

MONOGRAPH

***SCIENTIFIC RESEARCH
IN MODERN CONDITIONS
OF INSTABILITY '2024***



*BOOK 34
PART 1*

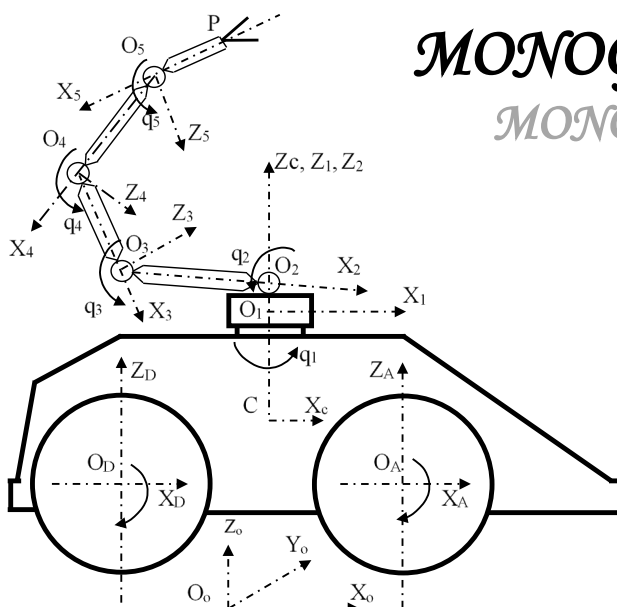


Ashhepkova Natalja Sergeevna, Koshevoy Nicolay Dmitrievich

**WISSENSCHAFTLICHE FORSCHUNG UNTER
MODERNEN BEDINGUNGEN DER INSTABILITÄT
ANALYSE DER DYNAMIK UND REGELUNG AUTONOMER MOBILER ROBOTER
*SCIENTIFIC RESEARCH IN MODERN CONDITIONS OF
INSTABILITY*
ANALYSIS OF DYNAMICS AND CONTROL OF AUTONOMOUS MOBILE ROBOTS**

*Monographic series «European Science»
Book 34. Part 1.*

*In internationalen wissenschaftlich-geometrischen Datenbanken enthalten
Included in International scientometric databases*



MONOGRAPHIE
MONOGRAPH

Authors:

Ashhepkova Natalja Sergeevna
Koshevoy Nicolay Dmitrievich

Wissenschaftliche Forschung unter modernen Bedingungen der Instabilität: Analyse der Dynamik und Regelung autonomer mobiler Roboter. Monografische Reihe «Europäische Wissenschaft». Buch 34. Teil 1. 2024.

Scientific research in modern conditions of instability: Analysis of dynamics and control of autonomous mobile robots. Monographic series «European Science». Book 34. Part 1. 2024.

ISBN 978-3-98924-067-4

DOI: 10.30890/2709-2313.2024-34-01

Published by:

ScientificWorld-NetAkhatAV

Lußstr. 13

76227 Karlsruhe, Germany

e-mail: editor@promonograph.org

site: <https://desymp.promonograph.org>

Copyright © Authors, 2024

Copyright © Drawing up & Design. ScientificWorld-NetAkhatAV, 2024



ÜBER DIE AUTOREN / ABOUT THE AUTHORS



Ashhepkova Natalja Sergeevna, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Oles Honchar Dnipro National University, Department of Mechanotronics, ORCID: 0000-0002-1870-1062



Koshevoy Nicolay Dmitrievich, Doctor of Technical Sciences, Professor, National Aerospace University “Kharkov Aviation Institute”, Department of Intelligent Visual Systems and Engineering of Quality, ORCID: 0000-0001-9465-4467



Inhalt / Content

Introduction..... 6

CHAPTER 1

DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL OF THE DYNAMICS OF AN AUTONOMOUS MOBILE ROBOT OF VARIABLE CONFIGURATION.....7

1.1. Equation of motion of the center of mass of an autonomous mobile robot of variable configuration along the trajectory 21

1.2. Equation of angular motion of an autonomous mobile robot with a moving manipulator 27

1.3. The equation of motion of the manipulator relative to the body of the autonomous mobile robot 34

CHAPTER 2

THE METHOD OF ANALYZING THE CURRENT STATE OF THE INERTIAL CHARACTERISTICS OF AN AUTONOMOUS MOBILE ROBOT OF VARIABLE CONFIGURATION.....41

