования по результатам контроля. При этом задействуются структуры РАБОТА, ИСПОЛНИТЕЛЬ и ЗАКРЕПЛЕНИЕ. Планирование или перепланирование операций ИТ предприятия может выполняться программным модулем с применением современных методов оптимизации.

Процесс контроля основывается на анализе данных структуры РАБОТА и состоит в принятии решения об успешности хода выполнения работ или о перераспределении ресурса.

Закрытие проекта сопровождается присваиванием соответствующих значений атрибутам «Дата_окончания» структур ПРОЕКТ и ПРОЕКТНАЯ_ГРУППА. При этом ни одно из данных, поступивших в структуры в ходе выполнения проекта, не разрушается, оставляя, таким образом, цифровой след хода выполнения проекта и обеспечивая тем самым возможность многократного проведения аналитики в дальнейшем.

Предложенная модель данных может быть использована в качестве основы как для создания структур данных специализированных информационных систем управления проектами разработки систем предприятий, так и для расширения структуры баз данных действующих интегрированных систем управления ИТ предприятий.



Выводы

В работе рассмотрены и обсуждены концепции разработки информационных систем и проектного управления - подходы, методы, методологии, а также инструменты, основанные на этих концепциях. Анализ концепций показал наличие между ними существенных связей. При этом было выявлено, что подход и структура процессов управления ИТ проектом, в основном, определяется методологией, применяемой при разработке системы. Рассмотрена возможность интеграции знаний разработки информационных систем в проектное управление и, соответственно, в программные средства его автоматизации. Предложено использовать спектр существующих подходов и методологий разработки информационных систем, в том числе, и гибкий подход, основанный на инженерии методов разработки, в качестве источника знаний. Разработана модель данных для размещения в определяемых ею структурах интегрированных знаний проектного управления и методологий разработки информационных систем. Приведено описание структур модели данных, а также правил их заполнения и использования процессами управления проектами. Результаты работы могут быть использованы в качестве основы для практического применения при усовершенствовании и автоматизации проектного управления в ИТ предприятиях.



KAPITEL 4 / CHAPTER 4⁴
**GENERAL SOLUTIONS OF SYSTEMS OF INHOMOGENEOUS
EQUATIONS OF HIGH ORDERS OF THE VARIANT OF
MATHEMATICAL THEORY OF NON-THIN PLATES**

*ЗАГАЛЬНІ РОЗВ'ЯЗКИ СИСТЕМ НЕОДНОРІДНИХ РІВНЯНЬ ВИСОКИХ ПОРЯДКІВ
ВАРІАНТА МАТЕМАТИЧНОЇ ТЕОРІЇ НЕТОНИХ ПЛАСТИН*

DOI: 10.30890/2709-2313.2022-09-01-014

Introduction

For the calculation of plates and shells are used mainly theories that are based on assumptions and models [1, 2, 4, 5, 9, 11, 12, 21, 23, 25, 26]. Such theories can well describe certain classes of boundary value problems. But these classes need to be outlined for each theory by comparing their solution with the exact one derived from the three-dimensional equations of the theory of elasticity. The exact solution is difficult to come by. Only in some isolated cases it is possible to accurately solve the boundary value problem of the three-dimensional theory of elasticity [6, 14, 18]. To determine the limits of suitability of each theory, you can also compare the results with the solution of the corresponding boundary value problem, which is obtained on the basis of different variants of mathematical theory (MT). Variants of mathematical theories are based on the method of decomposition of the components of the stress-strain state (SSS) into infinite mathematical series [3, 7, 8, 10, 13, 16, 17, 19, 27, 29–35]. The construction of the three-dimensional problem of the theory of elasticity was performed by variational or other methods. The effectiveness of variants of the MT of plates and shallow shells depends on the methodology of construction of basic relations, differential equations (DEs), boundary conditions on the lateral surface, on the exact or approximate satisfaction of boundary conditions on the front faces. To evaluate the effectiveness of variants of MT, comparisons are needed with the exact solution of the three-dimensional theory of elasticity or with reliable variants of MT, which accurately describe the internal SSS and marginal effects.

In [3, 7, 8, 16, 17, 19, 20, 27, 29–35] Legendre polynomials were used to construct the basic equations. Reisner's variational principle [22] was used in [16, 19, 20, 21, 29–35]. In [20], the construction of the basic equations for a transversely isotropic plate, which is obliquely transversely loaded with respect to the median plane, was initiated. The components of displacements were taken in the form of two

⁴ *Authors: Zelensky A. G.*



terms with Legendre polynomials. Interrelated equations were obtained.

In [29–33], a new variant of the MT of plates and shallow shells of arbitrary constant thickness under the action of arbitrary transverse loads was developed. The variant is based on the decomposition of all components of the SSS and boundary conditions on the side surface into infinite mathematical series of Legendre polynomials in the transverse coordinate. Three-dimensional DEs of the theory of elasticity, the semi-inverted Saint-Venant method, the Reissner variational principle are used to reduce the three-dimensional problem of the theory of elasticity to two-dimensional. An important advantage over many other versions of the theory is that the boundary conditions are accurately satisfied on the front faces. The constructed basic dependences and equations of this variant of MT give a real opportunity to obtain analytical solutions of boundary value problems that take into account boundary effects. Numerical results obtained on the basis of the developed MT variant for SSS of a wide class of boundary value problems show high accuracy of the constructed theory in comparison with the exact solution taking into account the first six terms of partial sums for tangential displacements [29, 30]. An increase in the number of terms in the partial sums of mathematical series leads to an increase in the order of inhomogeneous systems of differential equilibrium equations, to the complication of basic equations, and to the complication of finding general solutions.

To date, there are few developed analytical methods for solving inhomogeneous systems of differential equations of high-order equilibrium, which would simplify the finding of partial and general solutions by methods of mathematical physics.

4.1. Statement of the problem and the idea of its solution

A transversally isotropic plate of arbitrary constant thickness, which is subjected to arbitrary transverse loading, is considered. The isotropy plane coincides with the median plane. Tangential rectangular coordinates x, y are located in the middle plane, the transverse coordinate z is directed upwards perpendicular to it. Boundary conditions on the side surface can be static, kinematic or mixed.

All SSS components and boundary conditions on the side surface are considered functions of three variables and are represented by infinite mathematical series using Legendre polynomials. If we take into account in tangential displacements



components with indices $0, 1, 2, \dots, N$ ($u_0, v_0, u_1, v_1, w_1, \dots, u_N, v_N, w_N$), where N will be considered an odd natural number, then such an approximation will be called an approximation $K0-N$ (AK0-N). If we take into account components with indices $1, 3, \dots, N$ ($u_1, v_1, w_1, \dots, u_N, v_N, w_N$), then such an approximation will be called the approximation $K13 \dots N$ (AK13 N).

The components of displacements in the $K0-N$ approximation are represented by Legendre polynomials in the form (1):

$$U(x, y, z) = \sum_{k=0}^N P_k(2z/h) u_k(x, y), (U, u \rightarrow V, v); W(x, y, z) = \sum_{k=1}^N P_{k-1}(2z/h) w_k(x, y). \quad (1)$$

The problem in the constructed variants of MT is to solve systems of DEs of equilibrium of high orders and to construct their general solutions. The main mathematical difficulty is finding general solutions of inhomogeneous systems of equations of equilibrium of high orders, including finding their partial solutions. Difficulties increase if the transverse load is intermittent or local.

In many works on the theory of plates and shells, general and partial solutions were determined directly from the initial systems of equilibrium equations. In particular, methods of integral transformations were used to find partial solutions [24, 28]. In some cases, it is almost impossible to use these methods due to the complex and cumbersome inverse integral transformations, as it is necessary to find cumbersome integrals with parameters that are not listed in the known literature. The method of direct solution of the initial systems of equations of equilibrium of high orders has led to significant difficulties [28].

The obtained systems of equilibrium equations of the constructed MT variant have a rather high order. These are systems of equations with respect to the components of displacements. In the approximation $K0-3$ the order of the system is twenty-second. In the approximation $K0-5$ the order of the system is thirty-fourth. Therefore, the direct analytical solution of such systems of equations is associated with great difficulties.

A new method of integrating systems of high-order DEs is that the initial system of high-order equilibria was reduced by algebraic, differential, and operator transformations to convenient (solvable) inhomogeneous high-order differential equations. These equations were reduced by the operator method to inhomogeneous second-order DEs. This significantly reduced the difficulty of finding general



solutions of the initial system of high-order equilibrium equations. Especially if the transverse load was intermittent, or concentrated or local. General solutions of inhomogeneous second-order DEs could be found by various known methods of mathematical physics. The general solution of the initial system of differential equilibrium equations was found through the general solutions of the second-order equations. SSS was determined from the relevant dependencies based on the solutions of the initial DE systems.

In [15] the inhomogeneous differential equation of the fourth order is reduced to two inhomogeneous Helmholtz equations. Integral transformations were not applied to the obtained equations. In [24], a partial solution of the fourth-order equilibrium differential equations of the theory of thin isotropic spherical shells of small curvature was found by direct application of the Hankel integral transformation. Even for low-order DE, this led to sufficient mathematical complications.

The idea of the developed method is to simplify the definition of partial and general solutions of high-order DEs. Simplification of the search for these solutions is achieved by using methods of reduction of inhomogeneous DEs of high orders to inhomogeneous equations of the second order. The work is a development and generalization of researchs [30, 33-35].

4.2. Basic equations in the approximation K0-N

This section presents the components of SSS, DEs of equilibrium, boundary conditions. The final DEs in the K0-N approximation are derived. General solutions of the system of differential equilibrium equations are obtained.

4.2.1. Components of the stress-strain state.

The components of the displacements are depicted in the form (1).

Stress in the plate:

$$\begin{aligned}\sigma_{xz}(x, y, z) &= \sum_{n=0}^{N+1} P_n(2z/h)t_{xn}(x, y); \sigma_{yz}(x, y, z) = \sum_{n=0}^{N+1} P_n(2z/h)t_{yn}(x, y); \\ \sigma_z(x, y, z) &= \sum_{n=0}^{N+2} P_n(2z/h)s_{zn}(x, y); \\ \sigma_x(x, y, z) &= \sum_{n=0}^{N+2} P_n(2z/h)s_{xn}(x, y), (x, y); \sigma_{xy}(x, y, z) = \sum_{n=0}^N P_n(2z/h)t_{yxn}(x, y).\end{aligned}\quad (2)$$



In formulas (2), the functions $t_{xn}, \dots, t_{yxn}$ have the following form:

$$\begin{aligned}
 t_{xn}(x, y) &= \sum_{i=1,3}^N (h_{0ni}w_{i,x} + l_{0ni}u_i), \quad (n = 0, 2, \dots, N+1); \\
 t_{xn}(x, y) &= \sum_{i=2,4}^{N-1} (h_{0ni}w_{i,x} + l_{0ni}u_i), \quad (n = 1, 3, \dots, N); \\
 s_{zn}(x, y) &= \sum_{i=2,4}^{N-1} p_{ni}w_i + \sum_{i=0,2}^{N-1} g_{ni}\varphi_i + g_{np}p, \quad \varphi_i = u_{i,x} + v_{i,y}, \quad (n = 0, 2, \dots, N+1); \\
 s_{zn}(x, y) &= \sum_{i=3,5}^N p_{ni}w_i + \sum_{i=1,3}^N g_{ni}\varphi_i + g_{nq}q, \quad (n = 1, 3, \dots, N+2); \\
 s_{xn}(x, y) &= d_0(u_{n,x} + v_{n,y}) + d_{10}s_{zn}, \quad (n = 0, 1, \dots, N); \\
 s_{xn}(x, y) &= d_{10}s_{zn}, \quad (n = N+1, N+2), \\
 t_{yxn}(x, y) &= G(u_{n,y} + v_{n,x}), \quad (n = 0, 1, \dots, N),
 \end{aligned} \tag{3}$$

where h, l, p, g with indices - mechanical and geometric parameters; d_0, d_{10}, G - mechanical parameters of the plate material. Mechanical and geometric parameters will be called constant.

4.2.2. Differential equations of equilibrium.

Let us represent the equilibrium equation through $u_0, v_0, u_1, v_1, w_1, \dots, u_N, v_N, w_N$, taking into account the expressions for $t_{xi}, \dots, t_{yxi}$ according to (3), and performing some mathematical transformations.

In the K0-N approximation, the system of differential equilibrium equations is of the order of $(6N+4)$. It is shown that this system of equations is divided into two separate independent systems of equations. One system describes the SSS of a plate with symmetrical deformation relative to the median plane. It occurs under a symmetrical load relative to the median plane, which is applied both on the front faces and on the side surface.

Another system of equations describes SSS for obliquely symmetric deformation. This is a purely bending deformation. It occurs when the obliquely symmetrical load relative to the median plane, which is applied both on the front faces and on the side surface. In all relations and equations it is necessary to take into account only those terms in the components of displacements that are taken into account in the partial sums of mathematical series for tangential components of displacements (1). This also applies to boundary conditions.

It is established that in the approximation K0-N the system of differential



equations for obliquely symmetric loading has the order of 3 (N+1), and for the symmetric one - of the order of (3N+1).

DE system describing obliquely symmetric deformation (AK13... N):

$$\sum_{j=1,3}^N (L_{iuj}u_j + L_{ivj}v_j + L_{iwj}w_j) = L_{iq}(q(x, y)), (i = 1, 2, \dots, 3(N+1)/2). \quad (4)$$

DE system describing symmetrical deformation (AK02... (N-1)):

$$\sum_{j=0,2}^{N-1} (M_{iuj}u_j + M_{ivj}v_j) + \sum_{j=2,4}^{N-1} M_{iwj}w_j = M_{ip}(p(x, y)), (i = 1, 2, \dots, (3N+1)/2). \quad (5)$$

In the systems of equations (4), (5) M_{ij} , L_{ij} - differential operators not higher than the 2nd order; $M_{ip}(p)$, $L_{iq}(q)$ - transverse load functions; these operators and functions depend on the mechanical and geometric parameters of the plate.

4.2.3. Boundary conditions.

Boundary conditions follow from the Reisner variation equation and have the form:

$$\int_{(s)} \left\{ \sum_{j=0,1}^N \frac{h}{2j+1} ((s_{xj}l_x + t_{yxj}l_y - x_{sj})\delta u_j + (t_{yxj}l_x + s_{yj}l_y - y_{sj}))\delta v_j + \right. \\ \left. + \sum_{j=0,1}^{N-1} \frac{h}{2j+1} (t_{xj}l_x + t_{yj}l_y - z_{sj})\delta w_{j+1} \right\} ds = 0. \quad (6)$$

Different boundary conditions follow from equation (6).

4.2.4. Oblique symmetric deformation of the plate

The methodology of reduction of systems of inhomogeneous equations of equilibrium of high orders to inhomogeneous equations of the second order is given for obliquely symmetric deformation of a plate.

4.2.4.1. Transformation of systems of differential equilibrium equations.

We transform the system of differential equations of equilibrium of skew-symmetric deformation (4). Analyzing the structure of the operators of the system of equations (4), we can reduce this system by mathematical transformations to the following form:

$$\sum_{j=1,3}^N (a_{Niu}u_j + a_{Ni\phi}\phi_{j,x} + a_{Niw}w_{j,x}) + a_{N1}\psi_{i,y} = \beta_{ui}q_{,x}, (\delta u_i); \\ \sum_{j=1,3}^N (a_{Niv}v_j + a_{Ni\phi}\phi_{j,y} + a_{Niw}w_{j,y}) - a_{N1}\psi_{i,x} = \beta_{vi}q_{,y}, (\delta v_i), (i = 1, 3, \dots, N); \quad (7)$$



$$\sum_{j=1,3}^N (b_{N1\varphi j} \varphi_j + b_{N1 w j} \nabla^2 w_j) = \beta_{w1} q, (\delta w_1);$$

$$\sum_{j=1,3}^N b_{Ni\varphi j} \varphi_j + b_{Ni w j} \nabla^2 w_1 + \sum_{j=3,5}^N (c_{Ni w j} + b_{Ni w j} \nabla^2) w_j = \beta_{wi} q, (\delta w_i), (i = 3, 5, \dots, N),$$
(8)

where $\psi_j(x, y)$ - vortex functions:

$$\psi_j(x, y) = u_{j,y} - v_{j,x}, (j = 1, 2, \dots, N);$$

$\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ - Laplace operator; a, b, c s with indices are constants.

Variations in parentheses next to the equations indicate the variation in which the equation is obtained.

The number of DE (7) is equal to $(N+1)$, and DE (8) $(N+1) / 2$, The number of DE system (7), (8) is equal to $3 (N+1) / 2$. The same number of unknown functions $u_1, v_1, w_1, u_3, v_3, w_3, \dots, u_N, v_N, w_N$. We number the equation as follows: DE obtained for δu_1 is the first equation, for δv_1 is the second equation, for δu_3 is the third equation, and so on.

To obtain a system of equations describing the vortex boundary effect, the following steps from DE (7) must be performed. The first equation is differentiated by y , the second equation by x and one equation is subtracted from another. The third and fourth equations are similarly transformed, and so on. A homogeneous system of order DE with respect to the vortex functions $\psi_j, (j = 1, 3, \dots, N)$ is obtained:

$$\sum_{j=1,3}^N H_{ij} \psi_j(x, y) = 0; (i = 1, 3, \dots, N),$$
(9)

where $H_{ij} (i = j)$ are second-order differential operators; and $H_{ij} (i \neq j)$ zero-order operators:

$$H_{ii} = (h_{i2\psi} \nabla^2 + h_{i0\psi}), (i = 1, 3, \dots, N); H_{ij} = h_{ij0\psi}, (i \neq j).$$
(10)

In (10) h with indices are constant parameters, $h_{ij0\psi} = h_{ji0\psi}$. The differential matrix of the system of equations (9) is symmetric: $H_{ij} = H_{ji} (j = 1, 3, \dots, N), (i \neq j)$.

We now obtain a DE system that does not contain vortex functions and describes internal SSS with a potential marginal effect. Let's convert equation (7) again. Differentiate the first equation for the variable x , the second equation for the



variable y and add them; we differentiate the third equation by x , the fourth equation by y and add them, and so on. We obtain the following DE system:

$$\sum_{j=1,3}^N ((d_{i\varphi j0} + d_{i\varphi j2} \nabla^2) \varphi_j + d_{i w j2} \nabla^2 w_j) = \beta_{ui} \nabla^2 q, \quad (i = 1, 3, \dots, N), \quad (11)$$

where d with indices - constant values, which are determined by the parameters DE (7).

From (8) and (11) we obtain an inhomogeneous DE system of order 2 (N+1) with respect to the $w_j(x, y)$ functions:

$$\sum_{j=1,3}^N \Pi_{ij} w_j(x, y) = \Pi_{iq} q(x, y) \quad (i = 1, 3, \dots, N), \quad (12)$$

where Π_{ij} are fourth-order differential operators. Π_{iq} – second-order differential operators. All operators in (12) depend on mechanical and geometric parameters. They are found to look like this:

$$\begin{aligned} \Pi_{11} &= \mu_{114} \nabla^4; \quad \Pi_{1j} = \mu_{1j4} \nabla^4 + \mu_{1j2} \nabla^2, \quad \Pi_{j1} = \mu_{j14} \nabla^4 + \mu_{j12} \nabla^2, \quad (j = 2, 3, \dots, N); \\ \Pi_{ij} &= \mu_{ij4} \nabla^4 + \mu_{ij2} \nabla^2 + \mu_{ij0}, \quad (i, j = 3, 5, \dots, N; i = j, i \neq j); \quad \Pi_{iq} = \mu_{i2} \nabla^2 + \mu_{i0}; \end{aligned} \quad (13)$$

$\mu_{114}, \dots, \mu_{i0}$ – сталі.

Differential equations (9) and (12) will be called solvable DE of skew-symmetric deformation. From these equations are the functions $\psi_j(x, y)$, $w_j(x, y)$, ($j = 1, 3, \dots, N$). The $\varphi_j(x, y)$ functions are determined from equations (8). Functions $u_j(x, y)$, $v_j(x, y)$, are from equations (7) and are expressed through $\varphi_j(x, y)$, $w_j(x, y)$, $\psi_j(x, y)$. The stresses are according to formulas (2) and (3).

4.2.4.2. General solutions of differential equations of vortex boundary effect.

We reduce the system of equations of the vortex boundary effect (9) to the convenient DE. We transform the system (9) by the operator method. Let us represent the required functions $\psi_j(x, y)$ through the new function $\psi(x, y)$ as follows:

$$\psi_j(x, y) = H_{1j}^0 \psi(x, y), \quad (j = 1, 3, \dots, N; N \geq 3), \quad (14)$$

where H_{1j}^0 are the adjuncts of the differential determinant H_0 of the system (9).

The system of equations (9), taking into account (14), will be reduced to the definition of the function $\psi(x, y)$ from a homogeneous DE order (N+1).

$$H_0 \psi(x, y) \equiv (\nabla^2 - r_1)(\nabla^2 - r_2) \dots (\nabla^2 - r_{(N+1)/2}) \psi(x, y) = 0, \quad (15)$$



where r with indices – parameters. Equation (15) will be called the defining differential equation of the vortex boundary effect.

The general solution DE (15) is represented as:

$$\psi(x, y) = \sum_{i=1}^{(N+1)/2} \psi^{(i)}(x, y), \quad (16)$$

where $\psi^{(i)}(x, y)$ are the general solutions of the Helmholtz differential equations

$$(\nabla^2 - r_i) \psi^{(i)}(x, y) = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, (N+1)/2; N \geq 1). \quad (17)$$

General solutions for vortex functions $\psi_j(x, y)$ are obtained on the basis of (14) –(17):

$$\psi_j(x, y) = H_{1j}^0 \sum_{i=1}^{(N+1)/2} \psi^{(i)}(x, y). \quad (18)$$

4.2.4.3. General solutions of differential equations of internal stress state and potential boundary effect.

Consider the system of equations (12), which describes the internal SSS and the potential marginal effect. We represent the functions w_j through the new required functions $\Phi_k(x, y)$ by the operator method:

$$w_j(x, y) = \sum_{k=1,3}^N \Pi_{kj}^0 \Phi_k(x, y), \quad (j = 1, 3, \dots, N; N \geq 3), \quad (19)$$

where Π_{kj}^0 are adjuncts of the system determinant (12).

On the basis of (12), (13), (19) we obtain a convenient (determining) system of DE with respect to functions $\Phi_k(x, y)$, which after factorization of the left parts will look like:

$$D_0 D_0 D_1 D_2 \dots D_{(N-1)} \Phi_k(x, y) = a_{k0} D_{k0} q(x, y); \quad k = 1, 3, \dots, N; N \geq 3, \quad (20)$$

where

$$D_0 = \nabla^2; \quad D_i = \nabla^2 - s_i; \quad D_{k0} = \nabla^2 - s_{k0}; \quad i = 1, 2, \dots, N-1; \quad s_i, s_{k0}, a_{k0} - \text{parameters.}$$

The system of differential equations (20) will be called hereinafter the determining system of internal SSS and potential boundary effect.

The DE system (20) is more convenient than (12), because the left parts of this system are the same. Forms of general solutions of the DE system (20) are obtained in the form of:

$$\Phi_k(x, y) = \Phi_{k0}(x, y) + \Phi_{kr}(x, y), \quad (k = 1, 3, \dots, N), \quad (21)$$



where $\Phi_{k0}(x, y)$ are the general solutions of the corresponding homogeneous DEs of the system (20), $\Phi_{kr}(x, y)$ are the partial solutions of the inhomogeneous DEs (20). Since the homogeneous DE systems (20) are the same, we can put $\Phi_{k0}(x, y) \equiv 0$, ($k = 3, 5, \dots, N$) without increasing the order of this DE system. Then the general solutions (20) taking into account (21) will take the form:

$$\Phi_1(x, y) = \Phi_{1B}(x, y) + \Phi_{1II}(x, y) + \Phi_{1r}(x, y); \quad \Phi_k(x, y) = \Phi_{kr}(x, y), \quad (k = 3, 5, \dots, N). \quad (22)$$

In formulas (22): Φ_{1B} is the general solution of the biharmonic equation $\nabla^4 \Phi_1 = 0$.