CHAPTER 3

CONTROL OF A DYNAMIC OBJECT WITH A NON-DIAGONAL AND NON-STATIONARY INERTIA TENSOR WHEN MOVING ALONG A TRAJECTORY.....54

CHAPTER 4

ANALYSIS OF THE RELATIONSHIP BETWEEN THE CHANNELS OF THE CONTROL SYSTEM OF THE AUTONOMOUS MOBILE ROBOT.....64

4.1. Influence of cross-links on the accuracy of a multi-link control system in steady state 68

4.2. Effect of cross-links on the accuracy of a multi-link control system in dynamic mode 71

CHAPTER 5

STABILITY ANALYSIS OF THE AUTONOMOUS MOBILE ROBOT CONTROL SYSTEM.....73

5.1. Stability of the multi-link control system..... 77

5.2. Fluctuating limit of stability 79



CHAPTER 6
SYNTHESIS OF A SERIES COMPENSATOR FOR THE CONTROL SYSTEM OF AN AUTONOMOUS MOBILE ROBOT.....81

- 6.1. Multi-link automatic adjustment system with direct cross links in the compensator 86
- 6.2. Multi-link automatic adjustment system with inverted cross-links in the compensator 88

CHAPTER 7
SYNTHESIS OF OPTIMAL GRIP TRAJECTORIES OF THE MANIPULATOR OF AN AUTONOMOUS MOBILE ROBOT.....91

References..... 101



INTRODUCTION

Робота містить результати дослідження руху автономного мобільного робота (АМР) змінюваної конфігурації з врахуванням взаємозв'язку динамічних параметрів механічної системи.

Особливості динаміки автономного мобільного робота з маніпулятором обумовлені зміною положення центру мас системи при відносному русі маніпулятора та сумірністю недіагональних і діагональних елементів тензору інерції, обчислених відносно осей базової системи координат. Складання математичної моделі здійснено за методом Ньютона-Ейлера. Отримана математична модель містить:

- рівняння руху центру мас системи автономного мобільного робота змінюваної конфігурації вздовж траєкторії в інерціальній системі координат;
- рівняння кутового руху автономного мобільного робота змінюваної конфігурації в інерціальній системі координат;
- рівняння руху маніпулятора відносно АМР.

У загальному випадку центр мас платформи автономного мобільного робота рухається у горизонтальній площині. Встановлення взаємозв'язку динамічних параметрів механічної системи дозволить зберегти функціональність та забезпечити орієнтацію автономного мобільного робота у вертикальних площинах незважаючи на переміщення маніпулятора.

Як об'єкт керування автономного мобільного робота з маніпулятором це багатозв'язна система з перехресним внутрішнім зв'язком каналів керування, який утворено динамічними параметрами механічної системи. За результатами математичного моделювання із застосуванням запропонованої моделі можна розробити алгоритми адаптивного керування з використанням перехресного зв'язку каналів. Для забезпечення керованості автономного мобільного робота запропоновано метод керування з врахуванням перехресного зв'язку каналів. В деяких випадках взаємний зв'язок каналів можна подолати за рахунок додавання послідовного компенсатора до кожного каналу керування.

Врахування перехресних внутрішніх зв'язків каналів керування дає можливість виявити резерви для зниження енерговитрат, підвищення стійкості, поліпшення ефективності і живучості автономного мобільного робота змінюваної конфігурації при роботі в екстремальних або наперед невизначених умовах.

Представлені матеріали за результатами роботи за д/б темами:
№ 0122 U 001326 «Науково- методичне забезпечення прикладних досліджень в механіці механотронних систем», 2022-2024 р.р.

№ 0121 U 108950 «Розробка вимірювальних перетворювачів з цифровим виходом», 2021-2023 р.р.



KAPITEL 1 / CHAPTER 1

DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL OF THE DYNAMICS OF AN AUTONOMOUS MOBILE ROBOT OF VARIABLE CONFIGURATION

Роботи і маніпулятори (М) були створені для виконання завдань, з якими людина не може впоратися за деяких обставин. Наприклад, АМР змінюваної конфігурації виконують роботи у небезпечних або шкідливих для людини умовах. Усе частіше М використовуються у військових цілях [1, 2], у космосі [3, 4], у ядерній енергетиці [5], для подолання наслідків техногенних і природних катастроф [6]. Для робіт в екстремальних умовах, як правило, застосовуються дистанційно керовані АМР з М [1–6]. Для забезпечення ефективного дистанційного керування АМР з М потрібно розробити:

- кінематичну схему АМР з М з виконавчими приводами,
- інформаційну систему АМР з М,
- математичну модель з врахуванням динамічних взаємозв'язків каналів керування,
- алгоритми керування та програмне забезпечення,
- технологію передачі команд від оператора.