Φ_{1II} is the general solution of a homogeneous DE of order 2 (N-1):

$$D_1 D_2 \cdot \dots \cdot D_{(N-1)} \Phi_{1II}(x, y) = 0; \quad (23)$$

$\Phi_{kr}(x, y)$ are partial solutions of inhomogeneous DEs (20).

The general solution Φ_{1II} DE (23) is represented as:

$$\Phi_{1II} = \sum_{j=1,2}^{N-1} \Phi_{1IIj}(x, y), \quad (24)$$

where Φ_{1IIj} are the general solutions of the equations $(\nabla^2 - s_j) \Phi_{1IIj} = 0$, ($j = 1, 2, \dots, N-1$).

The potential boundary effect is described by a homogeneous DE (23). Internal SSS is determined by the sum of the general solution Φ_{1B} of the biharmonic equation and the partial solutions Φ_{kr} ($k = 1, 3, \dots, N$) of the inhomogeneous DE (20) of order 2 (N+1). Thus, the equations of domestic SSS and potential boundary effect are separated.

The general solutions of the system of equations (12) based on (19), (22), (24) are as follows:

$$w_j(x, y) = \Pi_{1j}^0(\Phi_{1B}(x, y) + \Phi_{1II}(x, y)) + \sum_{k=1,3}^N \Pi_{kj}^0 \Phi_{kr}(x, y), \quad (j = 1, 3, \dots, N). \quad (25)$$

The components of displacements u_k, v_k , ($k = 1, 3, \dots, N$) are determined from DE (7):

$$u_k(x, y) = \sum_{i=1,3}^N (\lambda_{k\varphi i} \varphi_{i,x} + \lambda_{k\psi i} \psi_{i,y} + \lambda_{kwi} w_{i,x}) + \lambda_{kq} q_{,x}, \quad (26)$$

$$(u_k, \varphi_{,x}, \psi_{,y}, w_{,x}, q_{,x} \rightarrow v_k, \varphi_{,y}, -\psi_{,x}, w_{,y}, q_{,y}),$$

where $\varphi_i(x, y) = \lambda_{i1} \nabla^2 w_1 + \sum_{k=3,5}^N (\lambda_{ik} \nabla^2 + \lambda'_{ik}) w_k + \lambda_{iq} q$, ($i = 1, 3, \dots, N$), λ with indices -



parameters.

Stresses are determined on the basis of the corresponding formulas (2), (3) through the components of displacements (25), (26).

4.3. Reduction of inhomogeneous differential equations to inhomogeneous second-order equations

Consider DE of order $2n$:

$$(A_n \nabla^{2n} + A_{n-1} \nabla^{2(n-1)} + \dots + A_0) \Phi(x, y) = f(x, y), \quad (27)$$

where $A_i \neq 0$ is a constant value, $f(x, y)$ is a known function, $\Phi(x, y)$ is a desired function.

Equation (27) can always be reduced to an inhomogeneous equation of the following form:

$$(\nabla^2 - k_1)(\nabla^2 - k_2) \dots (\nabla^2 - k_i) \dots (\nabla^2 - k_n) \Phi(x, y) = f(x, y), \quad (28)$$

where k_i ($i=1, 2, \dots, n$) - parameters, roots of the corresponding characteristic equation.

The general solutions of homogeneous equations corresponding to equation (28) are expressed through the general solutions of the Helmholtz equations.

The general solutions of inhomogeneous differential equations are represented as the sum of the general solutions of the corresponding homogeneous equations and the partial solutions of the inhomogeneous equations.

In the next section we consider some partial cases of equations (20) and (28).

In what follows, the general solutions of inhomogeneous differential equations of high orders are expressed through the general solutions of inhomogeneous equations of the second order. Therefore, in Section 3.1 we provide information on general solutions of inhomogeneous second-order differential equations.

4.3.1. Inhomogeneous second-order differential equations.

1). Differential equations of the form:

$$D_0 \Phi(x, y) = f(x, y), (D_0 = \nabla^2). \quad (29)$$

The general solution of the Poisson differential equation (29): is



$\Phi(x, y) = f_{00}(x, y) + f_{0r}(x, y)$, where $f_{00}(x, y)$ is the general solution of the corresponding homogeneous DE, determined by the Lagrange method:

$$f_{00}(x, y) = F_1(y - ix) + F_2(y + ix), \quad (i = \sqrt{-1}),$$

where F_1, F_2 are arbitrary functions of the corresponding arguments.

The partial solution f_{0r} DE (29) is found by the Lagrange method using the auxiliary equation and has the following form:

$$f_{0r}(x, y) = \frac{1}{D + iD'} \frac{1}{D - iD'} f(x, y) = \frac{1}{D + iD'} q_1(x, y) = q_2(x, y),$$

where

$$D = \partial / \partial x; D' = \partial / \partial y; \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 = (D + iD')(D - iD'); \\ q_1(x, y) = \int f(x, c - ix) dx \Big|_{c=y+ix}; q_2(x, y) = \int q_1(x, c + ix) dx \Big|_{c=y-ix};$$

c under integrals is considered a constant value.

2). Inhomogeneous Helmholtz differential equations:

$$D_i \Phi(x, y) = f(x, y); D_i = \nabla^2 - s_i, i = 1, 2, \dots, \quad (30)$$

where s_i are constant values.

The partial solution $f_{ir}(x, y)$ of equation (30) is defined as follows:

$$f_{ir}(x, y) = \frac{f(x, y)}{D_i}.$$

The general solution of a homogeneous DE corresponding to equation (30) in the class of exponential functions with separated variables has the form:

$$f_{i0}(x, y) = \sum_n C_{ni} \exp(a_{ni}x + b_{ni}y), \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

where C_{ni} is arbitrary steels; a_{ni} and b_{ni} are constant values that satisfy the $a_{ni}^2 + b_{ni}^2 = s_i$ equation.

4.3.2. Heterogeneous differential equations of the fourth order

1). Differential equations of the form:

$$D_0 D_0 \Phi(x, y) = f(x, y) \quad (31)$$

General solution DE (31): $\Phi(x, y) = f_{000}(x, y) + f_{00r}(x, y)$.

The general solution $f_{000}(x, y)$ of homogeneous DE $D_0 D_0 \Phi(x, y) = 0$ has the



form:

$$f_{000}(x, y) = F_1(y - ix) + F_2(y + ix) + x F_3(y - ix) + x F_4(y + ix),$$

where $F_1, \dots, F_4$ are arbitrary functions from the corresponding variables.

The partial solution DE (31) is as follows:

$$f_{00r}(x, y) = \frac{1}{D + iD'} \frac{1}{D - iD'} f_{0r}(x, y) = \frac{1}{D + iD'} q_3(x, y) = q_4(x, y),$$

where

$$q_3(x, y) = \int f_{0r}(x, c - ix) dx \Big|_{c=y+ix}; q_4(x, y) = \int q_3(x, c + ix) dx \Big|_{c=y-ix}.$$

Partial solutions of the inhomogeneous DE (31) can also be found by sequential integration of inhomogeneous equations of the second order:

$$D_0 f_1(x, y) = f(x, y); D_0 \Phi(x, y) = f_1(x, y).$$

Here, partial solutions can be used as solutions.

2). Differential equations of the form:

$$D_i D_i \Phi(x, y) = f(x, y), (i = 1, 2, \dots). \quad (32)$$

The partial solution $f_{iir}(x, y)$ of equation (32) is determined by the sequential integration of inhomogeneous Helmholtz differential equations:

$$D_i f_i(x, y) = f(x, y), D_i \Phi(x, y) = f_{ir}(x, y). \quad (33)$$

where $f_{ir}(x, y)$, f_{iir} – are the partial solutions of the first and second equations (33).

The general solution f_{ii0} of the homogeneous equation, which corresponds to equation (32), in the class of exponential functions has the form:

$$f_{ii0}(x, y) = \sum_n C_{ni} \exp(a_{ni}x + b_{ni}y) + x \sum_n D_{ni} \exp(c_{ni}x + d_{ni}y), (n = 1, 2, 3, \dots),$$

where C_{ni}, D_{ni} is arbitrary steels; $a_{ni}, b_{ni}, c_{ni}, d_{ni}$ - various constants that satisfy the equation: $a_{ni}^2 + b_{ni}^2 = s_i, c_{ni}^2 + d_{ni}^2 = s_i$.

3). Differential equations of the form:

$$D_i D_j \Phi(x, y) = f(x, y), (i \neq j; i, j = 0, 1, 2, \dots). \quad (34)$$

The partial solution $f_{ijr}(x, y)$ DE (34) is found by the operator method:

$$f_{ijr}(x, y) = \frac{f(x, y)}{D_i D_j} = \frac{1}{D_j - D_i} \left(\frac{f}{D_i} - \frac{f}{D_j} \right) = \frac{1}{s_{ij}} (f_{ir} - f_{jr}),$$

where $f_{ir}(x, y), f_{jr}(x, y)$ are the partial solutions of the corresponding inhomogeneous Helmholtz equations.



Thus, partial solutions of inhomogeneous fourth-order DEs (32) and (34) are expressed in terms of partial solutions of second-order inhomogeneous equations.

The general solution f_{ij0} of the homogeneous equation corresponding to equation (34) is expressed in terms of the general solutions of the Helmholtz equations. In the class of exponential functions f_{ij0} has the following form:

$$f_{ij0}(x, y) = \sum_n C_{ni} \exp(a_{ni}x + b_{ni}y) + \sum_n D_{ni} \exp(c_{ni}x + d_{ni}y), (n = 1, 2, 3, \dots).$$

where C_{ni}, D_{ni} is arbitrary steels; $a_{ni}, b_{ni}, c_{ni}, d_{ni}$ - constants that satisfy the equation:

$$a_{ni}^2 + b_{ni}^2 = s_i, c_{ni}^2 + d_{ni}^2 = s_j.$$

In the following sections, we present partial solutions of inhomogeneous equations of order above the fourth.

4.3.3. Differential equations of the sixth order

Differential equations of the form:

$$D_i D_j^2 \Phi(x, y) = f(x, y), (i \neq j; i, j = 0, 1, 2, \dots). \quad (35)$$

Partial solution of this equation:

$$\Phi_r(x, y) = \frac{f(x, y)}{D_i D_j^2} = \frac{1}{s_{ij}^2} \left(\frac{f}{D_i} - \frac{f}{D_j} \right) - \frac{1}{s_{ij} D_j^2} = \frac{1}{s_{ij}^2} (f_{ir} - f_{jr}) - \frac{1}{s_{ij}} f_{jjr}. \quad (36)$$

Partial solutions of this equation will be needed in the future to obtain partial solutions of inhomogeneous equations of higher orders.

The partial solution (36) of DE (35) is also expressed in terms of the partial solutions of inhomogeneous equations of the second order, taking into account the partial solution of the inhomogeneous equation (34). The general solution of the homogeneous equation corresponding to DR (35) is expressed in terms of the general solutions of the Helmholtz equations.

4.3.4. Inhomogeneous differential equations of the eighth order.

1). Differential equations of the form:

$$D_1 D_1 D_1 D_1 \Phi(x, y) = f(x, y). \quad (37)$$

Equations (37) are found in the variant of the mathematical theory of thick plates on an elastic basis.

The partial solution $\Phi_r(x, y)$ of this equation is a successive finding of the partial solutions of the following equations:



$$D_1 f_3(x, y) = f(x, y); D_1 f_2(x, y) = f_{3r}(x, y); D_1 f_1(x, y) = f_{2r}(x, y); D_1 \Phi(x, y) = f_{1r}(x, y).$$

2). Differential equations of the form:

$$D_1 D_1 D_2 D_2 \Phi(x, y) = f(x, y). \quad (38)$$

Partial solution of equation (38):

$$\Phi_r(x, y) = \frac{1}{s_{12}^2} (f_{11r} + f_{22r} - \frac{2}{s_{12}} (f_{1r} - f_{2r})).$$

Therefore, the general and partial solutions of the inhomogeneous equations of Section 3.4, taking into account the previous paragraphs, are also expressed through the general and partial solutions of the inhomogeneous equations of the second order.

4.3.5. Inhomogeneous differential equations of the twelfth order

1). Differential equations of the form:

$$D_0 D_0 D_1 D_2 D_3 D_4 \cdot \Phi_k(x, y) = a_{k0} D_{k0} f(x, y), (k = 1, 3, 5), \quad (39)$$

where D_{k0} ($k = 1, 3, 5$) is the Helmholtz differential operator.

The system of differential equations of internal SSS of plates with potential boundary effect at obliquely symmetric deformation in the K135 approximation is reduced to such equations. In [34], partial solutions of Φ_{kr} of equations (39) are obtained. They look like:

$$\begin{aligned} \Phi_{kr}(x, y) = a_{k0} D_{k0} & \left(\frac{(f_{1r} - f_{0r})}{s_1^2 s_{12} s_{13} s_{14}} + \frac{(f_{2r} - f_{0r})}{(s_2^2 s_{21} s_{23} s_{24})} + \right. \\ & \left. + \frac{(f_{3r} - f_{0r})}{(s_3^2 s_{31} s_{32} s_{34})} + \frac{(f_{4r} - f_{0r})}{(s_4^2 s_{41} s_{42} s_{43})} + \frac{f_{00r}}{(s_1 s_2 s_3 s_4)} \right), \end{aligned} \quad (40)$$

where $f_{0r}(x, y), f_{00r}(x, y), f_{ir}(x, y)$ ($i = 1, 2, 3, 4$) are the partial solutions of the corresponding inhomogeneous equations.

Thus, the partial solutions (40) of inhomogeneous DE (39) are expressed by the differential operator from the linear combination of partial solutions of inhomogeneous DE of the second order.

The general solutions of DE (39) are determined by the sum of:

$$\Phi_k(x, y) = f_{000}(x, y) + \sum_{i=1}^4 f_{i0}(x, y) + \Phi_{kr}(x, y),$$

where $f_{000}(x, y)$ is the general solution of the biharmonic DE; $f_{i0}(x, y)$ – general



solutions of DE Helmholtz $(\nabla^2 - s_i) f_i(x, y) = 0, (s_i - \text{const})$.

2). Differential equations of the form:

$$D_0^2 D_1^4 \Phi(x, y) = f(x, y) . \quad (41)$$

Equations of the form (41) describe the internal SSS with a potential edge effect with four times the root s_1 of the characteristic equation in the K135 approximation.

The partial solution of equation (41) has the form:

$$\Phi_r(x, y) = \frac{1}{s_1^2} \left(-\frac{4}{s_1^3} (f_{1r} - f_{0r}) + \frac{1}{s_1^2} (f_{00r} + f_{11r}) - \frac{2}{s_1} f_{111r} + f_{1111r} \right).$$

Thus, the general solutions of inhomogeneous DEs of the twelfth order, taking into account the general solutions of the corresponding homogeneous equations and partial solutions of inhomogeneous equations, are also expressed through the general solutions of inhomogeneous DEs of the second order.

The system of inhomogeneous differential equilibrium equations, which describes symmetric deformation, is transformed similarly. General solutions are also expressed through general solutions of inhomogeneous second-order equations.

It should be noted that in [35] we obtained partial solutions of inhomogeneous differential equations of the form:

$$D_0 D_0 D_1 D_2 \Phi(x, y) = f(x, y); \quad D_0 D_0 D_1 D_1 \Phi(x, y) = f(x, y);$$

$$D_0 D_0 D_1 D_2 D_3 D_4 \Phi(x, y) = f(x, y); \quad D_0^2 D_1^2 D_2^2 \Phi(x, y) = f(x, y).$$

The general and partial solutions of these equations are also expressed through the general and partial solutions of the Poisson equations and the inhomogeneous Helmholtz equations.



Conclusions

The solution of the transformed systems of differential equilibrium equations, which are derived from the initial equilibrium equations of high orders, is reduced to the solution of homogeneous and inhomogeneous second-order differential equations.

Formulas for general and partial solutions of inhomogeneous differential equations of high order equilibrium through general and partial solutions of inhomogeneous differential equations of the second order (Poisson equations and inhomogeneous Helmholtz equations) are derived.

This greatly simplifies the solution of boundary value problems, especially in the case of intermittent or local loads.

The developed method of reduction of inhomogeneous differential equations of high orders to equations of the second order can also be used in solving boundary value problems based on other plate theories.



KAPITEL 5 / CHAPTER 5⁵ ABOUT THE INVARIANT TORS OF CALCULATION SYSTEMS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS CONTAINING DEVIATIONS OF A DISCRETE ARGUMENT

ПРО ІНВАРІАНТНІ ТОРИ ЗЛІЧЕННИХ СИСТЕМ РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ, ЩО
МІСТЯТЬ ВІДХИЛЕННЯ ДИСКРЕТНОГО АРГУМЕНТУ

DOI: 10.30890/2709-2313.2022-09-01-012

Вступ

Перші вагомі результати про інваріантні тороїдальні многовиди систем нелінійної механіки були одержані в роботах М.М. Боголюбова і М.М. Крилова та надалі були розвинуті в роботах Ю.О. Митропольського, що призвело до створення методу інтегральних многовидів нелінійної механіки. Значний внесок у теорію збурення інваріантних тороїдальних многовидів внесли Я. Курцвейль, S.P. Diliberto, J.K. Hale, I. Kupka, J.H. Kuerner. В 1960-1970 роках J. Moser і R.J. Sacker опублікували серію робіт, які практично завершили створення цієї теорії.

Роботи Ю.О. Митропольського, А.Г. Ілюхіна та інших математиків показали, що до розв'язування багатьох задач, в яких розглядаються коливання систем з розподіленими параметрами, зручно використовувати апарат злічених систем звичайних диференціальних рівнянь [1]. Прикладом такої задачі є задача про поперечні коливання стержня, навантаженого осьювою періодичною змінною силою. До таких систем приводять також і задачі з різних розділів теоретичної фізики.

В 1970 році А.М. Самойленко запропонував новий метод побудови і дослідження інваріантних тороїдальних многовидів систем звичайних диференціальних рівнянь, визначених на m -вимірних торах. Тепер цей метод називають методом функції Гріна-Самойленка (ФГС) задачі про інваріантні тори [2]. Він виявився винятково продуктивним, особливо стосовно теорії нелінійних коливань.

Також, протягом останнього десятиріччя опубліковано декілька наукових праць, в яких метод ФГС застосовано до дослідження інваріантних торів злічених систем диференціально-різницевих та різницевих рівнянь. Проте цих праць зовсім мало і вони далеко не вирішують проблему побудови теорії

⁵ Authors: Marchuk N.A., Semenishina I.V.



інваріантних тороїдальних многовидів для систем вказаного виду. Оскільки різниці рівняння є дискретними аналогами диференціальних, то стає зрозумілою доцільність розвинення теорії інваріантних торів для злічених систем різницевого рівняння, чому і присвячене дане дослідження.

5.1. Дослідження властивостей неперервності та гладкості інваріантних торів злічених систем різницевого рівняння

Методом ФГС доведено чотири теореми, в яких сформульовано результати дослідження властивостей неперервності та гладкості інваріантних торів злічених систем різницевого рівняння, що визначені на скінченновимірних торах та містять відхилення дискретного аргументу [3]. Розглянемо систему рівнянь.

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n + a(\varphi_n, \mu), \quad x_{n+1} = P(\varphi_{n+p}, \mu)x_n + c(\varphi_{n+g+1}, \mu), \quad (1.1)$$

в якій $\varphi = (\varphi^1, \varphi^2, \dots, \varphi^m) \in R^m$, $x = (x^1, x^2, x^3, \dots) \in \mathbf{m}$, де $\mathbf{m}$ — простір обмежених числових послідовностей з нормою $\|x\| = \sup_i |x^i|$; функції $a(\varphi, \mu) = \{a_1(\varphi, \mu), a_2(\varphi, \mu), \dots, a_m(\varphi, \mu)\}$, $c(\varphi, \mu) = \{c_1(\varphi, \mu), c_2(\varphi, \mu), \dots\}$ і нескінченна матриця $P(\varphi, \mu) = [p_{ij}(\varphi, \mu)]_{i,j=1}^\infty$ дійсні та періодичні відносно $\varphi^i (i = \overline{1, m})$ з періодом 2π ; $n \in Z$, Z — множина цілих чисел; p і g — цілочислові параметри, які зумовлюють відхилення аргументу; $\mu \in \sigma = (\mu_1, \mu_2) \subset R^1$ — дійсний параметр.

Інтерпретуючи φ^i як кутові координати, вважатимемо, що система рівнянь (1.1) визначена на m -вимірному торі T_m .

Надалі вважатимемо також, що відображення $\Phi(\varphi, \mu) = \varphi + a(\varphi, \mu): R^m \rightarrow R^m$ оборотне при кожному $\mu \in \sigma$,

$$\|a(\varphi, \mu)\| \leq A^0, \quad \|c(\varphi, \mu)\| \leq C^0, \quad \|P(\varphi, \mu)\| = \sup_i \sum_{j=1}^\infty |p_{ij}(\varphi, \mu)| \leq P^0,$$

причому A^0 , P^0 , C^0 — додатні сталі, що не залежать від $\varphi \in T_m$, $\mu \in \sigma$.

Через $\varphi_n(\varphi, \mu)$ позначимо розв'язок першого рівняння (1.1), такий, що $\varphi_0(\varphi, \mu) = \varphi \in T_m$ при кожному $\mu \in \sigma$.

Інваріантним тором $\mathbf{T}(p, g, \mu)$ системи рівнянь (1.1) називають множину точок $x \in \mathbf{m}$: $x = u(p, g, \mu, \varphi) = (u_1(p, g, \mu, \varphi), u_2(p, g, \mu, \varphi), \dots)$, $\varphi \in T_m$, якщо функція



$u(p, g, \mu, \varphi)$ визначена при будь-яких $\{p, g\} \subset Z$, $\varphi \in R^m$, $\mu \in \sigma$, 2π -періодична відносно $\varphi^i (i=1,2,3,\dots,m)$, обмежена за нормою $\|\cdot\|$ і при будь-яких $\varphi \in T_m$, $\mu \in \sigma$ задовольняє рівність

$$u(p, g, \mu, \varphi_{n+1}(\varphi, \mu)) = P(\varphi_{n+p}(\varphi, \mu), \mu)u(p, g, \mu, \varphi_n(\varphi, \mu)) + c(\varphi_{n+g+1}(\varphi, \mu), \mu).$$

Цей тор називають неперервним або гладким відносно φ, μ , якщо відповідну властивість має породжуюча його функція $u(p, g, \mu, \varphi)$ [4]

Скажемо, що однорідне рівняння

$$x_{n+1} = P(\varphi_{n+p}(\varphi, \mu), \mu)x_n, \quad n \in Z, \quad (1.2)$$

(або рівняння (1.1)) має ФГС, якщо існують матрицант $\Omega_l^n(p, \varphi, \mu)$ рівняння (1.2) і 2π -періодична відносно $\varphi^i (i=1,2,3,\dots,m)$ обмежена за нормою нескінченна матриця $C(\varphi, \mu)$, така, що функція

$$G_0(l, p, \mu, \varphi) = \begin{cases} \Omega_l^0(p, \varphi, \mu)C(\varphi_{l+p}(\varphi, \mu), \mu) & \text{якщо } l \leq 0; \\ \Omega_l^0(p, \varphi, \mu)[C(\varphi_{l+p}(\varphi, \mu), \mu) - E] & \text{якщо } l > 0 \end{cases}$$

задовольняє нерівність $\|G_0(l, p, \mu, \varphi)\| \leq M \lambda^{|l|}$ для всіх $\{p, l\} \subset Z$, $\varphi \in T_m$, $\mu \in \sigma$, де M і $\lambda < 1$ додатні сталі, що не залежать від p, l, φ, μ , E — нескінченна одинична матриця.

Розглянемо питання неперервності інваріантного тору системи рівнянь (1.1). Система рівнянь виду (1.1), яка не залежить від параметра μ :

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n + a(\varphi_n), \quad x_{n+1} = P(\varphi_{n+p})x_n + c(\varphi_{n+g+1}) \quad (1.3)$$

Через $C_{Lip}^0(T_m)$ позначимо множину ліпшіцевих відображень $f(\varphi)$, визначених на T_m . Додатну сталу K , яка забезпечує нерівність $\|f(\varphi) - f(\bar{\varphi})\| \leq K\|\varphi - \bar{\varphi}\|$, назовемо коефіцієнтом, з яким $f(\varphi)$ входить у цю множину.

Для системи (1.3) доведено наступне твердження, яке навіть у випадку, коли відхилення дискретного аргументу відсутні, суттєво розширює множину систем лінійних рівнянь, для яких існує інваріантний тор, що розглядалися в роботах Д.І. Мартинюка та Г.В. Верьовкіної [5].

Теорема 1.1. Нехай при $p=0$ існує ФГС рівняння $x_{n+1} = P(\varphi_{n+p}(\varphi))x_n$, $n \in Z$, і виконуються умови:

1) при будь-яких $\varphi \in T_m$ і $p=0$ це рівняння має єдиний обмежений на множині Z розв'язок $x_n=0$;

2) $\{a(\varphi), P(\varphi), c(\varphi), \Phi^{-1}(\varphi)\} \subset C_{Lip}^0(T_m)$ з коефіцієнтами $\alpha, \beta, \gamma, \xi$ відповідно.

Тоді існує інваріантний тор системи рівнянь (1.3), породжуюча функція



якого задовольняє умову Гельдера

$$\|u(p, g, \varphi) - u(p, g, \bar{\varphi})\| \leq \Delta \|\varphi - \bar{\varphi}\|^{\frac{v}{2(v+1)}},$$

де $\Delta > 0$ — стала, що не залежить від $\{\varphi, \bar{\varphi}\} \subset T_m$, v — довільне додатне число, яке

задовольняє нерівність $\frac{v}{v+1} < -\log_{1+\alpha} \lambda$ при $\xi \leq 1$ і нерівність

$$\frac{v}{v+1} < \min\{-\log_{1+\alpha} \lambda, -\log_{\xi} \lambda\} \text{ при } \xi > 1.$$

При цьому побудовано алгоритм відшукування сталої Δ і для прикладу знайдено її значення у випадку, коли $p > 0, g > 0, \xi \leq 1$.

Через $\omega(z)$ позначимо деяку неперервну неспадну на відрізок $[0; \mu_2 - \mu_1]$ скалярну функцію таку, що $\omega(0) = 0$. Справджується наступне твердження.

Теорема 1.2. Нехай при $p = 0$ існує ФГС рівняння (1.2) і при всіх $\{\varphi, \bar{\varphi}\} \subset T_m$, $\{\mu, \bar{\mu}\} \subset \sigma$:

$$1) \|a(\varphi, \mu) - a(\bar{\varphi}, \bar{\mu})\| \leq \alpha_1 \|\varphi - \bar{\varphi}\| + \alpha_2 \omega(|\mu - \bar{\mu}|),$$

$$\|P(\varphi, \mu) - P(\bar{\varphi}, \bar{\mu})\| \leq \beta_1 \|\varphi - \bar{\varphi}\| + \beta_2 \omega(|\mu - \bar{\mu}|),$$

$$\|c(\varphi, \mu) - c(\bar{\varphi}, \bar{\mu})\| \leq \gamma_1 \|\varphi - \bar{\varphi}\| + \gamma_2 \omega(|\mu - \bar{\mu}|),$$

$$\|\Phi^{-1}(\varphi, \mu) - \Phi^{-1}(\bar{\varphi}, \bar{\mu})\| \leq \xi_1 \|\varphi - \bar{\varphi}\| + \xi_2 \omega(|\mu - \bar{\mu}|),$$

де $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \xi_i$ ($i = 1, 2$) — додатні сталі, що не залежать від $\varphi, \mu, \bar{\varphi}, \bar{\mu}$;

2) при $p = 0$ рівняння (1.2) має єдиний обмежений на Z розв'язок $x_n = 0$;

$$3) \xi_1 \geq 1, \lambda < \min\left\{\frac{1}{1+\alpha_1}; \frac{1}{\xi_1}\right\}.$$

Тоді функція $u(p, g, \mu, \varphi)$, породжуюча інваріантний тор системи рівнянь (1.1), неперервна за сукупністю змінних φ, μ , причому стверджується нерівність

$$\begin{aligned} \|u(p, g, \mu, \varphi) - u(p, g, \bar{\mu}, \bar{\varphi})\| &\leq M_{\bullet} \left(\|\varphi - \bar{\varphi}\| + \omega(\mu - \bar{\mu}) \right)^{\frac{1}{2}} + \\ &+ \|\varphi - \bar{\varphi}\| + \omega(|\mu - \bar{\mu}|), \end{aligned}$$

де $M_{\bullet}$ — додатна стала, яка не залежить від $\varphi, \mu, \bar{\varphi}, \bar{\mu}$.

Наступне твердження дозволяє опустити третю умову у формулюванні теореми 1.2.

Наслідок 1.1. Нехай виконуються всі умови теореми 1.2, крім третьої. Тоді функція $u(p, g, \mu, \varphi)$ неперервна за сукупністю змінних φ, μ , причому з деякого моменту в процесі $\|\varphi - \bar{\varphi}\| \rightarrow 0, |\mu - \bar{\mu}| \rightarrow 0$ справджується нерівність



$\|u(p, g, \mu, \varphi) - u(p, g, \bar{\mu}, \bar{\varphi})\| \leq M^* \left(\|\varphi - \bar{\varphi}\| + \omega(\|\mu - \bar{\mu}\|)^{\frac{v}{2(v+1)}} \right)$, де M^* — додатна стала, що не залежить від $\{\varphi, \bar{\varphi}\} \subset T_m$, $\{\mu, \bar{\mu}\} \subset \sigma$, а v — довільне додатне число, яке задовольняє умову

$$\frac{v}{v+1} < \min \left\{ -\log_{\xi_1} \lambda; -\log_{(1+\alpha_1)} \lambda \right\}, \quad \xi_1 > 1.$$

Якщо функція $a(\varphi, \mu)$ не залежить від μ , то умови неперервності функції $u(p, g, \mu, \varphi)$ відносно параметра μ значно спрощуються, що продемонстровано на прикладі.

Зауважимо, що результати зберігаються у випадку, коли тор, на якому розглядається система рівнянь (1.1), є нескінченновимірним, тобто $\varphi = \{\varphi^1, \varphi^2, \varphi^3, \dots\}$ [6].

5.2. Диференційовність інваріантного тору системи рівнянь (1.1) за параметром μ та кутовою змінною φ

При диференційовності інваріантного тору системи рівнянь (1.1) за параметром μ та кутовою змінною φ вважається, що матриця диференціюється поелементно, а вектор-функція — покоординатно [7].

Спочатку розглянемо випадок, коли існує матрицант $\Omega_l^n(p, \varphi, \mu)$ рівняння (1.2), який задовольняє нерівність

$$\|\Omega_l^n(0, \varphi, \mu)\| \leq M \lambda^{l-n}, \quad l > n, \quad (1.4)$$

де $M > 0$ і $0 < \lambda < 1$ — сталі, які не залежать від φ, μ .

Через $C^1(\varphi)$, $C^1(\mu)$, $C^1(\varphi, \mu)$ позначимо множини періодичних відносно $\varphi^i (i = \overline{1, m})$ з періодом 2π вектор-функцій і матриць, що залежать від $\varphi \in R^m$, $\mu \in \sigma$, координати та елементи яких неперервно диференційовані відносно $\varphi^i (i = \overline{1, m})$, $\mu \in \sigma$, $\varphi^i (i = \overline{1, m})$ та $\mu \in \sigma$ відповідно. Вирази $\sup_i \sum_{j=1}^{\infty} \sup_{\varphi \in T_m} |p_{ij}(\varphi, \mu)|$ та $\sup_i \sum_{j=1}^{\infty} \sup_{\varphi \in T_m, \mu \in \sigma} |p_{ij}(\varphi, \mu)|$ позначимо відповідно через $\|P(\varphi, \mu)\|_{\varphi}$ та $\|P(\varphi, \mu)\|_{\varphi\mu}$. Справджується наступне твердження.



Теорема 1.3. Нехай $\forall \mu \in \sigma, \varphi \in T_m$ існує обмежена за нормою $\|\cdot\|$ обернена до $P(\varphi, \mu)$ матриця і справджуються наступні умови:

1) матрицант рівняння (1.2) задовольняє нерівність (1.4), в якій норму $\|\cdot\|$ замінено нормою $\|\cdot\|_{\varphi\mu}$;

2) $\{a(\varphi, \mu), P(\varphi, \mu), c(\varphi, \mu)\} \subset C^1(\varphi, \mu)$, причому

$$\max \left\{ \left\| \frac{\partial P(\varphi, \mu)}{\partial \varphi^i} \right\|_{\varphi\mu}, \left\| \frac{\partial P(\varphi, \mu)}{\partial \mu} \right\|_{\varphi\mu} \right\} \leq P^\bullet, \max \left\{ \left\| \frac{\partial a(\varphi, \mu)}{\partial \varphi^i} \right\|, \left\| \frac{\partial a(\varphi, \mu)}{\partial \mu} \right\| \right\} \leq A^\bullet,$$

$$\max \left\{ \left\| \frac{\partial c(\varphi, \mu)}{\partial \varphi^i} \right\|, \left\| \frac{\partial c(\varphi, \mu)}{\partial \mu} \right\| \right\} \leq C_\bullet,$$

де $P^\bullet, A^\bullet, C_\bullet$ — додатні сталі, що не залежать від $i = \overline{1, m}, \mu$ та φ ;

3) $\lambda(1 + mA^\bullet) < 1$.

Тоді при будь-яких $p \geq 0, g \geq -1$ функція $u(p, g, \mu, \varphi) \in C^1(\varphi, \mu)$.

Наслідок 1.3. Нехай $\forall \mu \in \sigma, \varphi \in T_m$ існує обмежена за нормою $\|\cdot\|$ обернена до $P(\varphi, \mu)$ матриця, виконується умова 1 теореми 1.3, $a(\varphi, \mu) = \omega$, де ω — сталий вектор, і $\{P(\varphi, \mu), c(\varphi, \mu)\} \subset C^1(\varphi, \mu)$, причому

$$\max \left\{ \left\| \frac{\partial P(\varphi, \mu)}{\partial \mu} \right\|_\mu, \left\| \frac{\partial P(\varphi, \mu)}{\partial \varphi^i} \right\|_\varphi, \left\| \frac{\partial c(\varphi, \mu)}{\partial \mu} \right\|, \left\| \frac{\partial c(\varphi, \mu)}{\partial \varphi^i} \right\| \right\} \leq C,$$

де C — додатна стала, що не залежить від $i = \overline{1, m}, \mu$ та φ .

Тоді при будь-яких $\{p, g\} \subset \mathbb{Z}$ функція $u(p, g, \mu, \varphi) \in C^1(\varphi, \mu)$.

І, нарешті, доведено наступний загальний результат.

Теорема 1.4. Нехай $\forall \mu \in \sigma, \varphi \in T_m$ справджуються наступні умови:

1) при $p = 0$ рівняння (1.2) має єдиний обмежений на множині Z розв'язок $x_n = 0$ та ФГС таку, що $\|G_0(l, 0, \mu, \varphi)\|_{\varphi\mu} \leq M\lambda^{|l|}$;

2) $\{a(\varphi, \mu), P(\varphi, \mu), c(\varphi, \mu), \Phi^{-1}(\varphi, \mu)\} \subset C^1(\varphi, \mu)$, причому

$$\max \left\{ \left\| \frac{\partial P(\varphi, \mu)}{\partial \varphi^i} \right\|_{\varphi\mu}, \left\| \frac{\partial P(\varphi, \mu)}{\partial \mu} \right\|_{\varphi\mu} \right\} \leq P^\bullet; \max \left\{ \left\| \frac{\partial a(\varphi, \mu)}{\partial \varphi^i} \right\|, \left\| \frac{\partial a(\varphi, \mu)}{\partial \mu} \right\| \right\} \leq A^\bullet;$$

$$\max \left\{ \left\| \frac{\partial c(\varphi, \mu)}{\partial \varphi^i} \right\|, \left\| \frac{\partial c(\varphi, \mu)}{\partial \mu} \right\| \right\} \leq C_\bullet; \max \left\{ \left\| \frac{\partial \Phi^{-1}(\varphi, \mu)}{\partial \varphi^i} \right\|, \left\| \frac{\partial \Phi^{-1}(\varphi, \mu)}{\partial \mu} \right\| \right\} \leq \Phi_\bullet,$$

де $P^\bullet, A^\bullet, C_\bullet, \Phi_\bullet$ — додатні сталі, що не залежать від $i = \overline{1, m}, \mu$ та φ ;



$$3) \lambda < \min \left\{ \frac{1}{m\Phi_{\bullet}}; \frac{1}{1+mA_{\bullet}} \right\}.$$

Тоді при будь-яких $\{p, g\} \subset Z$ функція $u(p, g, \mu, \varphi) \in C^1(\varphi, \mu)$.

Зауважимо, що при заміні нерівності (1.4) нерівністю $\|\Omega_l^n(0, \varphi, \mu)\| \leq M \lambda^{n-l}$, $l < n$, ситуація спрощується і не потребує оборотності матриці $P(\varphi, \mu)$.

5.3. Неперервна диференційованість інваріантного тору системи рівнянь (1.5) за кутовою змінною до порядку $\rho \geq 2$

Розглянемо теорему 2.1 (умова теореми нижче), яка встановлює достатні умови неперервної диференційованості інваріантного тору системи рівнянь (1.5) за кутовою змінною до порядку $\rho \geq 2$ [8]. Цю теорему доведено методом повної математичної індукції відносно ρ за допомогою укорочення системи (1.5) відносно x .

Розглянемо укорочену систему рівнянь

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n + a(\varphi_n), \quad x_{n+1} = \overset{(s)}{P}(\varphi_{n+p}) x_n + \overset{(s)}{c}(\varphi_{n+g+1}),$$

що відповідає системі (1.5). Тут

$$\overset{(s)}{x} = (x^1, x^2, \dots, x^s), \quad \overset{(s)}{c}(\varphi) = \{c_1(\varphi), c_2(\varphi), \dots, c_s(\varphi)\}, \quad \overset{(s)}{P}(\varphi) = [p_{ij}(\varphi)]_{i,j=1}^s.$$

Через $\overset{(s)}{\Omega}_l^n(p, \varphi)$ позначимо матрицант рівняння $\overset{(s)}{x}_{n+1} = \overset{(s)}{P}(\varphi_{n+p}(\varphi)) \overset{(s)}{x}_n$.

Домовимось через $D_\varphi^s(\Xi(\varphi^1, \varphi^2, \dots, \varphi^m))$ позначати довільну похідну s -го порядку від функції $\Xi(\varphi)$ відносно $\varphi^1, \varphi^2, \dots, \varphi^m$ і нагадаємо, що вектор-функції диференціюються по координатно, а матриці — по елементно. Скажемо, що $\Xi(\varphi) \in C_{Lip}^\rho(\varphi)$ з коефіцієнтом α , якщо для всіх $0 \leq s \leq \rho$ справджується нерівність $\|D_\varphi^s(\Xi(\varphi) - \Xi(\bar{\varphi}))\| \leq \alpha \|\varphi - \bar{\varphi}\|$, де α — додатна стала, що не залежить від s та $\{\varphi, \bar{\varphi}\} \subset T_m$.

Теорема 2.1. Нехай для всіх натуральних s і $\varphi \in T_m$ виконуються умови:



1) $\{a(\varphi), P(\varphi), c(\varphi)\} \subset C_{Lip}^p(\varphi)$, причому $a(\varphi)$ — з коефіцієнтом α_0 ;

2) $\|D_\varphi^l(P(\varphi))\| \leq P^\bullet$, $\|D_\varphi^l(a(\varphi))\| \leq A^\bullet$, $\|D_\varphi^l(c(\varphi))\| \leq C^\bullet$,

де $1 \leq l \leq p$ та додатні сталі $P^\bullet, A^\bullet, C^\bullet$ не залежать від l і φ ;

3) матриця $\overset{(s)}{P}(\varphi)$ не вироджена;

4) при всіх цілих $l > n$ справджується нерівність $\left\| \overset{(s)}{\Omega}_l^n(0, \varphi) \right\| \leq M \lambda^{l-n}$, де сталі

$M > 0$ і $0 < \lambda < 1$ не залежать від s і φ ;

5) послідовність $\left\{ \overset{(s)}{P}^{-1}(\varphi) \right\}_{s=1}^\infty$ обернених до $\overset{(s)}{P}(\varphi)$ матриць правильна і $\left\| \overset{(s)}{P}^{-1}(\varphi) \right\| \leq P_1$,

де додатна стала P_1 не залежить від s і φ .

Якщо при цьому $\lambda(1 + \alpha_0)(1 + mA^\bullet)^p < 1$, то для будь-яких цілих $g \geq -1$, $p \geq 0$ породжуюча інваріантний тор системи рівнянь (1.5) функція $u(p, g, \varphi)$ належить $C_{Lip}^p(\varphi)$.

Якщо в системі рівнянь (1.5) $a(\varphi) = \omega$, де ω — сталий вектор, то твердження теореми 2.1 справджується при всіх цілих p і g [8].

5.4. Існування інваріантного тору лінійної та нелінійної системи рівнянь

Лінійна та квазілінійна системи рівнянь

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n + a(\varphi_n, \mu), \quad x_{n+1} = P(\varphi_{n+p}, \mu)x_n + c(\varphi_{n+g+1}, \mu), \quad (3.1)$$

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n + a(\varphi_n, \mu), \quad x_{n+1} = P(\varphi_{n+p}, \mu)x_n + c(\varphi_{n+g+1}, \mu, x_{n+1}), \quad (3.2)$$

в яких $n \in \mathbb{Z}$, $\varphi = (\varphi^1, \varphi^2, \varphi^3, \dots) \in \mathbf{m}$, $x \in \mathbf{m}$, $\mu \in S \subset \mathbf{m}$, де S — відкрита куля в $\mathbf{m}$, функція $c(\varphi, \mu, x)$ визначена на множині $\mathbf{m} \times S \times D$, $D = \{x \in \mathbf{m} \mid \|x\| \leq d = \text{const} > 0\}$ і на цій множині $\|c(\varphi, \mu, x)\| \leq C^0 = \text{const}$. Декартовий добуток $\mathbf{m} \times S$ позначимо через Λ , нескінченновимірний тор — через T_∞ , а множину відображень, визначених та неперервно диференційованих за Фреше відносно (φ, μ) на Λ — через $C_\Lambda^1(\varphi, \mu)$.

Вважатимемо, що відображення $\Phi(\varphi, \mu) = \varphi + a(\varphi, \mu): \mathbf{m} \rightarrow \mathbf{m}$ оборотне при кожному $\mu \in S$, $\|a(\varphi, \mu)\| \leq A^0$, $\|c(\varphi, \mu)\| \leq C^0$, $\|P(\varphi, \mu)\| \leq P^0$, причому A^0, P^0, C^0 — додатні



сталі, що не залежать від $\varphi \in T_\infty, \mu \in S$.

Теорема 3.1. Нехай $\forall \mu \in S$ та $\forall \varphi \in T_\infty$ існує матриця $P^{-1}(\varphi, \mu)$, $\|P^{-1}(\varphi, \mu)\| \leq P_1 = \text{const} > 0$ і справджуються умови:

1) $\{a(\varphi, \mu), P^{-1}(\varphi, \mu), c(\varphi, \mu), \Phi^{-1}(\varphi, \mu)\} \subset C_\Lambda^1(\varphi, \mu)$, причому

$$\left\| \frac{da(\varphi, \mu)}{d(\varphi, \mu)} \right\| \leq A^\bullet; \quad \left\| \frac{d\Phi^{-1}(\varphi, \mu)}{d(\varphi, \mu)} \right\| \leq \Phi_\bullet, \quad \left\| \frac{dP^{-1}(\varphi, \mu)}{d(\varphi, \mu)} \right\| \leq P_\bullet, \quad \left\| \frac{dc(\varphi, \mu)}{d(\varphi, \mu)} \right\| \leq C_\bullet,$$

де $A^\bullet, \Phi_\bullet, P_\bullet, C_\bullet$ — додатні сталі, що не залежать від $(\varphi, \mu) \in \Lambda$;

2) $P_1 < \frac{1}{1+A^\bullet}$.

Тоді при всіх $\{p, g\} \subset Z$ система рівнянь (3.1) має інваріантний тор, диференційований за Фреше відносно (φ, μ) на множині Λ .

Зауважимо, що при невід'ємних p і $g \geq -1$ не потрібно вимагати диференційованості відображення $\Phi^{-1}(\varphi, \mu)$ на Λ .

Наступне твердження корисне у випадку, коли матриця $P(\varphi, \mu)$ або не є оборотною на Λ , або умова 2 теореми 3.1 не виконується.

Наслідок 3.2. Нехай справджується умова 1 теореми 3.1, в якій матрицю $P^{-1}(\varphi, \mu)$ замінено матрицею $P(\varphi, \mu)$, і $P^0 < \frac{1}{\Phi_\bullet}$ ($\Phi_\bullet > 1$). Тоді при всіх $\{p, g\} \in Z$ система рівнянь (3.1) має інваріантний тор, диференційований за Фреше відносно (φ, μ) на множині Λ .

Наступне твердження стосується випадку, коли умови теореми 3.1 та наслідку 3.2 не виконуються, але ФГС системи рівнянь (3.1) існує.

Наслідок 3.3. Нехай справджуються наступні умови:

1) при $p = 0$ існує ФГС системи рівнянь (3.1);

2) $\{a(\varphi, \mu), c(\varphi, \mu), \Phi^{-1}(\varphi, \mu), G_0(l, p, \mu, \varphi)\} \subset C_\Lambda^1(\varphi, \mu)$, причому

$$\left\| \frac{da(\varphi, \mu)}{d(\varphi, \mu)} \right\| \leq A^\bullet; \quad \left\| \frac{d\Phi^{-1}(\varphi, \mu)}{d(\varphi, \mu)} \right\| \leq \Phi_\bullet, \quad \left\| \frac{dc(\varphi, \mu)}{d(\varphi, \mu)} \right\| \leq C_\bullet,$$

де $A^\bullet, \Phi_\bullet, C_\bullet$ — додатні сталі, що не залежать від $(\varphi, \mu) \in \Lambda$;

3) $\lambda < \min \left\{ \frac{1}{\Phi_\bullet}; \frac{1}{1+A^\bullet} \right\}$;

4) ряд $\sum_{l=-\infty}^{\infty} \left\| \frac{dG_0(l, p, \mu, \varphi)}{d(\varphi, \mu)} \right\|$ збігається рівномірно відносно $(\varphi, \mu) \in \Lambda$.

Тоді при всіх $\{p, g\} \subset Z$ система рівнянь (3.1) має інваріантний тор, диференційований за Фреше відносно (φ, μ) на множині Λ .



Позначимо через D_ρ і D_0 множини $\{x \in \mathbf{m} \mid \|x\| < d + \rho\}$ і $\mathbf{m} \times S \times D_\rho$ відповідно. Тут ρ — як завгодно мала додатна стала. Наступне твердження наводить достатні умови диференційованості інваріантного тору системи рівнянь (3.2) у сенсі Фреше.