Для дослідження динаміки такі АМР можна розглядати як М на рухливій основі або систему «носій та перенесене тіло» [1–6]. В [7] зазначено, що для точного моделювання динаміки АМР з М необхідно врахувати взаємодію між М і платформою, взаємозв'язок одночасного обертання та ковзання жорстких рук, а також неголономні обмеження для запобігання проковзуванню та заносу платформи.

Особливістю динаміки АМР з маніпулятором, як системи тіл, є [8]:

- зміна положення центру мас системи при відносному русі маніпулятора;
- сумірність недіагональних і діагональних елементів тензору інерції, обчислених відносно осей базової системи координат, пов'язаної із центром мас платформи АМР.

Зміна положення центру мас системи обумовлює виникнення збурюючих моментів і спричиняє втрату орієнтації АМР у вертикальних площинах. Втрата



орієнтації або падіння АМР в робочій зоні з екстремальними умовами не лише приводить до неможливості виконання технологічних операцій і спричиняє матеріальні збитки. При транспортуванні радіаційних або вибухонебезпечних об'єктів падіння АМР може мати катастрофічні наслідки.

Недіагональність тензору інерції системи тіл відносно базової системи координат, обумовлює [8]:

- виникнення неузгодженості головних центральних осей інерції системи тіл з осями зв'язаної із центром мас платформи АМР базовою системою координат;

- неузгодженість керуючих впливів з напрямками головних центральних осей інерції системи;

- взаємозалежність каналів керування.

При наданні керуючих команд приводам шасі АМР недіагональність тензору інерції обумовлює виникнення кутових швидкостей у напрямках перпендикулярних напрямку руху. Система керування намагається відпрацювати збурення і запобігти зростанню кутових швидкостей у напрямках перпендикулярних напрямку руху. Незважаючи на роботу системи керування, внаслідок недіагональності і нестационарності тензору інерції та перехресному зв'язку каналів керування, АМР з М втрачає орієнтацію. Додаткові спрацьовування системи керування збільшують енерговитрати, зменшують час автономної роботи і знижують продуктивність АМР.

Рухлива основа розширює сервісні характеристики М, але накладає більш жорсткі вимоги на приводи, пристрої систем керування й спостереження.

Цикл роботи АМР з М можна розділити на декілька етапів [9]:

- рух платформи АМР з точки старту S до точки фінішу F при нерухомому маніпуляторі з дотриманням вимог оптимальності (швидкодія, продуктивність або економічність, і т. п.);

- виконання технологічних операцій маніпулятором, навісним або інформаційним обладнанням при нерухомій або рухомій платформі;



– повернення платформи АМР до точки старту S (або рух до заздалегідь заданої кінцевої точки K) при нерухомому маніпуляторі.

На першому етапі роботи АМР являє собою візок з адаптивною системою керування, який рухається в наперед невизначених умовах зовнішнього середовища. Для забезпечення усталеного руху АМР від точки S до точки F система керування повинна за результатами розвідки робочої зони скласти небезпечний маршрут і згенерувати керуючі команди на кожний привод шасі. Якщо у механічній системі існує взаємозв'язок динамічних характеристик і каналів керування, то вплив на приводи шасі викликає збурення у приводах маніпулятора. Такі збурення обумовлюють прирости узагальнених координат M в наслідок чого M починає рухатись відносно платформи і система втрачає стійкість. Таким чином, щоб дотриматися вимог оптимальності навіть для переміщення АМР з нерухомим M необхідно попередньо встановити взаємозв'язок динамічних характеристик, виконати математичне та імітаційне моделювання механічної системи. Математичне моделювання динаміки АМР змінюваної конфігурації без врахування взаємозв'язку динамічних параметрів механічної системи обумовлює методологічні й обчислювальні помилки.