Теорема 3.2. Нехай справджуються наступні умови:

- 1) при $\rho = 0$ існує ФГС системи рівнянь (3.1);
- 2) $\{a(\varphi, \mu), \Phi^{-1}(\varphi, \mu), G_0(l, p, \mu, \varphi)\} \subset C_\Lambda^1(\varphi, \mu); c(\varphi, \mu, x) \in C_{D_0}^1(\varphi, \mu, x),$

причому

$$\left\| \frac{da(\varphi, \mu)}{d(\varphi, \mu)} \right\| \leq A^\bullet; \left\| \frac{d\Phi^{-1}(\varphi, \mu)}{d(\varphi, \mu)} \right\| \leq \Phi_\bullet, \left\| \frac{dc(\varphi, \mu, x)}{d(\varphi, \mu, x)} \right\| \leq C_\bullet,$$

$$\left\| \frac{dG_0(l, p, \mu, \varphi)}{d(\varphi, \mu)} \right\| \leq M_1(p) \lambda_1^{|l|}, \left\| \frac{dc(\varphi, \mu, x)}{d(\varphi, \mu, x)} - \frac{dc(\varphi, \mu, \bar{x})}{d(\varphi, \mu, \bar{x})} \right\| \leq L_0 \|x - \bar{x}\|,$$

де $A^\bullet, \Phi_\bullet > 1, C_\bullet, M_1(p), L_0$ — додатні сталі, що не залежать від $(\varphi, \mu) \in \Lambda, \{x, \bar{x}\} \subset D_\rho; 0 < \lambda_1 = \text{const} < 1$ і не залежить від l, p, μ, φ ;

$$3) C_0 \leq \frac{d(1-\lambda)}{1+\lambda}; \max \left\{ MC_\bullet \frac{1+\delta\lambda}{1-\delta\lambda}; \delta\lambda \right\} < 1, \text{ де } \delta = \max \{ \Phi_\bullet, 1 + A^\bullet \}$$

Тоді система рівнянь (3.2) має інваріантний тор, породжуюча функція якого $u(p, g, \mu, \varphi) \in C_\Lambda^1(\varphi, \mu)$ при всіх $\{p, g\} \subset Z$.

У наступному випадку одержано достатні умови існування інваріантного тору нелінійної системи рівнянь

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n + a(\varphi_n, \mu), x_{n+1} = P(\varphi_{n+p}, \mu, x_{n+k})x_n + c(\varphi_{n+g+1}, \mu), n \in Z, \quad (3.3)$$

для якої виконуються вимоги, накладені на систему (3.1), $k \in Z$ — цілочисловий параметр, $\|P(\varphi, \mu, x)\| = \sup_i \sum_{j=1}^{\infty} |p_{ij}(\varphi, \mu, x)| \leq P^0$ для всіх $x \in D$.

Теорема 3.3. Нехай на множині $D^0 = \Lambda \times D$ матриця $P(\varphi, \mu, x)$ оборотна, $\|P^{-1}(\varphi, \mu, x)\| \leq P_1$ і справджуються наступні умови:

1) матриця $P(\varphi, \mu, x)$ є лінійцевою відносно змінної x з коефіцієнтом, що не залежить від φ, μ, x ;

2) для всіх $\{x, \bar{x}\} \subset D, (\varphi, \mu) \in \Lambda$ виконується нерівність

$$\|P^{-1}(\varphi, \mu, x) - P^{-1}(\varphi, \mu, \bar{x})\| \leq P_\bullet \|x - \bar{x}\|,$$



де P_* — додатна стала, що не залежить від $\varphi, \mu, x, \bar{x}$;

3) справджуються оцінки: $P_1 < 1, \eta = C^0 P_* \sum_{l=1}^{\infty} P_1^{l-1} l < 1, \frac{C^0 P_1}{1-P_1} \leq d$.

Тоді при всіх $\{p, g, k\} \subset Z, \mu \in S$ система рівнянь (3.3) має інваріантний тор.

Припустимо тепер, що матриця $P(\varphi, \mu, x)$ не є оборотною на D^0 , або умова $P_1 < 1$ не виконується, але $P^0 < 1$. У цьому разі сформулюємо наступне твердження.

Теорема 3. 4. Нехай на множині D^0 справджуються умови:

1) для всіх $\{x, \bar{x}\} \subset D$ $\|P(\varphi, \mu, x) - P(\varphi, \mu, \bar{x})\| \leq P^* \|x - \bar{x}\|$, де P^* — додатна стала, що не залежить від $\varphi, \mu, x, \bar{x}$;

2) виконуються нерівності

$$P^0 < 1, \eta^* = C^0 P^* \sum_{l=1}^{\infty} (P^0)^{l-1} l < 1, \frac{C^0}{1-P^0} \leq d.$$

Тоді при всіх $\{p, g, k\} \subset Z, \mu \in S$ система рівнянь (3.3) має інваріантний тор.

Теорема 3. 5. Нехай на множині D^0 виконуються умови:

1) при $p = 0$ існує ФГС рівняння $x_{n+1} = P(\varphi_{n+p}(\varphi, \mu), \mu, 0)x_n, n \in Z$;

2) для всіх $\{x, \bar{x}\} \subset D$ $\|P(\varphi, \mu, x) - P(\varphi, \mu, \bar{x})\| \leq P^* \|x - \bar{x}\|$, де P^* — додатна стала, що не залежить від $\varphi, \mu, x, \bar{x}$;

3) справджуються нерівності

$$d_0 = 2P^0 M \frac{1+\lambda}{1-\lambda} < 1, \frac{d_1}{1-d_0} \leq d, \xi = \frac{P^* d_1^2 \eta_0}{C^0} < 1,$$

де $d_1 = C^0 M \frac{1+\lambda}{1-\lambda}$, а η_0 — сума збіжного ряду $\sum_{r=1}^{\infty} r d_0^{r-1}$.

Тоді при будь-яких $\{p, g, k\} \subset Z, \mu \in S$ існує інваріантний тор системи рівнянь (3.3).

Наступна система рівнянь

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n + a(\varphi_n, \mu), x_{n+1} = P(\varphi_{n+p}, \mu, x_{n+k})x_n + c(\varphi_{n+g+1}, \mu, x_{n+1}), \quad (3.4)$$

в якій $n \in Z$, функція $c(\varphi, \mu, x)$ така, що на множині D^0 справджуються оцінки $\|c(\varphi, \mu, x)\| \leq C^0, \|c(\varphi, \mu, x) - c(\varphi, \mu, \bar{x})\| \leq C_L \|x - \bar{x}\| \forall \{x, \bar{x}\} \subset D$, де C_L — додатна стала.

Наслідок 3. 4 (з теорем 3. 3 — 3. 5). Умови кожної з теорем 3.3 — 3.5 достатні для існування інваріантного тору системи рівнянь (3.5), якщо оцінки



$\eta < 1, \eta^\bullet < 1, \xi < 1$, що в них фігурують, замінити оцінками

$$\eta + \frac{C_L P_1}{1 - P_1} < 1, \eta^\bullet + \frac{C_L}{1 - P^0} < 1, \xi + \frac{MC_L(1 + \lambda)}{(1 - \lambda)(1 - d_0)} < 1 \text{ відповідно.}$$

Теорема 3.6. Нехай на множині D_0 ліпшицева відносно x матриця $P(\varphi, \mu, x)$ оборотна, $\|P^{-1}(\varphi, \mu, x)\| \leq P_1$ і справджуються наступні умови:

$$1) \{a(\varphi, \mu), c(\varphi, \mu), \Phi^{-1}(\varphi, \mu)\} \subset C_\Lambda^1(\varphi, \mu) \text{ і } P^{-1}(\varphi, \mu, x) \in C_{D_0}^1(\varphi, \mu, x),$$

причому

$$\left\| \frac{da(\varphi, \mu)}{d(\varphi, \mu)} \right\| \leq A^\bullet; \left\| \frac{d\Phi^{-1}(\varphi, \mu)}{d(\varphi, \mu)} \right\| \leq \Phi_\bullet, \left\| \frac{dP^{-1}(\varphi, \mu, x)}{d(\varphi, \mu, x)} \right\| \leq P_\bullet, \left\| \frac{dc(\varphi, \mu)}{d(\varphi, \mu)} \right\| \leq C_\bullet,$$

$$\left\| \frac{dP^{-1}(\varphi, \mu, x)}{d(\varphi, \mu, x)} - \frac{dP^{-1}(\varphi, \mu, \bar{x})}{d(\varphi, \mu, \bar{x})} \right\| \leq L \|x - \bar{x}\|,$$

де $\{x, \bar{x}\} \subset D_\rho$, $A^\bullet, \Phi_\bullet, P_\bullet, C_\bullet, L$ — додатні сталі;

$$2) \text{ виконуються нерівності: } P_1 < \frac{1}{1 + A^\bullet}, \eta = C^0 P_\bullet \sum_{l=1}^{\infty} P_1^{l-1} l < 1, \frac{C^0 P_1}{1 - P_1} \leq d.$$

Тоді $\forall g \in Z$ і таких $\{p, k\} \subset Z_0^+ = \{0, 1, 2, \dots\}$, при яких

$$\max\{p, k\} < \log_{(1+A^\bullet)} \frac{A^\bullet(1 - P_1(1 + A^\bullet))}{C^0 P_\bullet} - 1,$$

функція $u(p, g, k, \mu, \varphi)$, породжуюча інваріантний тор системи (3.3), належить $C_\Lambda^1(\varphi, \mu)$.

Якщо матриця $P(\varphi, \mu, x)$ не є оборотною, або умова $P_1 < \frac{1}{1 + A^\bullet}$ не виконується, то теорема 3.6 не має місця. Але може статися, що при цьому $P^0 < \frac{1}{\Phi_\bullet}$. У цьому випадку доведено наступне важливе твердження.

Наслідок 3.5. Нехай на множині D_0 справджуються умови:

$$1) \{a(\varphi, \mu), c(\varphi, \mu), \Phi^{-1}(\varphi, \mu)\} \subset C_\Lambda^1(\varphi, \mu) \text{ і } P(\varphi, \mu, x) \in C_{D_0}^1(\varphi, \mu, x),$$

причому

$$\left\| \frac{da(\varphi, \mu)}{d(\varphi, \mu)} \right\| \leq A^\bullet; \left\| \frac{d\Phi^{-1}(\varphi, \mu)}{d(\varphi, \mu)} \right\| \leq \Phi_\bullet, \left\| \frac{dP(\varphi, \mu, x)}{d(\varphi, \mu, x)} \right\| \leq P^\bullet, \left\| \frac{dc(\varphi, \mu)}{d(\varphi, \mu)} \right\| \leq C_\bullet,$$

$$\left\| \frac{dP(\varphi, \mu, x)}{d(\varphi, \mu, x)} - \frac{dP(\varphi, \mu, \bar{x})}{d(\varphi, \mu, \bar{x})} \right\| \leq L^\bullet \|x - \bar{x}\|,$$

де $\{x, \bar{x}\} \subset D_\rho$, $A^\bullet, \Phi_\bullet > 1, P^\bullet, C_\bullet, L^\bullet$ — додатні сталі;

2) виконуються нерівності:



$$P^0 < \frac{1}{\Phi_\bullet}, \quad \eta^\bullet = C^0 P^\bullet \sum_{l=1}^{\infty} (P^0)^{l-1} l < 1, \quad \frac{C^0}{1-P^0} \leq d.$$

Тоді $\forall g \in Z$ і таких $\{p, k\} \subset Z_0^- = \{0, -1, -2, \dots\}$, при яких

$$\max\{-p, -k\} < \log_{\Phi_\bullet} \frac{(\Phi_\bullet - 1)(1 - P^0 \Phi_\bullet)}{C^0 P^\bullet} - 2,$$

функція $u(p, g, k, \mu, \varphi)$, породжуюча інваріантний тор системи (3.3), належить $C_\Lambda^1(\varphi, \mu)$.

На закінчення, як приклад застосування теореми 3.6 та наслідку 3.4, знайдено достатні умови диференційованості в сенсі Фреше інваріантного тору системи (3.4) при невід'ємних відхиленнях p, g, k .

Висновки

Завдяки застосуванню метода функції Гріна-Самойленка задачі про інваріантнітори лінійних розширень динамічних систем на торах та використанні основної ідеї методу укорочення К.П. Персидського, створено основу теорії інваріантних тороїдальних многовидів для злічених систем лінійних та нелінійних різницевих рівнянь, що визначені на скінченновимірних та нескінченновимірних торах і містять незалежні відхилення дискретного аргументу, а також досліджено питання існування та властивості гладкості цих многовидів.

Розглянувши достатні умови існування та диференційованості за Фреше інваріантних торів злічених систем різницевих рівнянь різних типів, визначених на нескінченновимірному торі та зробивши відповідні дослідження сформульовано у шість теорем 3.1 — 3.6, що є новими і для скінченновимірних систем різницевих рівнянь.

У даному дослідженні для злічених систем різницевих рівнянь, визначених на торах, одержано наступні основні результати :

— за допомогою методу ФГС запропоновано різні достатні умови неперервності інваріантного тору лінійної системи рівнянь, визначеної на торі, за кутовою змінною φ та сукупністю змінних φ, μ , де μ — дійсний параметр;

— запропоновано різні достатні умови неперервної диференційованості інваріантного тору лінійної системи, визначеної на скінченновимірному торі, в



залежності від обмежень, що накладаються на неї і, зокрема, на задані відхилення ρ і g ;

— методом укорочення знайдено достатні умови неперервної диференційованості за кутовою змінною та параметром до порядку $\rho \geq 2$ інваріантного тору системи лінійних рівнянь, що визначена на скінченновимірному торі, містить відхилення дискретного аргументу і залежить від дійсного числового параметру;

— наведено достатні умови існування та неперервної диференційованості за Фреше відносно (φ, μ) інваріантних торів лінійних, квазілінійних і нелінійних систем, визначених на нескінченновимірних торах, з параметром μ , який належить простору обмежених послідовностей дійсних чисел, та незалежними відхиленнями дискретного аргументу;

— побудовано п'ять нетривіальних ілюстративних прикладів.

Теореми, що доведені у даній роботі, стосуються диференційовності інваріантних торів різницевих систем, визначених на нескінченновимірних торах, та не мають аналогу у створеній на цей час теорії інваріантних торів аналогічних систем диференціальних та диференціально-різницевих рівнянь. Оскільки різницеві рівняння становлять дискретний аналог диференціальних, то одержані результати можуть знайти практичне застосування в розв'язуванні різноманітних задач з теорії нелінійних коливань, математичної та теоретичної фізики.

**KAPITEL 6 / CHAPTER 6⁶****THE ROLE OF MSCT, MRI, DWI, PET/CT, 3D RECONSTRUCTION AND VIRTUAL ENDOSCOPY IN THE DETECTION OF COLON PATHOLOGY****РОЛЬ МСКТ, МРТ, ДВИ, ПЭТ/КТ, 3 Д-РЕКОНСТРУКЦИИ И ВИРТУАЛЬНОЙ ЭНДОСКОПИИ В ВЫЯВЛЕНИИ ПАТОЛОГИИ ТОЛСТОЙ КИШКИ****DOI: 10.30890/2709-2313.2022-09-01-013****Введение.**

Рак прямой и ободочной кишки (колоректальный рак, или КРР) сегодня можно без преувеличения обозначить как проблему мирового масштаба. Известно, что на первом месте по заболеваемости, среди мужчин, стоит рак легкого, среди женщин – рак молочной железы, и КРР постепенно выходит на 2-е место. Тенденция к непрерывному росту заболеваемости особенно выражена в индустриально развитых странах. Являясь центром современного глобализованного мира, они вовлекают в свою орбиту страны с менее развитой экономикой, навязывая им в числе многих факторов свой „индустриальный” образ жизни. Одной из характеристик такого образа жизни является питание. Именно с его особенностями большинство ученых связывают быстрый рост заболеваемости и смертности от колоректального рака. Приведем некоторые данные, позволяющие представить масштаб проблемы. Так, по данным ВОЗ, ежегодно в мире регистрируется около одного миллиона новых случаев больных КРР, при этом более 150 тысяч случаев заболевания приходится на США. В этой стране ежегодно от КРР умирает 55 тысяч больных. В США смертность от КРР находится на 3 месте. В Украине в 2018 году зарегистрированный показатель заболеваемости КРР – 38 случаев на 100 тысяч населения, что соответствует европейским и мировым тенденциям. В России и Украине за последние 20 лет рак толстой кишки переместился с 6-го на 3-е место у женщин после рака молочной железы и яичников и на 3-е у мужчин, уступая лишь раку легкого и предстательной железы.

Заболевают довольно часто как мужчины, так и женщины. Очень часто раки толстой кишки возникают из полипов. Нередко в кишечнике встречаются лимфомы (3% случаев). 5-и летняя выживаемость при раках составляет 83%, если опухоль ограничена лишь стенкой, 70%, если опухоль переходит на

⁶ Authors: Sokolov V. N., Rozhkovskaya G. M., Tsvigovsky V. M., Dorofeeva T. K., Korsun A. A., Doikova E. M., Arbatskaya O. S., Dius E. N.



периколический жир, 30%, если имеются регионарные метастазы, и 10%, если имеются отдаленные метастазы в печень или легкие.

Лимфомы тонкой кишки подразделяются на полиповидные и язвенные. Злокачественную лимфому толстой кишки лучше разделить на два типа: локализованный и диффузный. Лимфоме локализованного типа присущи такие характерные черты, как более значительная протяжённость поражения и более гладкая поверхность в зоне поражения.

На сегодняшний день выделены такие факторы риска заболевания КРР, как возраст пациентов старше 50 лет, особенности питания, генетические синдромы (диффузный семейный полипоз, синдром Гарднера-Тернера, синдром Пейтца-Эгерса), болезнь Тюрка, наличие аденом ободочной кишки, язвенный колит, болезнь Крона, наличие в анамнезе КРР у родственников, ранее перенесенный рак молочной железы и/или женских половых органов.

У больных с хроническими воспалительными заболеваниями прямой кишки, особенно с язвенным колитом, частота заболеваемости раком прямой кишки значительно выше, чем в общей популяции. На степень риска возникновения рака влияют длительность и клиническое течение заболевания. По данным литературы, риск возникновения рака прямой кишки при длительности заболевания до 5 лет составляет от 0 до 5 %, до 15 лет – 1,4-12 %, до 20 лет – 5,4-20 %, до 30 лет – 50%.

Полипы чаще всего возникают на фоне гиперплазированных складок. Лимфомы чаще всего встречаются в дистальных отделах тонкой кишки и слепой кишке. Полипы чаще выявляются у мужчин (60%) и реже у женщин (40%). Размеры, при которых часто происходит малигнизация полипов, следующие: менее 5 мм – 0%, 5-9 мм – 1%, 10-20 мм – 10%, более 20 мм – 40-50%.

Существующие методики не всегда позволяют установить характер имеющихся изменений в толстой кишке. Например, стандартная ирригоскопия с помощью бария может выявлять лишь большие полипы и в 80% случаев рак толстой кишки, причем чаще всего экзофитный, реже эндофитный (70-75%). Проводимые тесты на скрытую кровь по литературным данным характеризуются очень низкой чувствительностью и низкой специфичностью. Колоноскопия не всегда всем показана и нередко чревата осложнениями. Зарубежные авторы предлагают проводить виртуальную колоноскопию и незамедлительно проводить фиброколоноскопию для удаления выявленных с



помощью виртуальной колоноскопии полипов. Однако, сведения на этот счет достаточно разноречивы, порой базируются на небольшом количестве наблюдений и нередко недостаточно грамотно интерпретируются. Виртуальная колоноскопия (скрининг рака толстой кишки с помощью компьютерной томографии) находит 90% больших предраковых полипов. Исследование показало, что виртуальная колоноскопия обнаружила 90% полипов диаметром 10 мм и более (та же точность, что и для колоноскопии).

Целью исследования являлись следующие: установление МСКТ-критериев инфильтрирующего и экзофитного рака толстой кишки; установление возможностей ДВИ и ПЭТ/КТ в диагностике рака толстой кишки; определение достоверности выявления полипов при помощи МПР, 3Д реконструкции и виртуальной эндоскопии; установление отличительных особенностей МСКТ изображения полипов и полипообразного утолщения складок слизистой; установление критериев прорастания опухолью стенок кишки; определение эффективности химиолучевого и хирургического лечения; определение рентгенологических критериев рецидивирования опухолей.

Материалы и методы. МСКТ-колоноскопия была проведена 645 больным (240 с подозрением на рак, 105 с полипами). Подготовка к исследованию больных проводилась по стандартной методике.:

При применении аксиальных изображений лучше использовать легочное окно, которое позволяет лучше визуализировать полипы. Мягкотканое окно лучше визуализирует жировые повреждения. Целесообразно использовать все 3 позиции: аксиальную, сагиттальную и коронарную, которые демонстрируют хорошее разрешение (рис.1).

При использовании 3-Д обзора мы отчетливо визуализируем невидимые повреждения, расположенные позади гаустральных складок. Иногда возникают трудности при наличии большого количества жидкости или наличия каловых масс. В этих случаях необходимо обследовать пациентов на спине и на животе.

Как правило, курсор устанавливали в одном из окон, чаще всего представляющем аксиальную или фронтальную одномерную плоскость (MPR-проекция). Затем переходили от формата объема одномерного на трехмерный. С помощью прицельной навигации можно было проводить осмотр толстой кишки как снаружи, так и просмотреть объект изнутри.

Нами использовалась стандартная рентгенография брюшной полости, МСКТ (мультиспиральная компьютерная томография), МРТ (магнитно-

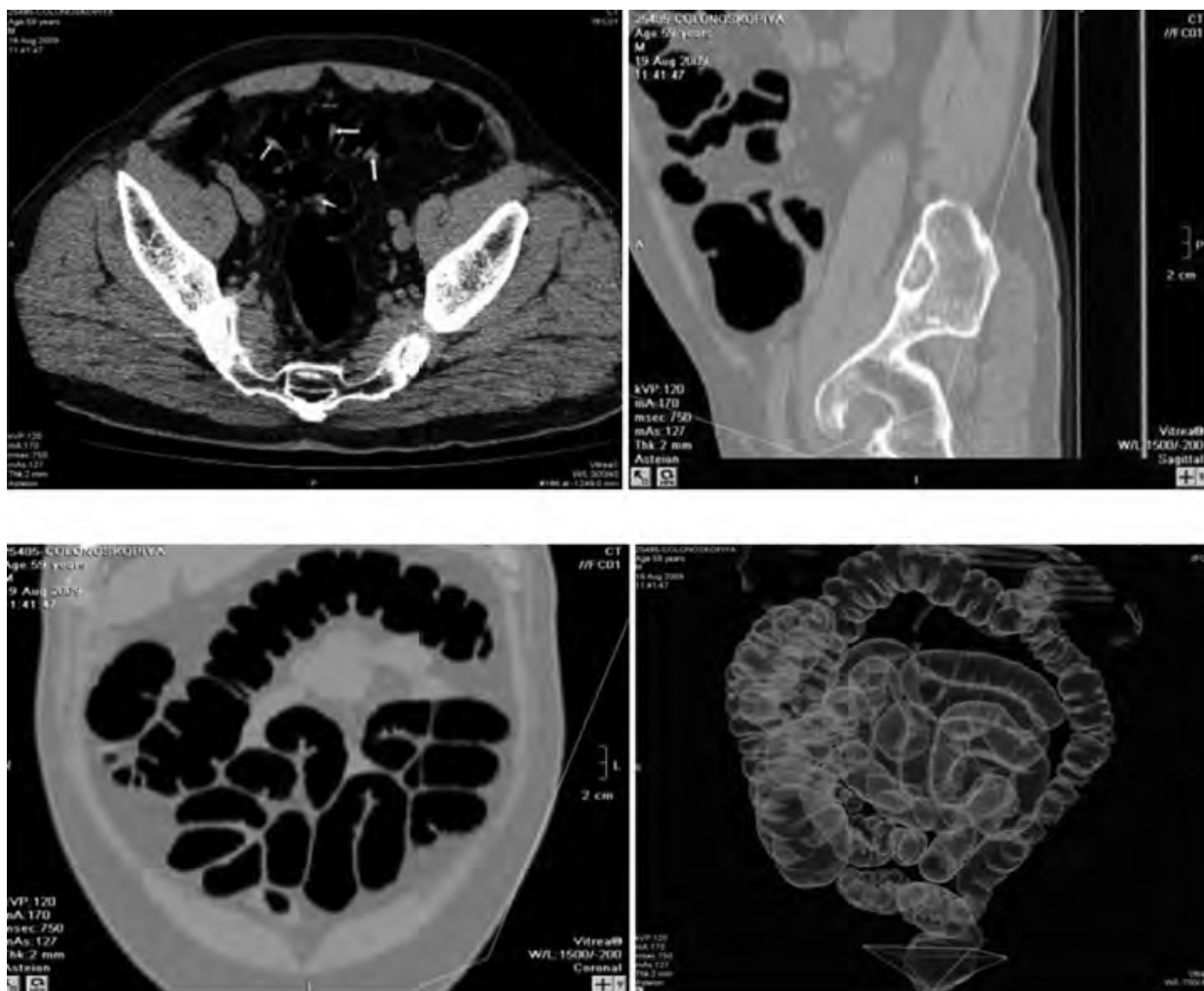


Рисунок 1 - МСКТ-колонография толстой кишки в норме.

резонансная томография), ДВИ (диффузионно-взвешенные изображения) и ПЭТ/КТ (позитрон-электронная томография).

МСКТ исследования проводились на 4-и 64-срезových аппаратах фирмы «Toshiba». МРТ исследования проводились с напряженностью поля 1,5 Т.

ПЭТ/КТ проводилась с использованием меченной ^{18}F (фтор) ФДГ (флюородиоксиглюкоза)

Результаты и обсуждение. Злокачественные опухоли подразделяются на эндофитные или инфильтративные, экзофитные и смешанные опухоли. Нередко встречаются лимфомы. При инфильтративных опухолях, определялось утолщение стенок толстой кишки свыше 12-13 мм, при норме 2-3 мм. Последние циркулярно суживают просвет кишки. Рис.2 демонстрирует инфильтративную опухоль с концентрическим сужением кишки. Изображение опухоли сигмовидной кишки на МСКТ значительно отличалось от изображения опухоли, полученного с применением бариевой взвеси. КТ - колоноскопия



отчетливо выявила опухолевое образование.



Рисунок 2 - Инфильтрирующая опухоль сигмовидной кишки.

На рис.3 визуализируется компонент опухоли поперечно-ободочной кишки: кольцевидная инфильтрация с экзофитным компонентом внутри.

На рис. 4 представлена опухоль слепой кишки с большим экзофитным компонентом

МСКТ-исследование ободочной кишки проводилось в случаях подозрения на опухоль и затруднения выполнения стандартных методов исследования толстой кишки, обусловленных:- резкой болезненностью, -выраженной долихосигмой, --неудержанием клизмы, -невозможностью обследования правых отделов толстой кишки, -постлучевыми изменениями, -при подозрении на

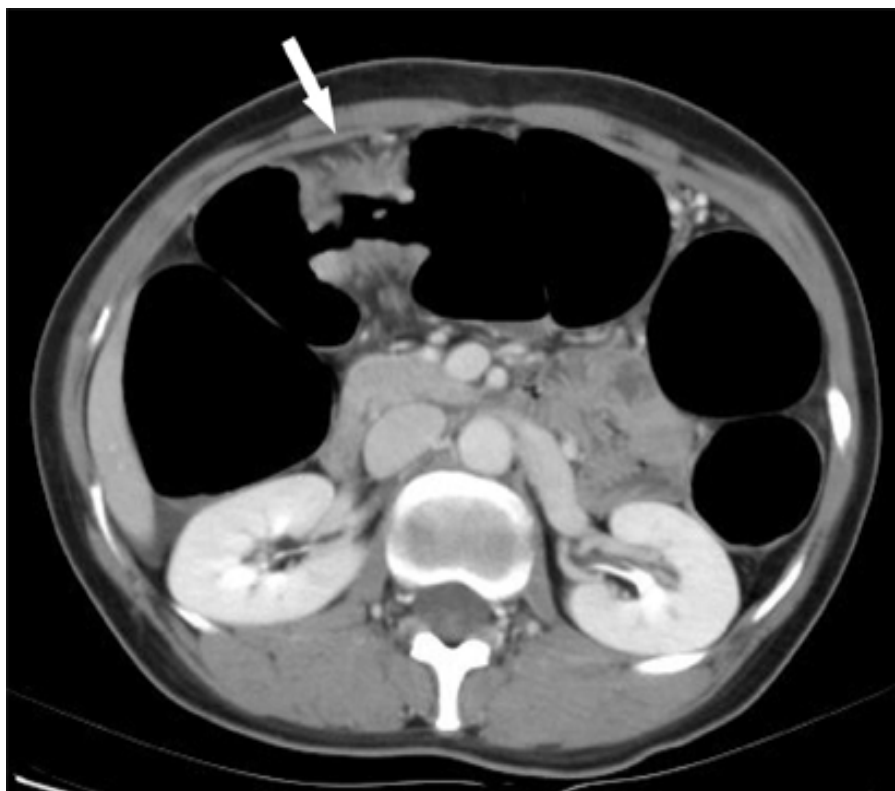


Рисунок 3 - Инфильтрирующая опухоль поперечно-ободочной кишки.

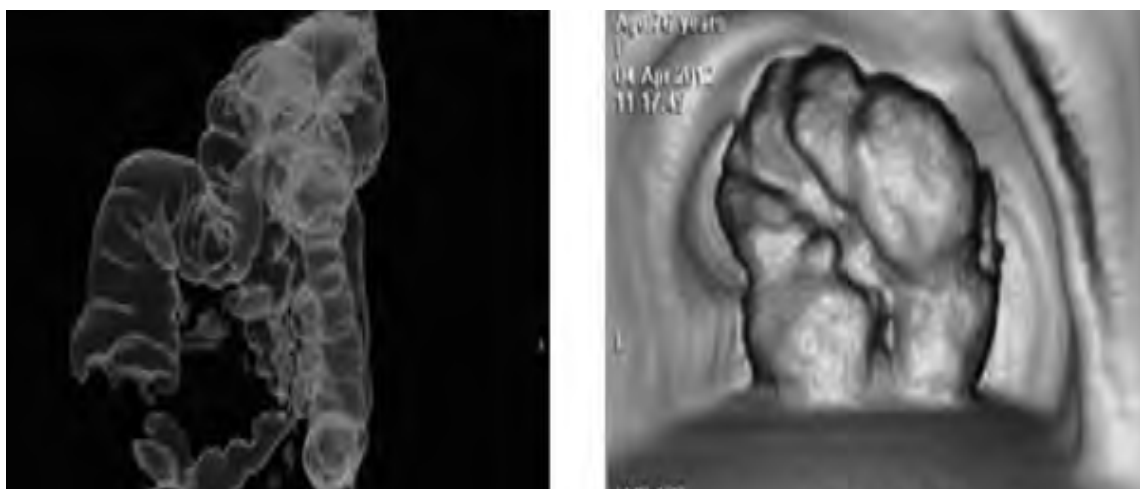


Рисунок 4 - Опухоль слепой кишки с большим экзофитным компонентом (стрелки).

ранние постоперационные осложнения, -в случаях массивного экстраорганных роста для оценки распространенности процесса и -выявления экстраорганных рецидивов опухоли.

Экзофитная форма рака была определена у 86, эндофитная у 66 и смешанная форма у 54 пациентов.

При экзофитных опухолях раковая опухоль имеет бугристую поверхность



и как бы состоит из нескольких узлов. Применение контрастирования способствует выявлению прорастания опухоли стенки кишки и окружающей жировой клетчатки или брыжейки.

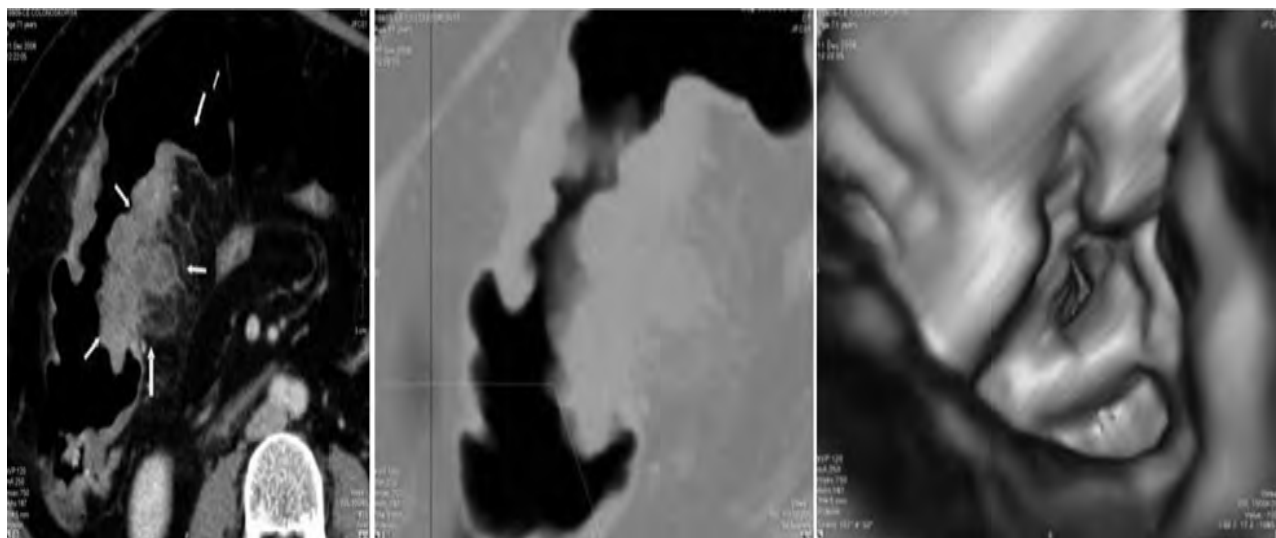


Рисунок 5 - МСКТ и спиральная колонография, которая отчетливо выявила опухолевую бугристость(наши собственные наблюдения).



Рисунок 6

При раковом поражении кишки, как правило, наблюдается увеличение брыжеечных лимфоузлов (рис.6 см.стр.) и прорастание опухоли в прилежащую жировую клетчатку, которые нередко оказывают давление на наружную стенку кишки. На рисунках (рис.7, 8, 9) представлены опухолевые образования с прорастанием в окружающую клетчатку и метастазами в брюшную полость.

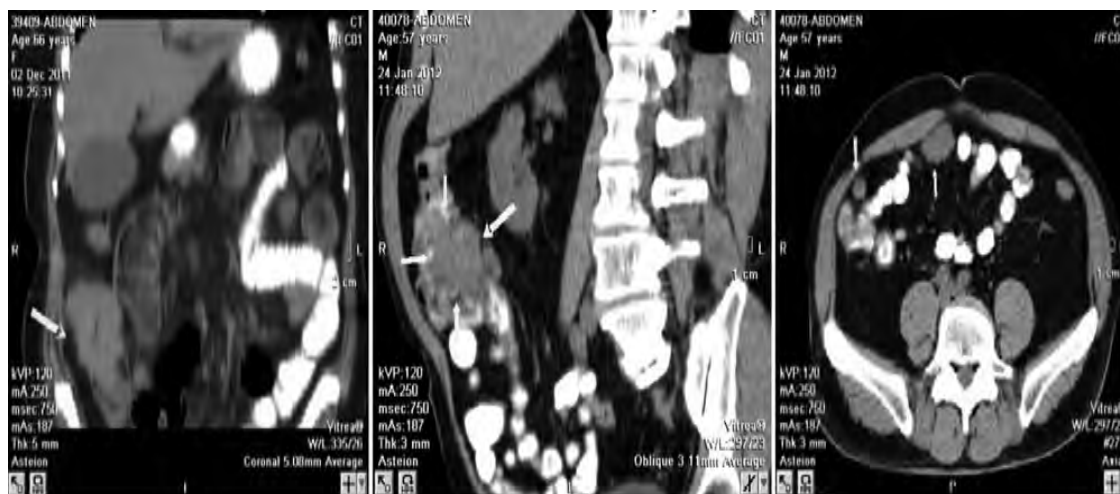


Рисунок 7 - КТ выявило рак слепой кишки с прорастанием в окружающую клетчатку и метастазы в брюшную полость (см.стр.).

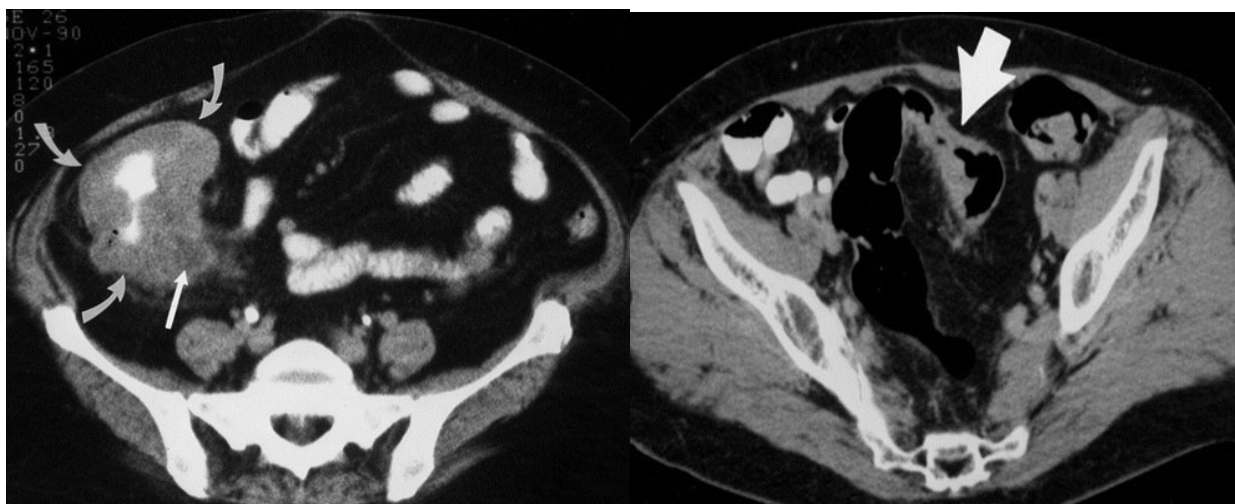


Рисунок 8 - МСКТ рака толстой кишки (слепая кишка, поперечно-ободочная кишка,— стрелки).

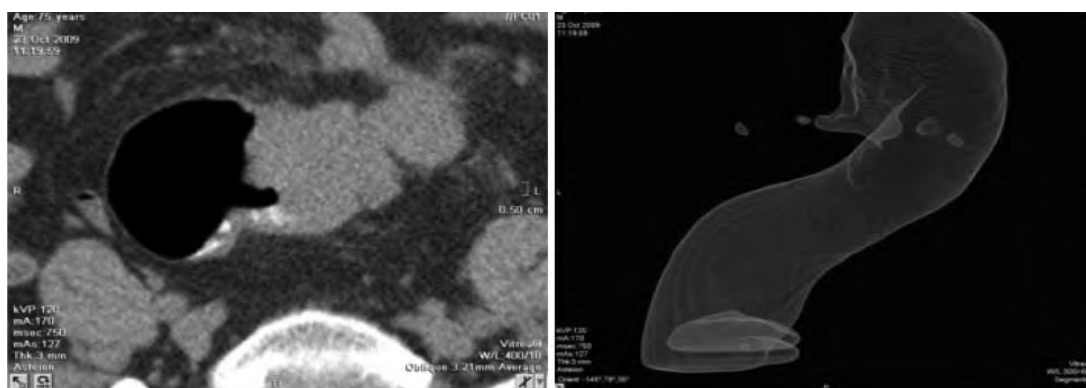


Рисунок 9 - МСКТ и виртуальная колоноскопия. Опухоль ректосигмоидного отдела кишки с прорастанием клетчатки и конгломератами лимфоузлов.



На сегодняшний день выделены факторы риска заболевания колоректальным раком. Это: 1. возраст пациентов старше 50 лет; 2. особенности питания; 3. генетические синдромы (диффузный семейный полипоз, синдром Гарднера-Тернера, синдром Пейтца-Эгерса), болезнь Тюрка; 4. наличие аденом ободочной кишки; 5. язвенный колит; 6. болезнь Крона; 7. Наличие в анамнезе КРР у родственников, ранее перенесенный рак молочной железы и/или женских половых органов.

У больных с хроническими воспалительными заболеваниями прямой кишки, особенно с язвенным колитом, частота рака прямой кишки значительно выше, чем в общей популяции. На степень риска возникновения рака влияют длительность и клиническое течение заболевания. По данным литературы, риск возникновения рака прямой кишки при длительности заболевания до 5 лет составляет от 0 до 5%, до 15 лет – 1,4-12%, до 20 лет – 5,4-20 %, до 30 лет–50%.

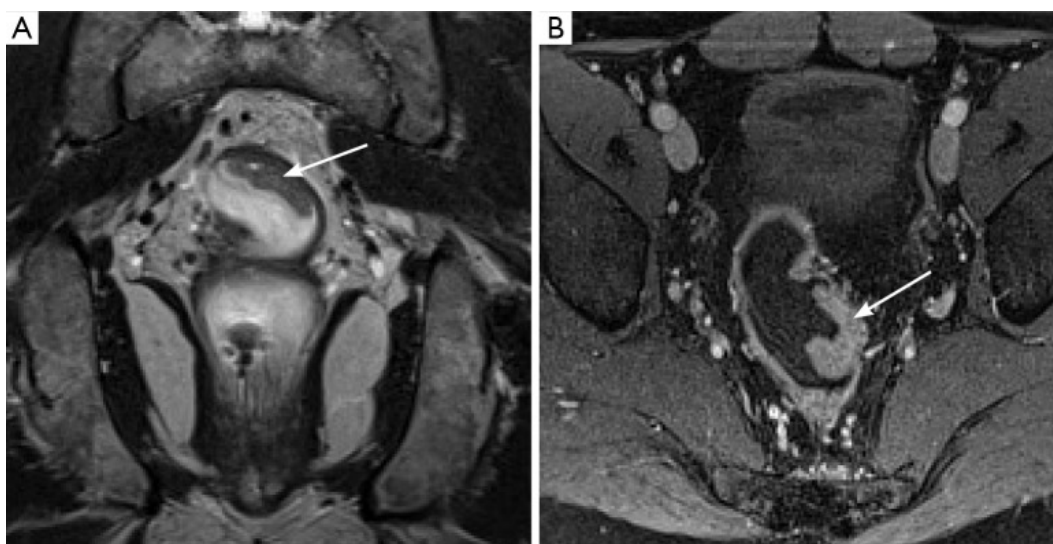


Рисунок 10 - Рак прямой кишки с небольшими метастазами в окружающей клетчатке.

На рис.11 в опции теневых проекций обнаруживаются два полипа. Один из них находится в печеночном углу толстой кишки, другой на латеральной стенке прямой кишки. Размер первого полипа 1,2 см, второго – 0,5 см.

Кроме полипов, ложными в дифференциально-диагностическом плане являются гиперпластические складки, которые напоминают аденоматозные полипы.

При аденоматозных полипах виртуальная колонография дает четкое представление о наличии аденоматозного полипа по сохранению нормального внутреннего рисунка кишки и гаустрации (рис.12).

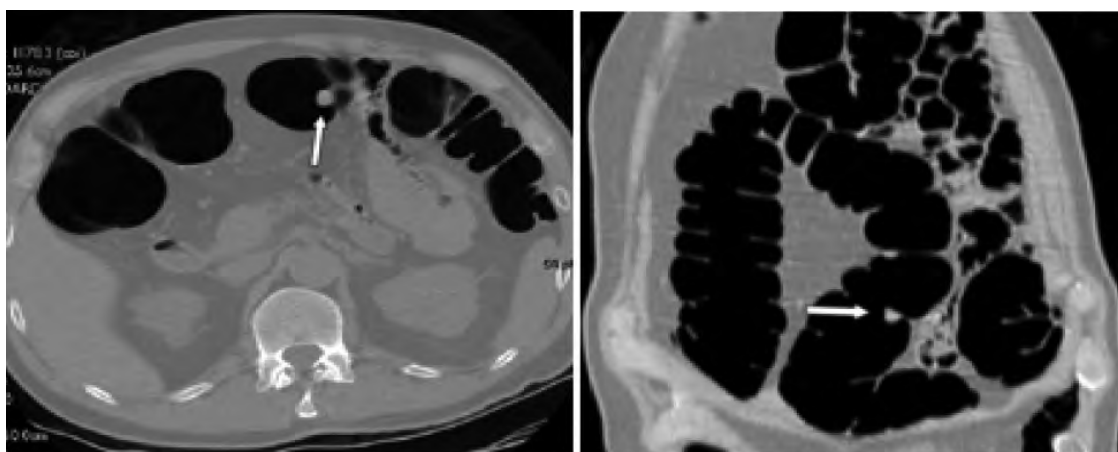


Рисунок 11 - Два полипа в просвете толстой кишки (стрелки).

На аксиальной томограмме изменения ничем не отличаются от изображения рака слепой кишки с прорастанием в периколическую жировую клетчатку. Виртуальная колонография указывает на воспалительный процесс с сохранением гаустрации

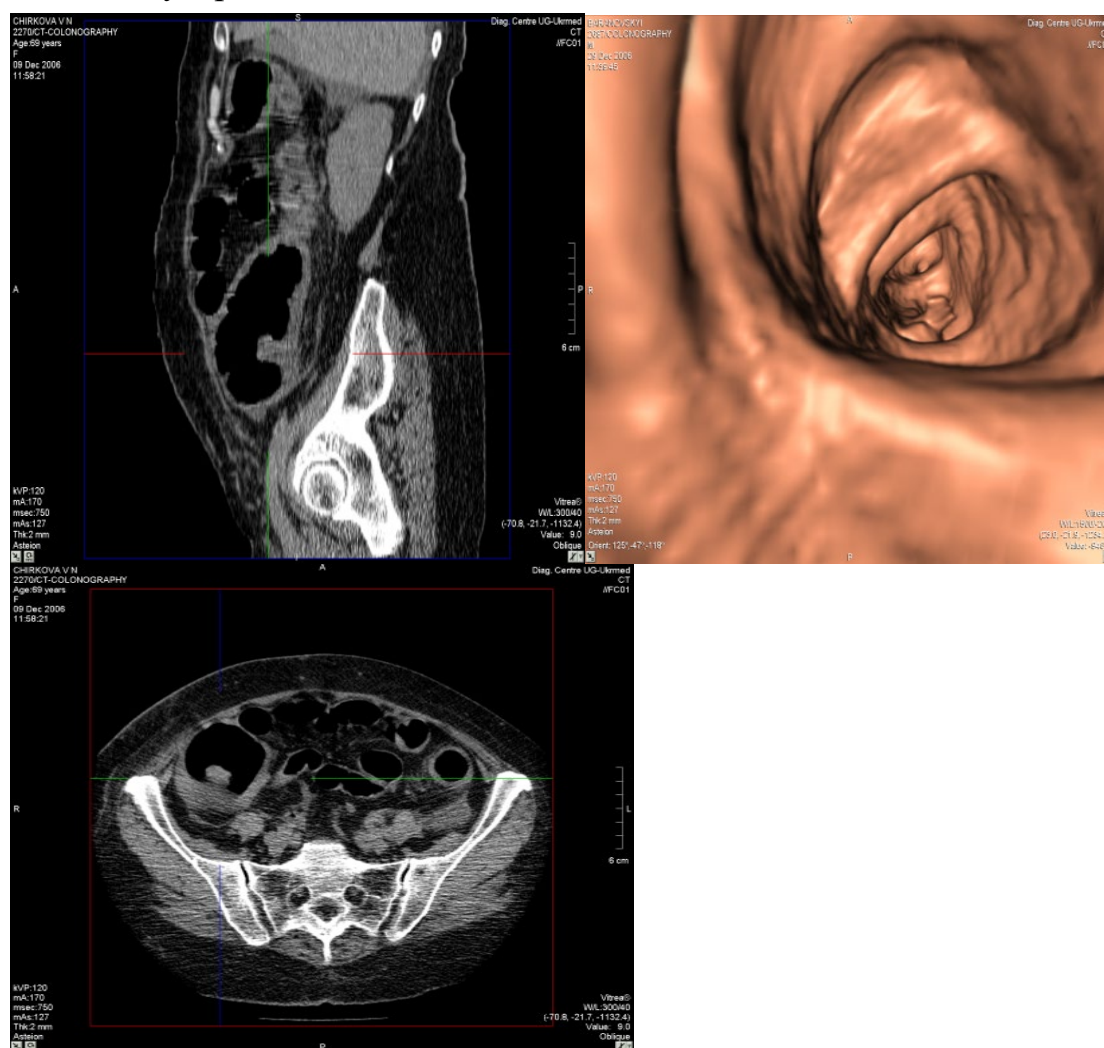


Рисунок 12 - МСКТ и виртуальная колонография.