Актуальність теми полягає в необхідності створення математичної моделі динаміки АМР із маніпулятором з урахуванням взаємозв'язків динамічних параметрів механічної системи. Така математична модель є науковою основою для розробки алгоритмів адаптивного керування з блоком поточної самоідентифікації об'єкта. Синтез команд на приводи виконавчих органів здійснюється програмно он-лайн після аналізу динамічних параметрів механічної системи з врахуванням взаємозв'язку каналів керування. На практиці це дозволить зберегти функціональність та забезпечити орієнтацію АМР у вертикальних площинах незважаючи на зовнішні збурення та переміщення маніпулятора.

Аналіз літератури. При дистанційній роботі в екстремальних апріорно невизначених умовах зовнішнього середовища застосовують різні конструкції



АМР змінюваної конфігурації. Використання АМР з маніпуляторами також доцільне при здійсненні технологічних операцій з радіаційними [5] або вибухонебезпечними об'єктами [1, 2]. При експлуатації таких АМР маніпулятор здійснює технологічні операції з переміщенням об'єкту маніпулювання (вантаж, інструмент, контрольовано-вимірювальні прилади) за заданим законом руху.

На різних ділянках траєкторії АМР змінюваної конфігурації можуть змінюватися параметри навантаження: геометричні розміри, форма, розподіл мас. Ці особливості слід врахувати при складанні математичної моделі, оскільки коефіцієнти диференціальних рівнянь динаміки є функціями узагальнених координат маніпулятора і залежать від закону руху і параметрів навантаження.

Наявність рухливої основи підвищує маневреність маніпуляційних АМР, розширює робочий простір і збільшує кількість припустимих конфігурацій маніпулятора, але знижує точність позиціонування схвату (навісного устаткування або інструменту).

Динамічні процеси для М на рухомій платформі можна розділити на три режими руху:

- керований рух платформи по заданому маршруту з «зачекованим» М;
- виконання технологічних операцій М при зупиненій платформі;
- М виконує технологічні операції при керованому русі платформи.

Математична модель динаміки механічної системи «АМР з М» має бути складена і завантажена у мікропроцесор системи керування у загальному випадку. Рівняння динаміки механічної системи для перелічених режимів руху є окремими випадками і утворюються із загальної математичної моделі при певних умовах. Крім того, математична модель має відображати динамічні особливості досліджуваної конструкції АМР з М.

Керований рух платформи з «зачекованим» маніпулятором досить добре досліджено для різних варіантів конструкції шасі. «Зачекований» маніпулятор змінює координати центру мас системи, але елементи тензору інерції – стаціонарні [8]. При реалізації цього режиму руху АМР – керований візок, який рухається вздовж траєкторії. Синтез закону керування плоским рухом робота-



візка є типовою задачею: відомо декілька методів стабілізації руху вздовж заданої траєкторії. В [10] досліджено динаміку 4 – колісного візка оснащеного нерухомими пристроями. Наведено математичну модель динаміки повнопривідного та передньопривідного візка при поворотах. При цьому платформа вважається твердим тілом, центр мас платформи є центром мас системи. Представлена в [10] лінеарізована математична модель не відображає взаємозв'язку динамічних параметрів і каналів керування.

При переміщенні АМР з М по заданому маршруту система керування має забезпечити мінімальне відхилення центру мас платформи від заданої траєкторії. При цьому керуючі моменти направлені вздовж осей базової системи координат, пов'язаної із центром мас платформи АМР.

В [11] безпілотний транспортний засіб розглянуто як багатотільну шарнірну систему. Для опису кінематики візка застосовано модифікований метод Денавіта-Хартенберга. Для складання динамічної моделі використовується алгоритм Ньютона-Ейлера. Запропонована модель враховує взаємозв'язки всіх частин транспортного засобу, що робить її більш репрезентативною для розробки адаптивних алгоритмів керування. Керування реалізовано за допомогою функцій Ляпунова. Врахування взаємозв'язків динамічних параметрів забезпечує надійне відстеження еталонної траєкторії при утриманні в смугах руху, змінах смуги руху, уникненні перешкод та під час критичних ситуацій водіння. Зазначено, що багатотільні моделі надають більше інформації, якою зазвичай нехтують при використанні моделі закритої форми. Представлену в [11] модель не можна застосувати для опису динаміки АМР з М, але доведено доцільність використання методу Ньютона-Ейлера.