Опухолевые образования величиной более 1 см и гиперпластические массы в 10-25% могут быть карциномами. Больные с названными процессами в обязательном порядке должны быть обследованы с помощью фиброколоноскопии для взятия биоптата.

При проведении лучевой терапии мы обращали внимание на особенности распределения контраста в опухоли и окружающих тканях (в процессе и после облучения). Выраженное снижение накопления контраста опухолью свидетельствовало о хорошем эффекте проводимой лучевой терапии.

На рис.13 демонстрируются аденоматозные полипы разной величины: от 0,6 до 1,5 см. Пациенту было предложено их удалить.

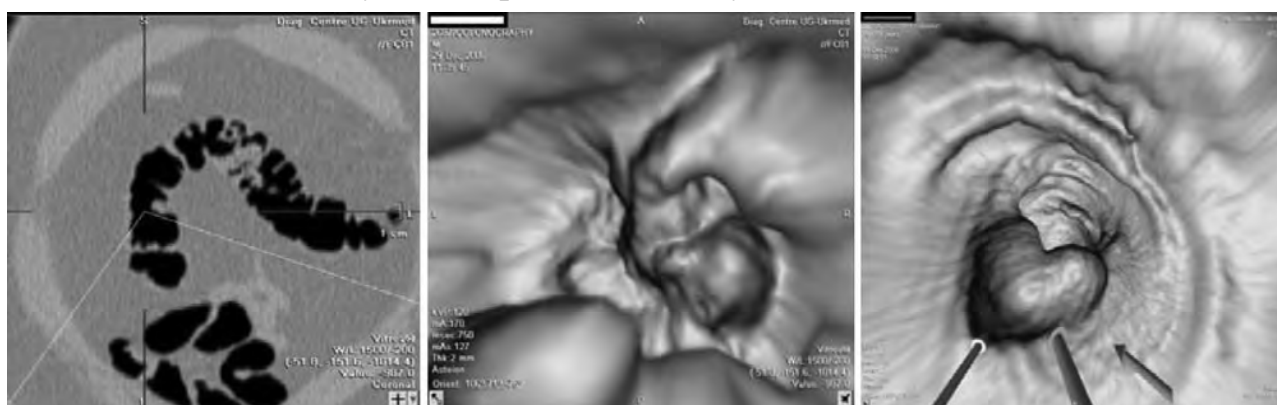


Рисунок 13 - МСКТ и виртуальная колонография. Аденоматозные полипы.

Жировые полипы, особенно полипы на ножке, очень подвижны и могут затруднять интерпретацию их изображения. На рис.14 представлено изображение большого жирового полипа на длинной ножке, размером до 1,8 см. Полип был удален при последующей колоноскопии.

Чувствительность МСКТ в диагностике полипов размером в 6 мм составляет 90 и 99% при проведении колоноскопии (КС). При размерах опухолей более 1 см чувствительность обоих методов достигает 100%.

Точность МСКТ варьирует значительно и зависит от степени распространенности процесса. Здесь следует обращать внимание на то, что при прогрессировании процесса опухолевый рост может наблюдаться не только в области анастомоза, но и в прилегающих участках при этом опухоль значительно накапливает контраст. Следует также обращать внимание на состояние регионарных лимфоузлов.

Полипы следует дифференцировать с мелкими каловыми массами (полипы сохраняют свою структуру независимо от положения пациента, каловые

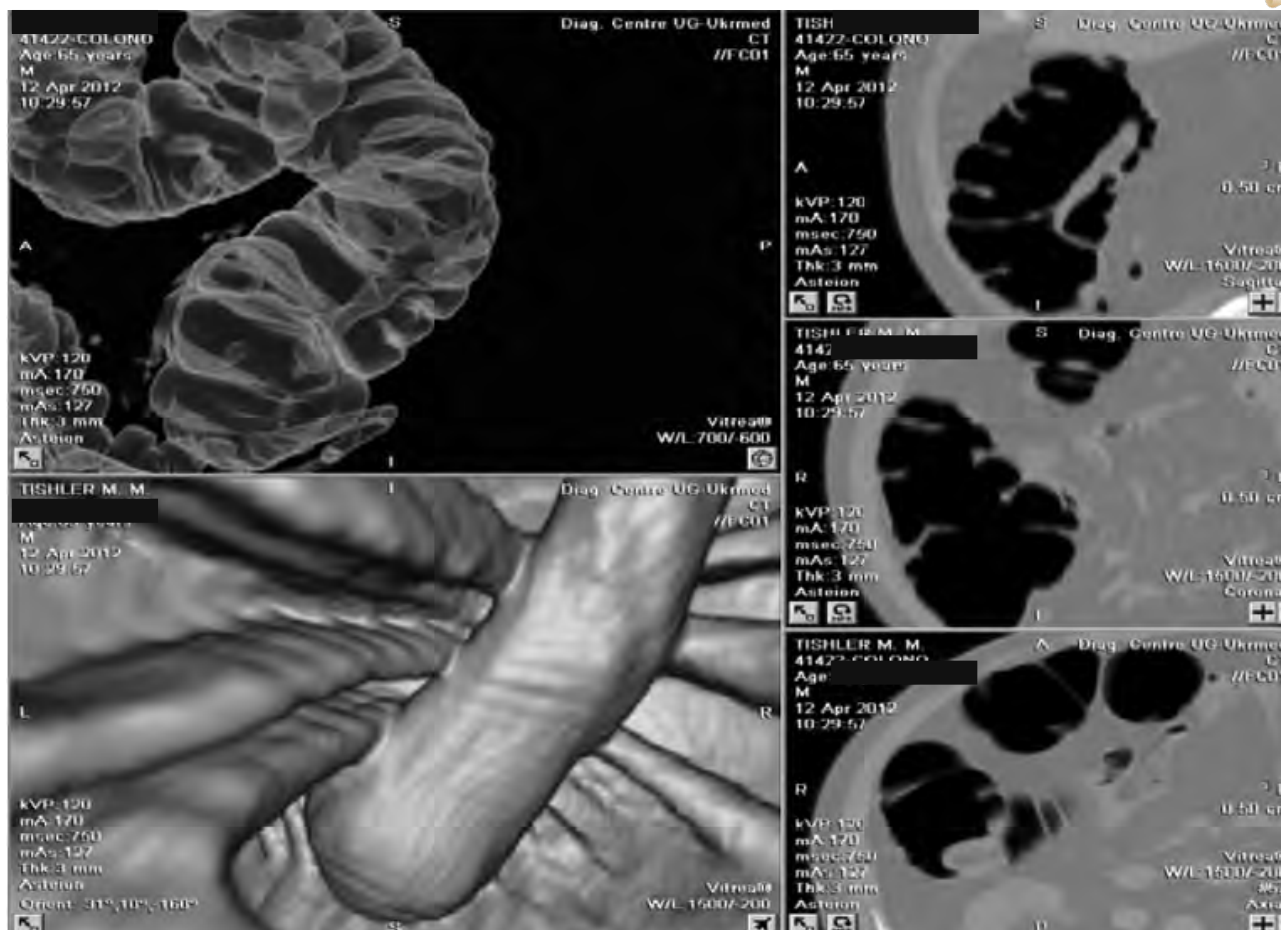


Рисунок 14 - Виртуальная колонография. Большой жировой полип на ножке.

кусочки смещаются при изменении положения пациента). Кроме того, над каловыми массами всегда определяются пузырьки воздуха, и отсутствует накопление контраста.

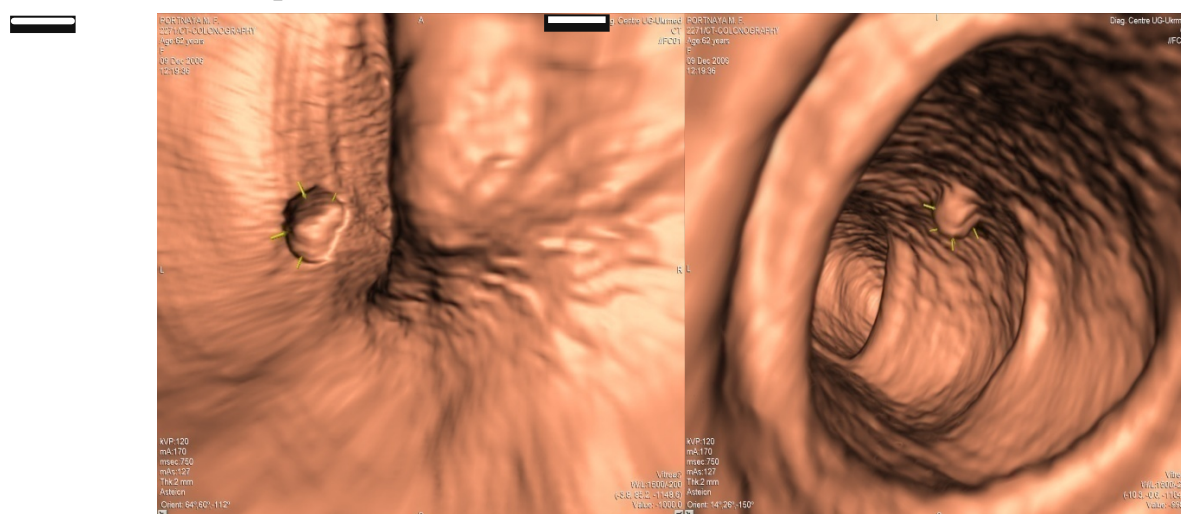


Рисунок 15 - Виртуальная колоноскопия полипа и кусочка каловой массы.



При проведении лучевой терапии мы обращали внимание на особенности распределения контраста в опухоли и окружающих тканях (в процессе и после облучения). Выраженное снижение накопления контраста опухолью свидетельствовало о хорошем эффекте проводимой лучевой терапии (Рис.16).

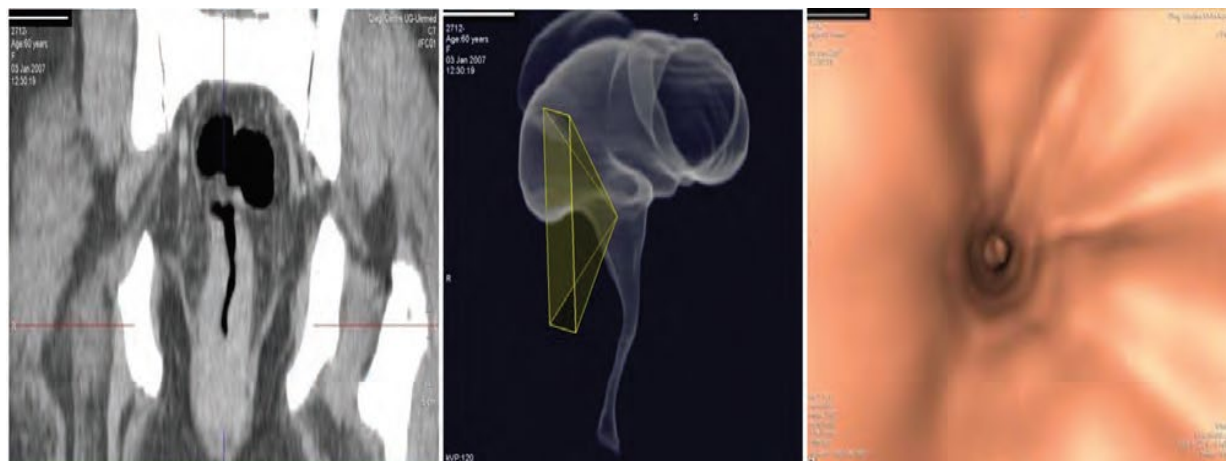


Рисунок 16 - Рак прямой кишки после проведенной лучевой терапии (КТ-колонография и КТ-виртуальная эндоскопия) после проведенной лучевой терапии.

Ниже приводятся результаты обследования пациентов с использованием ДВИ и ПЭТ/КТ.

ДВИ предоставляет информацию о внеклеточном пространстве, количестве клеток в ткани и состоянии целостности плазмалеммы, позволяет визуализировать внутри- и трансцеллюлярное броуновское движение молекул воды в биологических тканях. При использовании ДВИ введено понятие измеряемого коэффициента диффузии (ИКД). ИКД представляет собой градиент кривой, которая строится при сопоставлении значений b по оси x и $\log$ относительной интенсивности сигнала ткани по оси y . ИКД выражается в миллиметрах квадратных в секунду. Значение ИКД можно определить автоматически, обведя на карте область интереса. ДВИ получали при значениях $b = 50 \text{ с/мм}^2$, 400 с/мм^2 , 800 с/мм^2 . Для каждого очага определялся ИКД (измеряемый коэффициент дозы) на картах ИКД.

ДВИ целесообразно использовать при раках сигмовидной и прямой кишки.

Рис.17 КТ и ДВИ над сигмовидной кишкой. ДВИ более информативно в выявлении опухоли и метастазов.

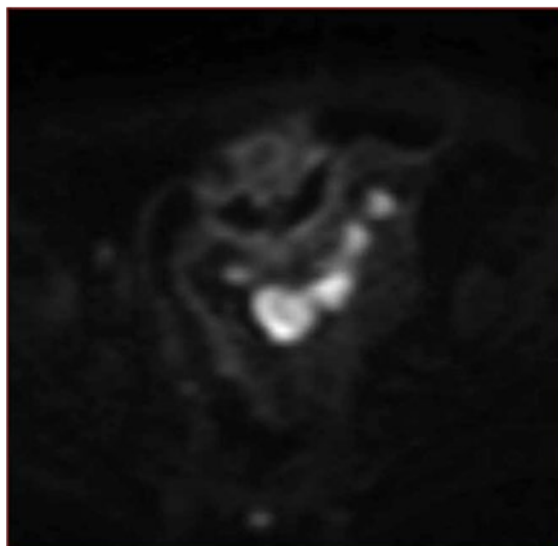
Рис.18 ДВИ дает более четкую информацию об опухолевом поражении



прямой кишки и периректального пространства.

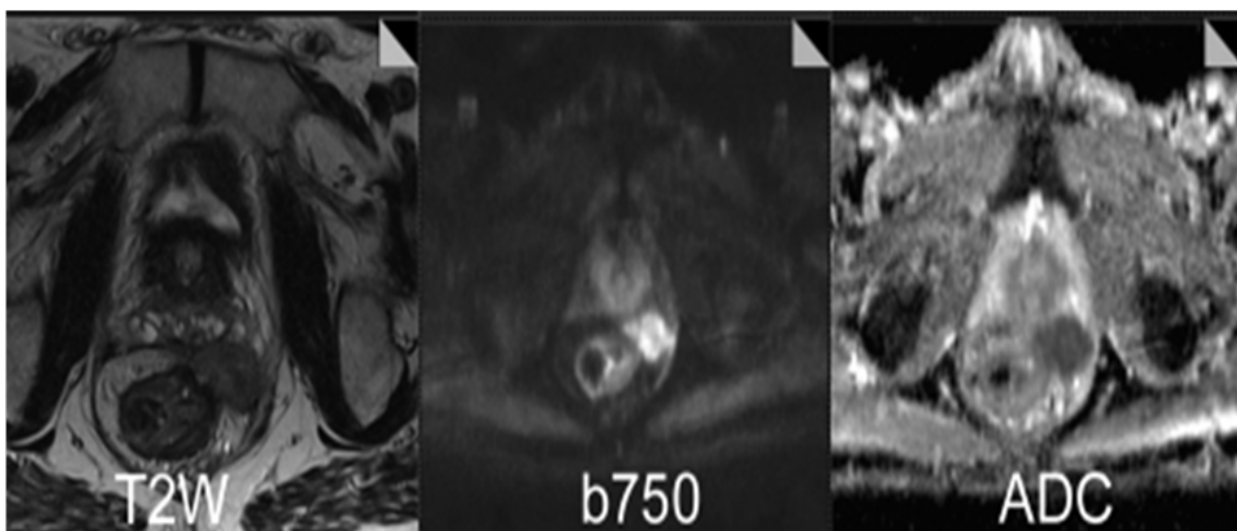


КТ: рак сигмовидной кишки



ДВИ: более информативно в выявлении опухоли и метастазов

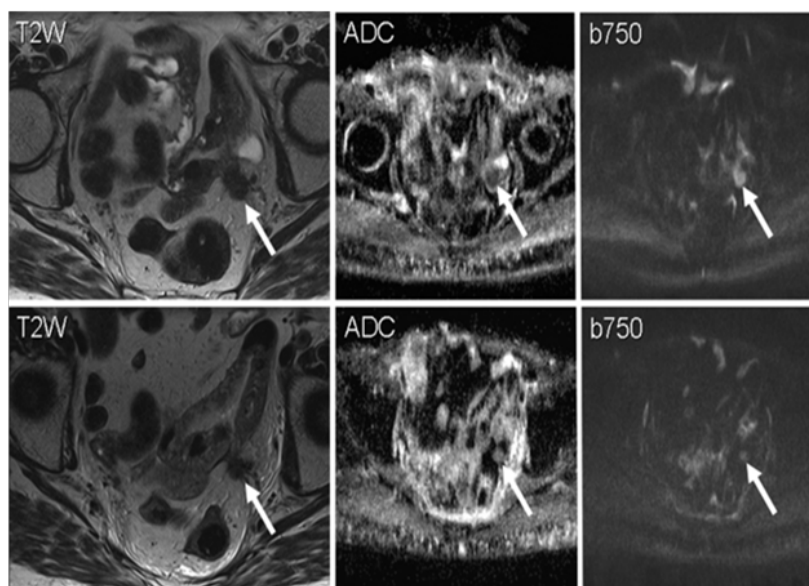
Рисунок 17.



T2-взвешенное изображение демонстрируют хорошо очерченное поражение в периректальном пространстве. ДВИ получено при значении $b=750$ и демонстрирует высокий сигнал.

Рисунок 18.

Дифузно-взвешенная МРТ дает возможность лучше судить о проведенной лучевой или химио-терапии (Рис.19)..



Диффузионно-взвешенная МРТ используется при мониторинге реакции на лечение. Верхний ряд демонстрирует периректальную массу (стрелка) на T2-взвешенной МРТ, ИКД и градиент изображения $b=750$ у данного пациента с ректальным раком с метастазами в локальных лимфатических узлах. После химиотерапии опухолевое поражение в размерах уменьшилось, и имеет более высокие значения ИКД и соответствующий нижний сигнал на $b=750$ изображении.

Рисунок 19

(ПЭТ/КТ)-Позитронная эмиссионная томография в комбинации с МСКТ с высокой точностью позволяет диагностировать как небольшие опухоли толстой кишки, так и метастазы, в том числе опухолевую диссеминацию по брюшине (Рис.20 см.стр.).

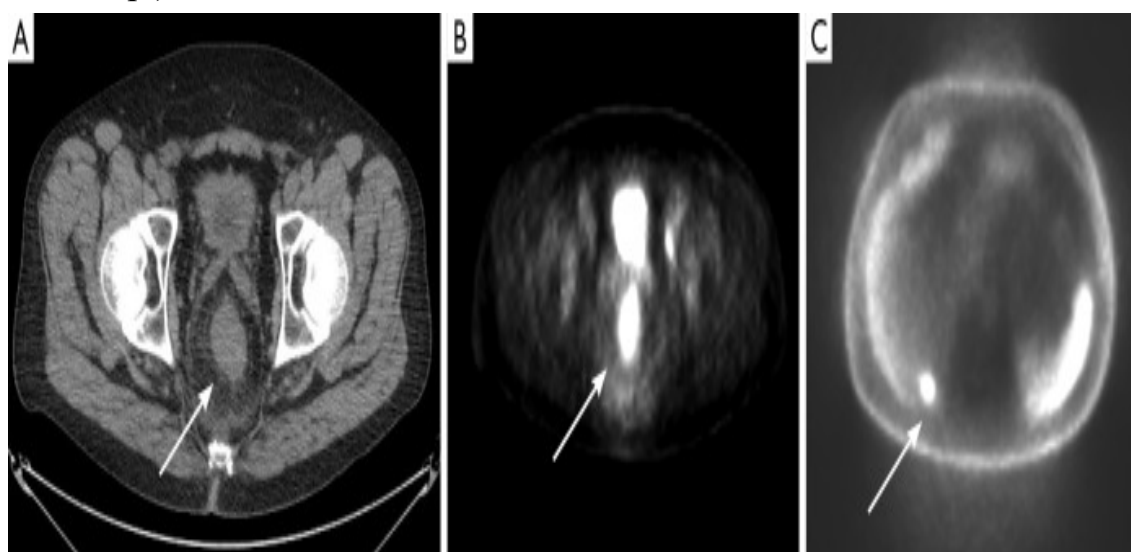


Рисунок 20 - ПЭТ/КТ опухоли прямой кишки с метастазом в брюшной полости(см.стрелки).

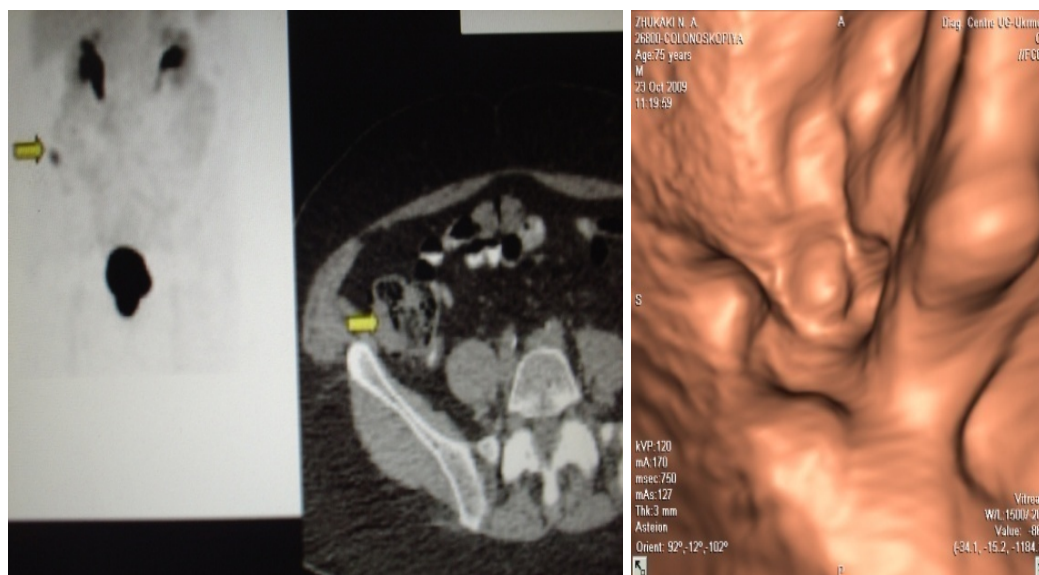


Рисунок 21 - МСКТ, спиральная томография и ПЭТ/КТ опухоли слепой кишки.

ПЭТ/КТ могут служить основой для подавляющего большинства планов уточнения диагноза и хирургической резекции метастазов в печени.

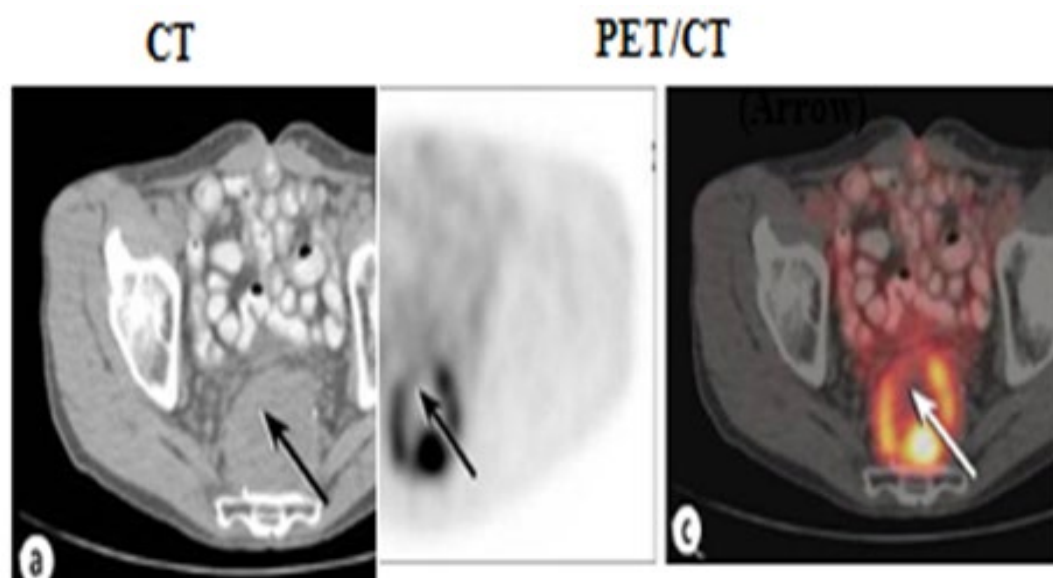


Рисунок 22 - МСКТ и ПЭТ/КТ Рецидив рака прямой кишки. (a) МСКТ показывает большую предсакральную массу, которая показала отрицательную биопсию. Отрицательный результат получился потому, что при пункции игла прошла через некротические изменения в опухоли. (b) Стрелка показывает ход биопсии изображения слитой активной опухоли с прерывистым ободком, окружающим некротический центр. (c) Повторная биопсия на основе данных, полученных с помощью ПЭТ/КТ изображений подтвердила рецидив опухоли.

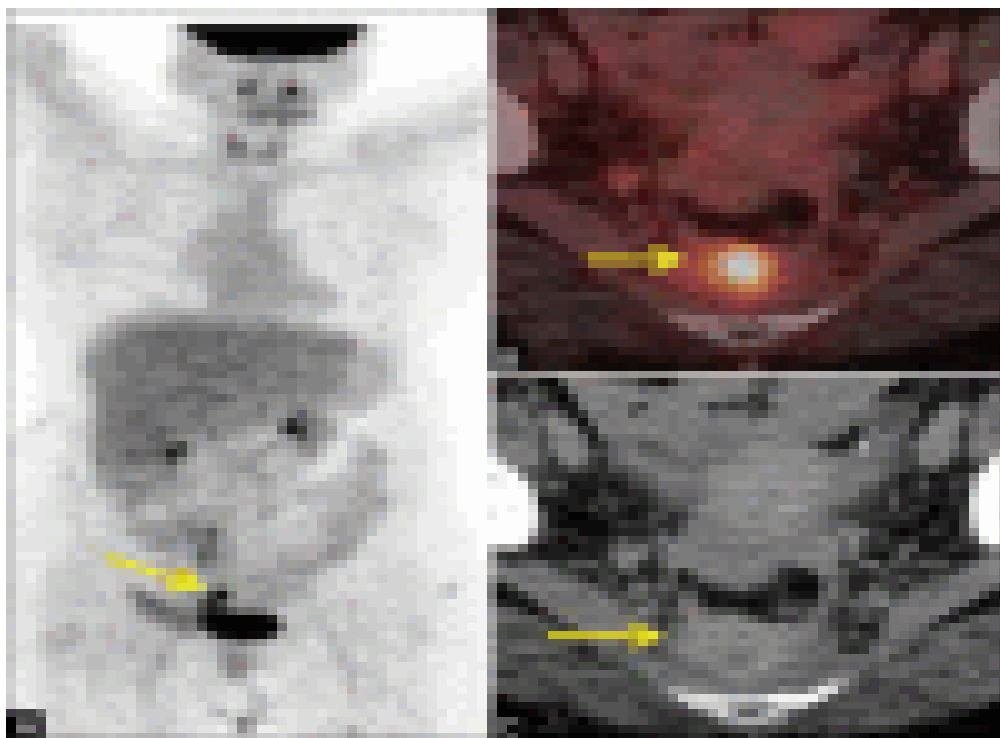


Рисунок 23 - Накопление ФДГ при сакральном раке

Рецидив рака прямой кишки через 6 месяцев после резекции и проведенной лучевой терапии (стрелки). Накопление ФДГ над опухолью свидетельствовало о недостаточной эффективности проведенной лучевой терапии.

При проведении МСКТ большинство авторов, в 10-26% выявляли не только опухоли и полипы, но и значительные внутри- и экстракишечные изменения и, в частности, лимфомы тонкой кишки. При контрастировании тонкой кишки в области роста лимфомы выявляется деформация кишки: участки сужения чередуются с участками расширения кишки с дефектами наполнения различных размеров. Рельеф слизистой оболочки в области дефектов наполнения часто сохраняется. Можно выделить два типа рентгенологических изменений тонкой кишки при злокачественных лимфомах: опухолевидный и инфильтративный. Опухолевидный тип поражения наблюдается на относительно ограниченном протяжении.

На первый план при этом выступают бугристые дефекты наполнения, обусловленные гиперплазированными лимфатическими узлами. Инфильтративный тип поражения наблюдается при распространенном процессе. Отмечается чередование суженных и расширенных участков кишки, множественные краевые дефекты наполнения, зубчатость или фестончатость



контуров кишки, утолщение складок слизистой оболочки. Для диффузного типа лимфомы характерны инфильтрация или утолщение подслизистого слоя. На фоне патологически утолщенных извитых складок имеются немногочисленные интрамуральные возвышения на широком основании слизистой оболочки. В большинстве случаев признаки вовлечения в процесс тонкой кишки обнаруживаются в начальных отделах тощей кишки и особенно в дистальных отделах подвздошной, имеющих наиболее выраженную лимфатическую систему (рис.24).

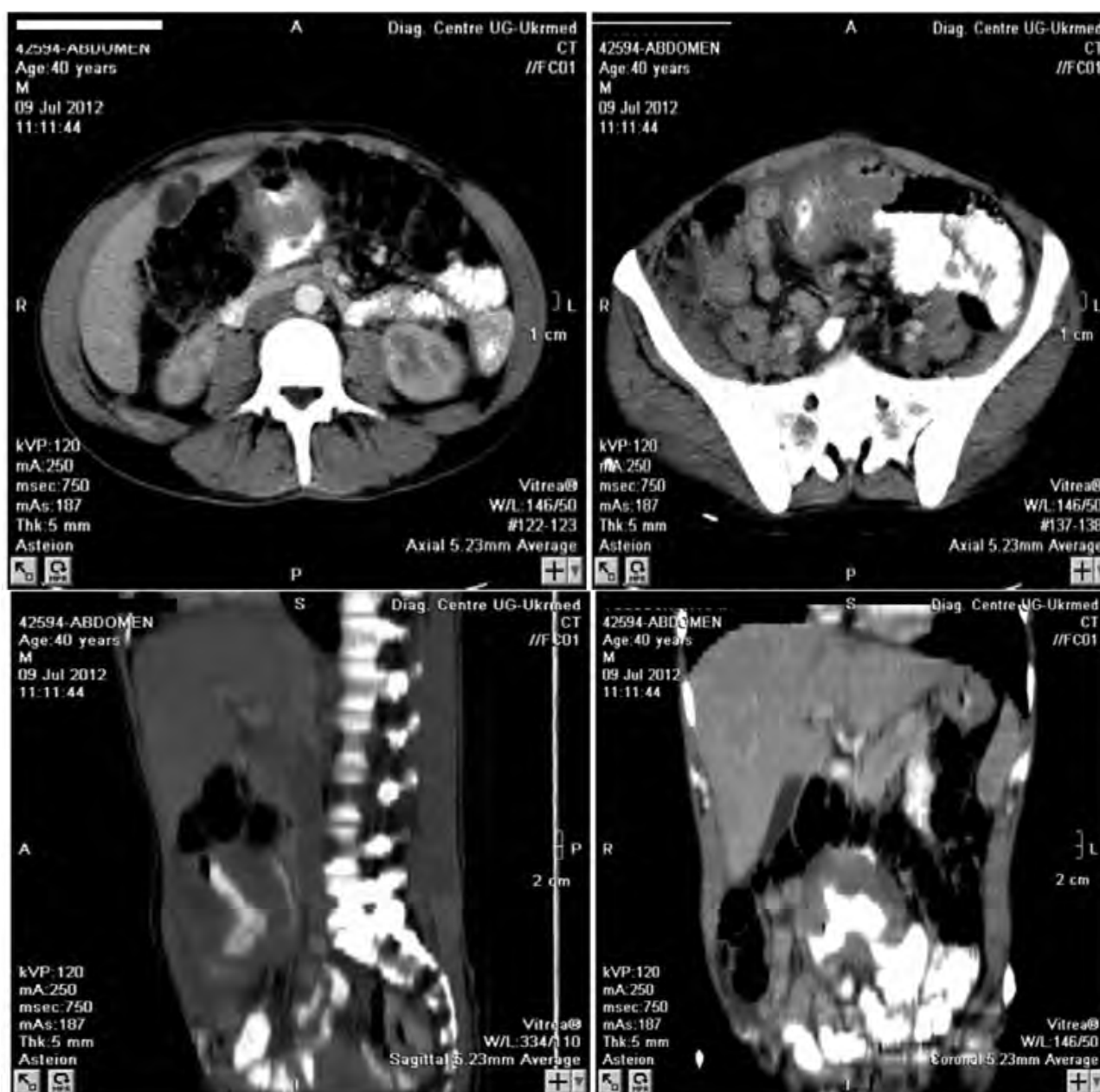


Рисунок 24 - Лимфома тонкого кишечника диффузного типа.

По сути говоря, патологический процесс при злокачественной лимфоме



затрагивает подслизистый слой. Поэтому роль МСКТ-эндоскопии заключается в установлении подслизистого характера опухоли кишки.

Нередко нам приходится дифференцировать изменения в толстой кишке по поводу токсического колита. При токсическом колите отмечается равномерное утолщение толстой кишки на всем ее протяжении или на ее отдельных участках (рис.25).



Рисунок 25 - На КТ токсического колита видно равномерное утолщение толстой кишки на всем ее протяжении и на ее отдельных участках.

Виртуальная колоноскопия при этой патологии невозможна, так как слишком трудно раздуть петли кишки.

При парапроктите нередко возникают трудности в дифференциальной диагностике воспалительного и опухолевого процесса. Наличие параректальной инфильтрации, мелких пузырьков воздуха в инфильтрате и появление контрастированного кольца вокруг абсцесса свидетельствует о парапроктите (рис.26).

При виртуальной колоноскопии 33 независимых эксперта дали высокую оценку методам МСКТ эндоскопии в 2008 году. 30 из них были уверены в преимуществе сочетанного использования методов 2D, 3D и виртуальной эндоскопии с последующим проведением оптической колоноскопии для удаления опухоли. Максимальное время по их мнению для оценки результатов МСКТ-эндоскопии должно составлять не более 20 мин (10.9-17.1 мин). Этому правилу придерживаемся и мы при проведении МСКТ-колоноскопии.

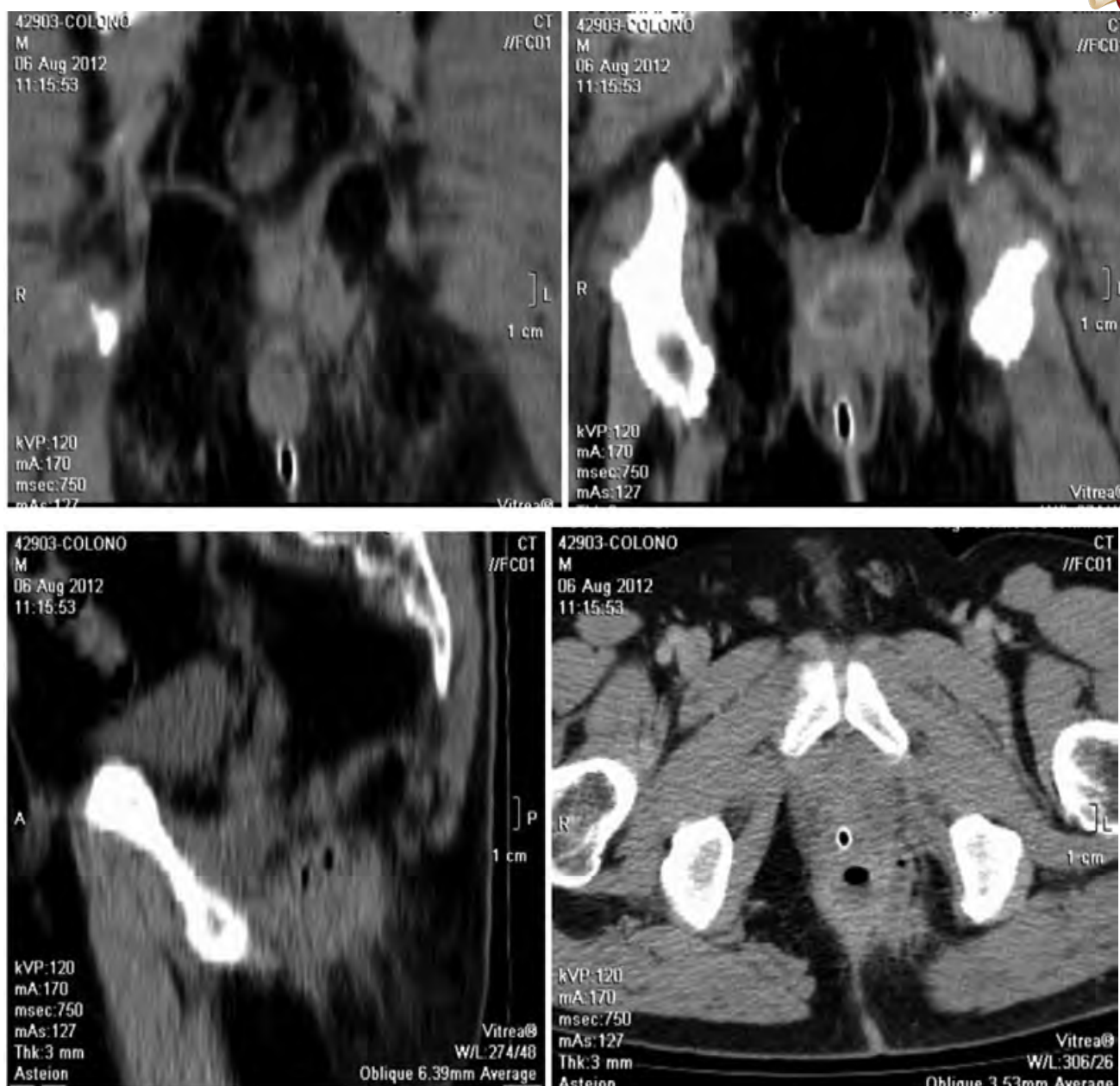


Рисунок 26 - Наличие на КТ параректальной инфильтрации, мелких пузырьков воздуха в инфильтрате и появление контрастированного кольца вокруг абсцесса свидетельствует о парапроктите.



Выводы.

МСКТ, включая МСКТ-эндоскопию – высокоинформативный метод выявления инвазивного рака толстой кишки, демонстрирующий приближающиеся к 100% показатели чувствительности и специфичности, чего нельзя сказать о диагностике полипов толстой кишки (76%). Применение МСКТ может увеличить точность дооперационного выявления опухоли толстой кишки, уточнить стадию заболевания, выявить рецидив опухоли и определить эффективность проведения лучевой терапии.

Чувствительность МСКТ при выявлении полипов размерам 5-6 мм составила 59%, при оптической колоноскопии – 76%, чувствительность МСКТ при выявлении полипов размерам 10 мм составила 91%, при оптической колоноскопии – 95%.

Преимущество виртуальной колоноскопии состоит в том, что она не требует сложной подготовки пациента к исследованию и не травмирует его, т. к. методика исследования, по сути, является вариантом компьютерной томографии.

Данная методика хорошо подходит для скрининга пациентов из групп риска, особенно при наличии полипов, ведь они достаточно часто подвергаются злокачественному перерождению.

Методы МСКТ, ДВИ, МРТ полезны при диагностике и определении метастатического очага образования.

¹⁸Ф-ФДГ ПЭТ/КТ может предоставить эффективную информацию о прогнозе после хирургической резекции рака толстой кишки. ПЭТ/КТ обеспечивает значительное преимущество в улучшении диагностики и терапевтического мониторинга. Применение контрастирования способствует выявлению прорастания опухоли стенки кишки и окружающей жировой клетчатки или брыжейки.

При раке прямой кишки целесообразно использовать методы ДВИ/МРТ и ПЭТ/КТ для установления распространенности опухолевого процесса и метастазирования в печень и другие органы. Проведение мониторинга пациентов, контролирует ответы на лечение.

Слабые стороны ПЭТ/КТ включают низкую специфичность к различным типам опухолей, ложноположительные результаты из-за воспаления или изменений грануляции.



Также, слабым местом является радиационное облучение (~30 мЗв на исследование).

Выводы.

Методы лучевой диагностики(УЗИ.КТ.МРТ) могут являться надежными диагностическими тестами при выявлении опухолевых процессов толстой кишки

. ДВИ и ФДГ ПЭТ более точно способствуют в постановке стадии заболевания и степени вовлечения лимфатических узлов и регионарных сосудов в злокачественный процесс, что является крайне важным для оценки операбельности опухолей. При раке прямой кишки целесообразно использовать методы ДВИ/МРТ и ПЭТ/КТ для установления распространенности опухолевого процесса и метастазирования в печень и другие органы

Виртуальная колонография позволяла выявлять полипы величиной от 0,5. Опухолевые образования величиной более 1 см и гиперпластические массы в 10-25% могут быть карциномами. Больные с названными процессами в обязательном порядке должны быть обследованы с помощью фиброколоноскопии для взятия биоптата.

Применение МСКТ может увеличить точность дооперационного выявления опухоли толстой кишки, уточнить стадию заболевания, выявить рецидив опухоли и определить эффективность проведения лучевой терапии.



Verweise / References

Chapter 1.

1. P. Ripka, Magnetic Sensors and Magnetometers. Boston, USA: Artech house, 2000, 494p.
2. М. Л. Бараночников, Микромагнитоэлектроника. Москва, Россия: ДМК Пресс, 2001, Т. 1, 544с.
3. Hava Can, Ugur Topal, "Design of Ring Core Fluxgate Magnetometer as Attitude Control Sensor for Low and High Orbit Satellites", Journal of Superconductivity and Novel Magnetism, vol. 28, № 3, pp. 1093-1096, 2015
4. И. М. Голев, Е. В. Никитина, "Технические аспекты измерения поля земли для решения задач воздушной навигации", Воздушно-космические силы. Теория и практика, № 1, с. 273-279, 2017.
5. С. К. Киселев, "Авиационные магнитометрические системы навигации и перспективы их практического использования", Автоматика и телемеханика, №7, с. 129-137, 2001.
6. Uchaikin S., Likhachev A., Cioata F. Sample, "3D magnetometer for a dilution refrigerator", in Proc. of the 26th International Conference on Low Temperature Physics (LT26), Beijing, 2012, pp. 110-118.
7. О. В. Осадчук, М. О. Притула, К. О. Коваль, "Аналіз сучасного стану напівпровідникових магнітних сенсорів", на IV науковій конференції "Научная индустрия европейского континента – 2007", Прага, 2007, с. 57-63.
8. Г. Н. Щербаков, М. А. Анцелевич, Д. Н. Удинцев, Ю. А. Шлыков, А. В. Бровин, "Применение магнитной томографии в проходных металлодетекторах", Специальная Техника, № 6, с. 20-25, 2007.
9. Д. Я. Суханов, Е. С. Берзина, "Магнитная интроскопия с использованием решетки сенсоров магнитного поля", Известия высших учебных заведений. Физика. т. 56, № 8/2, с. 23-26, 2013.
10. A. A. Baschiroto, "2D micro-fluxgate earth magnetic field measurement systems with fully automated acquisition setup", Measurement. vol. 43, pp. 46-53, 2010.
11. M. Butta, P. Ripka, "Model for coil-less fluxgate", Sensors and Actuators, vol. 156, № 11, pp. 269-273, 2009.
12. Щербаков Г.Н., Анцелевич М.А., Удинцев Д.Н. Пути повышения помехоустойчивости магнитометрических средств поиска и их практическая



реализация // Специальная техника.- 2005.- № 3.- С.19-24.

13. P. Ripka, "Advances in Magnetic Field Sensors", IEEE Sensors, vol. 10, №6, pp. 1108-1116, 2010.

14. A. E. Mahdia, L. Panina, D Mapos, "Some new horizons in magnetic sensing: high-Tc SQUIDS, GMR and GMI materials", Sensors and Actuators, vol. 105, pp. 271-285, 2003.

15. J. E. Lenz, A. S. Edelstein, "Magnetic Sensors and Their Applications", IEEE Sensors, vol. 6, № 3, pp. 631-649, 2006.

16. Ф. Мейзда, Электронные измерительные приборы и методы измерений. пер. с англ. В.Д. Новиков. Москва, Россия: Мир, 1990.

17. Н. П. Васильева, С. И. Касаткин, А. М. Муравьев, "Магниторезистивные сенсоры на тонких ферромагнитных пленках", Приборы и системы управления. - 1994. - № 8, с. 20-23, 1994.

18. Bharat B. Pant, Lakshman Withanawasam, "Anisotropic magnetoresistance gradiometer/magnetometer to read a magnetic track", № US 20130334311 A1, Dec. 19, 2013.

19. F. L. Machado, B. L. da Silva, S. M. Rezende, C. S. Martins, "Giant ac magnetoresistance in the soft ferromagnet Co₇₀.4Fe_{4.6}Si₁₅B₁₀", Journal of Applied Physics, vol.75, pp. 6563 – 6565, 1994.

20. Лебедев Анатолий Иванович, "Устройство для измерения крутящего момента и осевого усилия во вращающихся валах", МКИ G 01L3/10. №2380667, Янв. 27, 2010.

21. Bharat B. Pant, Lakshman Withanawasam, "Anisotropic magnetoresistance gradiometer/magnetometer to read a magnetic track", № US 20130334311 A1, Dec. 19, 2013.

22. Axel Bartos, Armin Meisenberg, Fritz Dettmann, "Magnetoresistive sensor for determining an angle or a position", № US 20110074399 A1, Mach 31, 2011.

23. Jinliang He, Yong Ouyang, Jun Hu, Shanxiang Wang, Shijie Ji, Rong Zeng, Bo Zhang, Zhanqing Yu, "Giant Magnetoresistance Current Sensor", № US 20130049750 A1, Feb. 28, 2013.

24. Jian-Ping Wang, Yuanpeng Li, "Gmr sensor", № US20140099663 A1, Apr. 10, 2014.

25. Jeffrey R. Childress, Tomoya Nakatani, "Current-perpendicular-to-the-plane giant magnetoresistance (CPP-GMR) sensor with indium-zinc-oxide (IZO) spacer layer", №US9047891 B1, Jun. 2, 2015.



26. Jeffrey Robinson Childress, Young-Suk Choi, Tomoya Nakatani, John Creighton Read, "Underlayer for reference layer of polycrystalline CPP GMR sensor stack", № US 9412399 B2, Aug. 9, 2016.

27. K. Mohri, T. Uchiyama, L. P. Shen, C. M. Cai, L.V. Panina, "Sensitive micro magnetic sensor family utilizing magneto-impedance and stress-impedance effects for intelligent measurements and controls", *Sensors and actuators*, № 91, pp. 85-90, 2001.

28. А. Ферт, "Происхождение, развитие и перспективы спинтроники", *Успехи физических наук / Нобелевские лекции по физике* - 2007. т. 178, №12, с. 1136-1348, 2008.

29. J. Deak, A. Jander, E. Lange, S. Mundon, D. Brownell, L. Tran, "Delta-sigma digital magnetometer utilizing bistable spin-dependent-tunneling magnetic sensors", *Journal of Applied Physics*, vol. 99, issue 8, pp. 08B320-08B323, 2006.