Стаття [12] присвячена динамічному моделюванню мобільних багатотільних систем. До цього класу систем відносяться просторові колісні транспортні засоби, що піддаються постійним жорстким контактам. Для складання нелінійної динамічної моделі застосовано алгоритм Ньютона-Ейлера в поєднанні з проєктивним підходом, заснованим на явній моделі контактів. Надано результати реалізації запропонованого методу для моделювання



динаміки велосипеда. На основі математичної моделі розроблено алгоритм керування рухом за траєкторією. Доведено, що пасивна асимптотична стабілізація велосипеда може бути забезпечена, коли він рухається з достатніми початковими швидкостями. Представлена в [12] модель не враховує особливості динаміки АМР з М. В той же час, викликає сумніви ефективність запропонованих алгоритмів керування при перехресному зв'язку каналів.

У [13] представлено динамічні моделі гусеничних безпілотних наземних транспортних засобів (UGV) у тривимірному просторі замість спрощеної двовимірної проекції на одну площину в традиційній теорії транспортних засобів. Визначення кутів Ейлера здійснюється відносно системи координат зафіксованій на основному тілі. Запропоновано динамічну модель для прямолінійного руху і режимів керування. із застосуванням просторових сил і моментів. Динамічні моделі складено за методом Ньютона-Ейлера та за методом Лагранжа. За допомогою розроблених моделей можна встановити правила розподілу навантаження транспортного засобу для забезпечення стійкості руху в тривимірному просторі і реалізувати відповідні алгоритми керування. Представлена в [13] модель не враховує недиагональності і нестационарності тензору інерції особливості динаміки АМР з М.

У [14] для рівнянь керованого руху робота вздовж траєкторії знайдена заміна змінних, яка дозволяє лінеаризацію математичної моделі по зворотному зв'язку. Синтез закону керування для довільного «цільового шляху» здійснено з врахуванням обмежень по фазовим координатам і керуючим впливам. Для АМР з М лінеаризація математичної моделі можлива лише для окремих режимів руху. В той же час, викликає сумніви ефективність запропонованих алгоритмів керування при перехресному зв'язку каналів.

У [15] зазначено, що буксування колеса може спричинити суттєве погіршення керованості під час руху мобільного робота. У цій статті запропоновано метод запобігання пробуксовці коліс за допомогою нелінійної моделі прогнозного керування. Обмеження, включені в задачу оптимізації, змінюють силу взаємодії між кожним колесом і землею. Цей підхід перевірено в



середовищі динамічного моделювання на прикладі колісного мобільного робота Pioneer 3-DX, який виконує маніпуляції штовхання коробки. Для автономної роботи АМР з М в екстремальних або наперед не визначених умовах запропонований метод запобігання пробуксовці коліс може бути корисним.

Рівняння динаміки візка добре відстежують відхилення центру мас візка від заданої траєкторії. Але у [12–15] залишилися невирішеними питання, пов'язані з доцільністю та обґрунтуванням меж застосування лінеаризованої математичної моделі. Крім того, запропоновані у [12–15] математичні моделі не відображають взаємозв'язок динамічних параметрів механічної системи. У [16] наведені розрахункові схеми формування керуючих впливів на приводи шасі з врахуванням взаємозв'язку каналів керування. Запропоновані схеми доцільно застосувати при розробці і проектуванні рушійної системи шасі АМР з М, це дозволить врахувати та компенсувати недиагональність і нестационарність тензору інерції. Але наведені у [16] математичні моделі не можна застосувати для опису переміщення М відносно платформи АМР.

Деякі технологічні операції М виконує при зупиненій платформі. При цьому режимі математична модель системи містить рівняння динаміки М відносно нерухливої основи. Найчастіше динаміку маніпуляторів описують із застосуванням методу Ньютона-Ейлера та методу Лагранжа-Ейлера [17].

При русі М відносно платформи АМР головні центральні осі інерції системи тіл не співпадають з осями базової системи координат [8]. Як наслідок, тензор інерції АМР в системі координат, зв'язаній з платформою, недиагональний і нестационарний. У роботі [8] наведено результати аналізу елементів тензору інерції АМР. Прийнято, що маса М з вантажем становить 10 % від маси шасі АМР. Доведено, що відцентрові і осьові моменти інерції АМР з маніпулятором (відносно осей базової системи координат) залежать від часу і значень узагальнених координат [8]. Ці особливості слід врахувати при складанні математичної моделі переміщення М при рухливій платформі АМР.