30. James Geza Deak, Zhimin Zhou, "Closed-loop TMR current sensor", № CN 105606877 A, May 25, 2016.

31. James Geza Deak, Zhimin Zhou, "Push-pull x-axis magnetoresistive sensor", № WO 2016197840 A1, Dec. 15, 2016.

32. Seong-Min Hwang, Kiwoong Kim, Kwon-Kyu Yu, Seong-Joo Lee, Jeong-hyun Shim, "Low magnetic field, ultra-low magnetic field nuclear magnetic resonance and magnetic resonance image apparatus", № US 20160209482 A1, Jul. 21, 2016.

33. О. В. Осадчук, М. О. Притула, К. О. Коваль, "Аналіз надчутливих пристроїв та їх сенсорів до магнітного поля на ефекті Джозефсона" на Міжнародній науково-практичній конференції "Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи", Київ, 2015, с. 112-114.

34. В.С. Осадчук, О. В. Осадчук, *Сенсори тиску і магнітного поля*. Вінниця, Україна: УНІВЕРСУМ, 2005.

35. В. С. Осадчук, О. В. Осадчук, *Напівпровідникові перетворювачі інформації*. Вінниця, Україна: ВНТУ, 2004.

36. В. С. Осадчук, А. В. Осадчук, "Методы построения микроэлектронных радиоизмерительных преобразователей с частотным принципом работы", *Технология и конструирование в электронной аппаратуре*, № 3. с. 26-33, 2004.

37. Bruno Ando, Salvatore Baglio, Adi R. Bulsara, Vincenzo Sacco, "Residence Times Difference Fluxgate Magnetometers", *IEEE Sensors*, vol. 5, № 5, pp. 895-904, 2005.



38. Y. Nishio, F. Tohyama, N. Onishi, "The sensor temperature characteristics of a fluxgate magnetometer by a wide-range temperature test for a Mercury exploration satellite", *Measurement Science and Technology*, vol. 18. - pp. 2721-2730, 2007.

Chapter 2.

1. Мишин Я.А. О системах автоматизированного проектирования в беспроводных сетях // *Вестник Воронежского института высоких технологий*. 2013. № 10. С. 153-156.

2. Преображенский Ю.П. Некоторые проблемы автоматизации процессов // В сборнике: *Техника и технологии: пути инновационного развития. сборник научных трудов 8-й Международной научно-практической конференции*. Юго-Западный государственный университет. 2019. С. 62-64.

3. Мэн Ц. Анализ методов классификации информации в интернете при решении задач информационного поиска // *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2016. № 2 (13). С. 19.

4. Русанов П.И., Юрочкин А.Г. Проблемы сетевого моделирования // *Вестник Воронежского института высоких технологий*. 2019. № 1 (28). С. 64-66.

5. Преображенский Ю.П. Об обеспечении безопасности корпоративной сети // *Вестник Воронежского института высоких технологий*. 2018. № 2 (25). С. 47-50.

6. Ерасов С.В. Проблемы электромагнитной совместимости при построении беспроводных систем связи // *Вестник Воронежского института высоких технологий*. 2013. № 10. С. 137-143.

7. Зяблов Е.Л., Преображенский Ю.П. Построение объектно-семантической модели системы управления // *Вестник Воронежского института высоких технологий*. 2008. № 3. С. 029-030.

8. Гостева Н.Н., Гусев А.В. О возможности увеличения эффективности производства // *Вестник Воронежского института высоких технологий*. 2017. № 1 (20). С. 76-78.

9. Кульнева Е.Ю., Гащенко И.А. О характеристиках, влияющих на моделирование радиотехнических устройств // *Современные наукоемкие технологии*. 2014. № 5-2. С. 50.

10. Львович Я.Е., Львович И.Я., Волкова Н.В. Проблемы построения корпоративных информационных систем на основе web-сервисов // *Вестник*



Воронежского государственного технического университета. 2011. Т. 7. № 6. С. 8-10.

11. Комаристый Д.П., Агафонов А.М., Степанчук А.П., Коркин П.С. Использование информационных систем на предприятиях // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2017. № 2 (21). С. 104-106.

12. Головинов С.О., Хромых А.А. Проблемы управления системами мобильной связи // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2012. № 9. С. 13-14.

13. Максимов И.Б. Принципы формирования автоматизированных рабочих мест // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2014. № 12. С. 130-135.

14. Преображенский Ю.П. Оптимизация работы предприятия // В сборнике: Молодежь и XXI век - 2019. материалы IX Международной молодежной научной конференции. 2019. С. 371-374.

15. Преображенский Ю.П. Проблемы кодирования информации в каналах связи // В сборнике: Современные инновации в науке и технике. Сборник научных трудов 8-й Всероссийской научно-технической конференции с международным участием. Ответственный редактор А.А. Горохов. 2018. С. 180-182.

16. Свиридов В.И., Чопорова Е.И., Свиридова Е.В. Лингвистическое обеспечение автоматизированных систем управления и взаимодействие пользователя с компьютером // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2019. Т. 7. № 1 (24). С. 430-438.

17. Гостева Н.Н., Гусев А.В. Информационные системы в управлении производством // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2017. № 1 (20). С. 58-60.

18. Преображенский Ю.П., Мясников О.А. Анализ перспектив информационных технологий в сфере интернет вещей // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2020. № 1 (32). С. 43-45.

19. Казаков Е.Н. Разработка и программная реализации алгоритма оценки уровня сигнала в сети wi-fi // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2016. № 1 (12). С. 13.

20. Самойлова У.А. О некоторых характеристиках управления предприятием // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2014. № 12. С. 176-179.



21. Суворов А.П., Лесников А.С. Особенности развития современных телекоммуникационных сетей // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2020. № 1 (32). С. 46-48.

22. Ермолова В.В., Преображенский Ю.П. Архитектура системы обмена сообщений в немаршрутизируемой сети // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2010. № 7. С. 79-81.

23. Милошенко О.В. Методы оценки характеристик распространения радиоволн в системах подвижной радиосвязи // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2012. № 9. С. 60-62.

Chapter 3.

1. The CHAOS Report 2015. The Standish Group International, Inc., 2015.

2. Avison D.E., Torkzadeh G. Information Systems Project Management. SAGE Publications, Inc., 2009, 496 p.

3. Avison D.E., Fitzgerald G. Information Systems Development: Methodologies, Techniques and Tools, Forth Edition. - McGraw-Hill : Maidenhead, 2006. 670 p.

4. Avison D., Guy Fitzgerald G. Methodologies for Developing Information Systems: A Historical Perspective, 2015. 12 p. [Электронный ресурс]: [https://www.researchgate.net/publication/227101490 Methodologies for Developing Information Systems A Historical Perspective/link/554a17800cf21ed213578c05/download](https://www.researchgate.net/publication/227101490_Methodologies_for_Developing_Information_Systems_A_Historical_Perspective/link/554a17800cf21ed213578c05/download) [Дата обращения: 01.02.2022].

5. Finkelstein C. Information Engineering Methodology. // In: Bernus P., Mertins K., Schmidt G. (eds) Handbook on Architectures of Information Systems. International Handbooks on Information Systems. Springer, 2006, P. 459 – 483

6. CA GEN. Broadcom Company. [Электронный ресурс]: <https://docs.broadcom.com/doc/ca-gen> [Дата обращения: 01.02.2022].

7. Brinkkemper S. Method engineering: engineering of information systems development methods and tools // Information and Software Technology 38 (1996) P. 275-280

8. Harmsen F., Brinkkemper S., Oei H. Situational Method Engineering for Information System Project Approaches // Verrijn Stuart A.A. , Olle T.W. (Eds.), Methods and Associated Tools for the Information Systems Life Cycle. Proceedings of the IFIP WG 8.1 Working Conference, Maastricht, Netherlands, September 1994, IFIP Transactions A-55. - North-Holland, 1994. P. 169-194



9. Agnes-Ildiko Wittrich. A historical retrospective on project management // Essays of Science XX, Academical essays from the field of interdisciplinary sciences for theoretical and practical application, part 20 /XX - EAB – Publishing, Publishing house Readbox Unipress, 2021. P. 392 - 403
10. The Guide to the Project Management Body of Knowledge (PMBOK) 4-th Edition, Project Management Institute, Inc., 2008. 467 p.
11. The PRINCE2 Training Manual. A common sense approach to learning and understanding PRINCE2 MgmtPlaza. 2010. 234 p.
12. Špundak M. Mixed agile/traditional project management methodology – reality or illusion? // Procedia - Social and Behavioral Sciences. · 2014. P. 939 - 948
13. Nadia B., Daniel A. Project Management Using PRIMAVERA for Enterprise Systems // Annals of the Oradea University Fascicle of Management and Technological Engineering. Volume IX (XIX), № 1, 2010. P. 17 - 26
14. Сухомлинов А.И. К новому поколению инженерии систем. «Информационные системы и технологии», №4 (126) 2021. с. 84-93

Chapter 4.

1. Altenbach H., Eremeyev V.A. (2009). On the linear theory of micropolar plates, Journal of applied mathematics and mechanics, vol. 89, issue 4, pp. 242–256.
2. Ambarcumyan S. A. (1987). Teorija anizotropnih plastin [Theory of Anisotropic Plates], Moskva: Nauka.
3. Cicala R. (1959). Sulla teoria elastica della plate sottile, Giorn genio Civile, vol. 97, issue 4, pp. 238–256.
4. Ebrahimi F., Nasirzadeh P. (2015). A nonlocal Timoshenko beam theory for vibration analysis of thick nanobeams using differential transform method, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, vol. 53, issue 4, pp. 1041–1052.
5. Ghasemabadian M. A., Saidi A. R. (2017). Stability analysis of transversely isotropic laminated Mindlin plates with piezoelectric layers using a Levy-type solution, Structural Engineering and Mechanics, vol. 62, issue 6. pp. 675–693.
6. Grigorenko Ya. M., Vasilenko A. T., Pankratova N. D. (1991). Zadachi teorii uprugosti neodnorodnyh tel [Problems of the theory of elasticity of inhomogeneous bodies], Kiev: Naukova dumka.
7. Gulyaev V. I., Bazhenov V. A., Lizunov P. P. (1978). Neklassicheskaja teorija obolochek i ee primenenie dlja reshenija inzhenernyh zadach [Non-classical theory of shells and its application to solving engineering problems], Lvov:



Izdatelstvo Lvovskogo universiteta.

8. Homa I. Yu. (1973). Ob obshhem reshenii sistemy uravnenij ravnovesija izgiba plastin postojanno tolshhiny [On the general solution of the system of equations of equilibrium for bending plates of constant thickness], Doklady AN SSSR [Reports of the USSR Academy of Sciences], issue 1, pp. 59–62.

9. Kazemi M. (2018). Hygrothermoelastic buckling response of composite laminates by using modified shear deformation theory, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, vol. 56, issue 1, pp. 3–14.

10. Kilchevskij N. A. (1963). Osnovy analiticheskoy mehaniki obolochek [Fundamentals of Analytical Shell Mechanics], Izdatelstvo AN USSR, Kiev.

11. Kushnir R. M., Marchuk M.V., Osadchuk V. A. (2006). Nelinejnye zadachi statiki i dinamiki, podverzhennye poperechnoj deformacii sdviga i szhatija plastin i obolochek [Nonlinear problems of statics and dynamics susceptible to transverse shear deformation and compression of plates and shells], Aktualnye problemy mehaniki deformiruемого tverdogo tela [Actual problems of the mechanics of a deformable solid], Doneck, pp. 238–240.

12. Mushtari H. M. (1959). Teoriya izgiba plit srednej tolshhini [Theory of bending plates of medium thickness], Izvestiya AN SSSR, Otdel tehnikeskikh nauk, Mehanika i mashinostroenie [Mechanics and mechanical engineering], vol. 2, pp. 107–113.

13. Nemish Yu.N., Homa I.Yu. (1991). Naprjazhenno-deformirovannoe sostojanie netonkih obolochek i plastin. Obobshhennaja teorija [Stress-strain state of non-thin shells and plates. Generalized theory], Prikladna mehanika [Applied mechanics], vol. 29, issue 11, pp. 3–27.

14. Nemish Yu. N. (2000). Razvitie analiticheskikh metodov v trehmernykh zadachah statiki anizotropnykh tel [The development of analytical methods in three-dimensional problems of the statics of anisotropic bodies], Prikladna mehanika [Applied mechanics], vol. 36, issue 2, pp. 3–38.

15. Novackij V. (1970). Dinamicheskie zadachi termouprugosti [Dynamic Problems of Thermoelasticity], M.: Mir.

16. Plehanov A. V., Prusakov A. P. (1976). Ob asimptoticheskom metode postroeniya teorii izgiba plastin srednej tolshhiny [On an asymptotic method for constructing a theory of bending of plates of medium thickness], Mehanika tverdogo tela [Journal of Solid State Mechanics], vol. 3, pp. 84–90.

17. Ponyatovskij V. V. (1962). K teorii plastin srednej tolshhiny [To the theory



of medium-thickness plates], *Prikladnaya matematika i mehanika* [Applied Mathematics and Mechanics], vol. 24, issue 2, pp. 335–341.

18. Pozhuyev V. I. (1980). Reakciya cilindricheskoj obolochki, nahodyashejsya v transversalno-izotropnoj srede, na dejstvie podvizhnoj nagruzki [Reaction of a cylindrical shell located in a transversally isotropic medium to the action of a moving load], *Prikladnaya mehanika* [Applied mechanics], vol. 16, issue 11, pp. 28–35.

19. Prusakov A. P. (1975). O postroenii teorii izgiba plastin srednej tolshchiny energoasimptoticheskim metodom [On the construction of the theory of bending of plates of medium thickness by the energy-asymptotic method], *Prikladnaya mehanika* [Applied mechanics], vol. 11, issue 10, pp. 44–51.

20. Prusakov A. P. (1993). O postroenii uravnenij izgiba dvenadcatogo porjadka dlja poperechno-izotropnoj plastiny [On the construction of twelfth-order bending equations for a transversely isotropic plate], *Prikladnaya mehanika* [Applied mechanics], vol. 29, issue 12, pp. 51–58.

21. Reissner E. (1944). On the theory of bending of elastic plates, *Journal of Mathematics and Physics*, vol. 33, pp. 184–191.

22. Reissner E. (1950). On a variational theorem in elasticity, *Journal of Mathematics and Physics*, vol. 33, pp. 90–95.

23. Sheremetev M. P., Peleh B. L. (1964). K postroeniyu utochnennoj teorii plastin [On the construction of a refined theory of plates], *Inzhenernyj Zhurnal* [Engineering Journal], vol. 4, issue 3, pp. 504–509.

24. Shevlyakov Yu. A., Shevchenko V. P. (1964). Rozv'yazok zadach zginu pologih sferichnih obolonok [Solving the problems of bending flat shallow shells], *Prikladna mehanika* [Applied mechanics], vol. 10, issue 4, pp. 382–391.

25. Storozhuk E. A., Chernyshenko I. S., Yacura A. V. (2018). Napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie vozle otverstiya v podatlivoj na sdvig kompozitnoj cilindricheskoj obolochke ellipticheskogo secheniya [Stress-strain state near a hole in a shear-compliant composite cylindrical shell with an elliptical cross section], *Prikladna mehanika* [Applied mechanics], vol. 54, issue 5, pp. 78–86.

26. Timoshenko S. P. (1921). On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars, *Philosophical Magazine and Journal of science*, vol. 41, issue 6, 245, pp. 744–746.

27. Vekua I. N. (1955). Ob odnom metode rascheta prizmaticheskikh obolochek [About one method for calculating prismatic shells], *Trudy Tbilisskogo matematicheskogo instituta* [Proceedings of the Tbilisi Mathematical Institute], vol.



21, pp. 191–293.

28. Velichko P. M., Shevlyakov Yu. A., Shevchenko V. P. (1969). Napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie plastin i obolochek pri sosredotochennyh nagruzkah [Stress-strain state of plates and shells under concentrated loads], Trudy 7-j Vsesoyuznoj konferencii po teorii plastin i obolochek, Dnepropetrovsk [Proceedings of the 7th All-Union Conference on the Theory of Plates and Shells, Dnepropetrovsk], Moscow: Nauka, pp. 142–145.

29. Zelensky A. G., Serebrianska P. A. (2008). Do rozrakhunku plastyn na zghyn z urakhuvanniam nablyzhen vyshchych poriadkiv [To the calculation of plates for bending taking into account higher-order approximations]. Visnyk Dnipropetrovskoho universytetu [Bulletin of Dnipropetrovsk University], vol. 16, №. 5, Mekhanika [Mechanics], issue 11, vol. 1, pp. 127–136.

30. Zelenskij A. G. (2009). Modeli analitychnoi teorii transversalno-izotropnykh plastyn [Models of analytical theory of transversal-isotropic plates], Visnik Dnipropetrovskogo universitetu [Bulletin of Dnipropetrovsk University], vol. 17, №. 5, Mehanika [Mechanics], issue 13, vol. 2, pp. 54–62.

31. Zelensky A. G. (2019). Mathematical Theory of Transversally Isotropic Shells of Arbitrary Thickness at Static Load. Materials Science Forum. Actual problems of engineering mechanics. Switzerland: Trans Tech Publications Ltd, vol. 968, pp. 496–510. ISSN: 1662–9752, doi: 10.4028/www.scientific.net/MSF.968.496.

32. Zelensky A. G. (2019). The Method of Successive Approximations in the Mathematical theory of Shallow Shells of Arbitrary Thickness. World Science, Multidisciplinary Scientific Edition, Physics and Mathematics. RS Global Sp. z O.O.: Warsaw, vol. 1, №11(51), pp. 31–39.

33. Zelensky A. G. (2019). Analytical and Practical Development of Variant of Mathematical Theory of Shells of Small Curvature of Arbitrary Thickness. New Stages of Development of Modern Science in Ukraine and eu Countries. Chapter “Physical and Mathematical Sciences”. Monograph. Riga, Latvia: “Baltija Publishing”, pp. 308–328.

34. Zelensky A. G. (2020). Development of a Variant of Mathematical Theory of Thick Transversal-isotropic Plates, International periodic scientific journal. Modern engineering and innovative technologies. Karlsruhe. Issue № 11, Part 1, pp. 27–41.

35. Zelensky A. G. (2022). Methodology of solving differential equilibrium Equations of mathematical plate theory. Proceedings of the Scientific Collection "InterConf", (99) of the 4th International Scientific and Practical Conference



"International Scientific Discussion: Problems, Tasks and Prospects" (February 19-20, 2022) in Brighton, UK, pp.741–752.

Chapter 5.

1. Yu. A. Mitropol'skii, V. L. Kulik Invariant manifolds of autonomous differential equations, and sign-variable Lyapunov functions, Differ. Equ., 28:3 1992, C. 331–337

2. Самойленко Анатолій Михайлович. Матеріал з Вікіпедії – вільної енциклопедії. URL:

<https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B0%D0%BC%D0%BE%D0%B9%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%BA%D0%BE%D0%90%D0%BD%D0%B0%D1%82%D0%BE%D0%BB%D1%96%D0%B9%D0%9C%D0%B8%D1%85%D0%B0%D0%B9%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%B8%D1%87> (дата звернення 07.03.2022)

3. N.A. Marchuk Yu. V. Teplins'kyi. On the Fréchet Differentiability of Invariant Tori of Countable Systems of Difference Equations Defined on Infinite-Dimensional Tori. Ukrainian Mathematical Journal. 2003. № 1. – P. 93-111 – URL: https://scholar.google.com.ua/citations?view_op=view_citation&hl=uk&user=x1M7AGwAAAAJ&citation_for_view=x1M7AGwAAAAJ:iH-uZ7U-co4C

4. Теплінський Ю.В., Марчук Н.А. Про C^p -гладкість інваріантного тора зчисленної системи різницевих рівнянь, визначеної на m – вимірному торі // Нелінійні коливання. 2002. № 2. С.251-265.

5. Мартинюк Д.І., Верьовкіна Г.В. Інваріантні множини злічених систем різницевих рівнянь // Вісник Київського Університету. Сер. фіз.-мат. наук. 1997. № 1. С. 117- 127.

6. N.A. Marchuk Yu. V. Teplins'kyi. Truncation method in studying the smoothness of invariant tori of countable systems of difference equations with parameters // Zb. Nauk. Prats' Kam'yanets'-Podil's'k. Ped. Univ 2000. – P. 117-126 – URL:

https://scholar.google.com.ua/citations?view_op=view_citation&hl=uk&user=x1M7AGwAAAAJ&citation_for_view=x1M7AGwAAAAJ:bEWMUwI8FkC

7. Марчук Н.А. О существовании непрерывного инвариантного тора счетной системы разностных уравнений с параметрами // Міжнародна наукова конференція імені академіка М. Кравчука: матеріали конференції. Київ, 2000.



C.150.

8. Теплінський Ю.В., Марчук Н.А. Про гладкість інваріантних торів зчисленних систем різницевих рівнянь, визначених на торах // «Диференціальні рівняння і нелінійні коливання»: тези доповідей Міжнародної конференції. Київ, 2001. С.157.

9. Marchuk N. A. On continuity of the invariant torus for countable system of difference equations dependent on parameters. Nonlinear oscillations. 2001. Vol. 4, №3. P. 316-325

Chapter 6.

1.Соколов В. Н., Ситникова Е. С. ДВИ И ПЕТ/КТ в диагностике онкологической патологии брюшной полости. Russian Electronic Journal of Radiology, Москва. 2016, сс. 53–54.

2.Кармазановский Г.Г. Компьютерно-томографическая диагностика рака поджелудочной железы: лекция/ Г.Г. Кармазановский //Медицинская визуализация. – 2003. – №1. – 97-105.

3. Prof. SokolovV. Использование виртуальной КТ-эндоскопии при патологии сосудов головного мозга и брюшной полости. Congresul 11al medicilor imegisti din Republica Moldova cu participare internationala| 8 noiembrie 2007|.

4. А.В. Зубарев, И. А. Каленова, Н. Е. Агафонов// Тезисы докладов VII всероссийского съезда рентгенологов и радиологов. – Челябинск; М., 2001 – 265.

5. Ростовцева Т. М., Ананьева Н. И., Кармазановский Г. Г., Васильев С. В., Смирнова Е. В., Ежова Р. В. Предоперационное стадирование рака прямой кишки. Специализированный протокол магнитно-резонансной томографии. Russian Electronic Journal of Radiology, Москва. 2016, сс. 61–63.



SCIENTIFIC EDITION

MONOGRAPH
ERBE DER EUROPÄISCHEN WISSENSCHAFT
INGENIEURWISSENSCHAFTEN, INFORMATIK, PHYSIK UND MATHEMATIK,
MEDIZIN

HERITAGE OF EUROPEAN SCIENCE
ENGINEERING, INFORMATICS, PHYSICS AND MATHEMATICS, MEDICINE

MONOGRAPHIC SERIES «EUROPEAN SCIENCE»

BOOK 9. PART 1

Authors:

Arbatskaya O.S. (6), Dius E.N. (6), Doikova E.M. (6), Dorofeeva T.K. (6),
Korsun A.A. (6), Lvovich I.Y. (2), Lvovich Y.E. (2), Marchuk N.A. (5),
Osadchuk A.V. (1), Osadchuk I.A. (1), Osadchuk V.S. (1),
Preobrazhenskiy A.P. (2), Preobrazhenskiy Y.P. (2), Pritula M.A. (1),
Rozhkovskaya G.M. (6), Semenyshyna I.V. (5), Sokolov V.N. (6),
Sukhomlinov A.I. (3), Tsvigovsky V.M. (6), Zelensky A.G. (4)

The scientific achievements of the authors of the monograph were also reviewed and recommended for publication at the international scientific symposium

«Erbe der europäischen Wissenschaft /
Heritage of European science»
(March 30-31, 2022)

The monograph is included in

International scientometric databases

500 copies
February, 2022

Published:
ScientificWorld -NetAkhatAV
Lußstr 13,
Karlsruhe, Germany



Monograph published in the author's edition

e-mail: editor@promonograph.org
<https://desymp.promonograph.org>

Monograph published in the author's edition

ISBN 978-3-949059-50-6





ProMonograph

<https://desymp.promonograph.org>

e-mail: editor@scilook.eu