Якщо М виконує технологічні операції при керованому русі платформи АМР, то математична модель має враховувати взаємозв'язки динамічних



параметрів механічної системи. При цьому режимі роботи рівняння динаміки доцільно розглянути відносно системи координат пов'язаної з стикувальним вузлом М і платформи. Саме такий підхід використаний у роботі [18], де представлено математичну модель М космічного апарату складену за методом Ньютона-Ейлера з врахуванням недіагональності і нестационарності тензору інерції. У [18] математична модель складена в припущенні що маса М становить 1 % від маси корпусу космічного апарату, а центр мас корпусу космічного апарату є центром мас механічної системи. Отже запропонована у [18] математична модель не враховує зміну положення центру мас системи при відносному русі маніпулятора.

У статті [3] наведено результати дослідження динаміки та управління космічним М із тертям у суглобах. Для опису тертя суглобів розглянуто моделі тертя Кулона, Стрібека та Лугре. Динамічне рівняння системи складено рекурсивним методом на основі принципу варіації швидкості Журдена. Для відстеження траєкторії системи розроблено активний контролер. Достовірність запропонованої динамічної моделі перевірено порівнянням результатів чисельного моделювання та результатів, отриманих з програмного забезпечення ADAMS. Встановлено зв'язок між тертям суглобів і низькошвидкісним рухом у процесі відстеження траєкторії. Доведено, що тертя у суглобах М змінює динамічні характеристики механічної системи і знижує точність керування. Надані матеріали свідчать, що для синтезу ефективного керування необхідно застосовувати математичні моделі з врахуванням взаємозв'язку динамічних параметрів механічної системи.

У [4] розглянуто технологію telerobotics для дистанційного керування космічними М. Реалізація telerobotics дозволяє М копіювати рухи оператора. Команди на приводи М формуються одночасно енкодерами пристрою керування. Вказано, що оптимальність генерованої траєкторії ланок М залежить від професійної підготовки оператора. Однак не встановлено критерії для оцінки відповідності рухів М та рухів оператора. Також не визначено, чи враховує



математична модель M взаємозв'язок динамічних параметрів механічної системи.

У статті [5] представлено конструкцію багатофункціональної платформи обслуговування (MFMP). Модель MFMP була створена відповідно до вимог технічного обслуговування термоядерного випробувального реактора (CFETR). Математичну модель MFMP складено за методом Ньютона-Ейлера. Еквівалентна рушійна сила кожного приводу визначена за допомогою еквівалентної оберненої матриці Якобі. Точність моделі перевірено моделюванням у програмному середовищі ADAMS. На основі методу Ньютона-Ейлера та вдосконаленого віртуального принципу роботи розроблено систему керування з контролем стійкості. Представлена математична модель не може бути застосована для АМР з M , оскільки не враховані динамічні особливості механічної системи. Але представлені методи складання та перевірки точності математичної моделі доцільно використовувати.

В статті [6] представлена система дистанційного керування M з п'ятьма ступенями рухливості. M змонтований на рухливому шасі і використовується як робот – рятівник. Оператор дистанційно керує M із застосуванням інтерфейсу комп'ютера, який відображає переміщення робота та фіксує поточні значення характеристик M . Контролер FPGA здійснює керування сервоприводами M і обмін даними з комп'ютером через модуль бездротового зв'язку. Для забезпечення дистанційного керування M у реальному часі створено інтерактивний інтерфейс змішаного програмування VC та MATLAB. Математична модель робота-рятівника одержана з використанням програмного забезпечення, тому важко оцінити наскільки враховано взаємозв'язок динамічних параметрів та каналів керування. Крім того, розроблена система не передбачає зворотного зв'язку від M до оператора, тобто її не можна застосовувати для маніпулювання крихкими або вибухонебезпечними предметами.

У статті [7] представлено символічний алгоритм одержання рівняння руху N – ланкового M встановленого на мобільній платформі. Кінематична схема M



містить поворотно-призматичні з'єднання. Для складання кінематичних та динамічних рівнянь руху системи застосовано рекурсивну формулу Гіббса-Аппеля. Для підвищення обчислювальної ефективності запропонованого алгоритму всі математичні операції виконуються лише за допомогою матриць 3×3 та 3×1 . Слід зазначити, що неголономні характеристики рухомої платформи ускладнюють рівняння керувань. Крім того, запропонована модель не дозволяє відокремити впливи динамічних параметрів на взаємозв'язок каналів керування.

В [19] розглянуто мобільну колісну платформу з двома маніпуляторами. Автори вважають, що збільшення кількості взаємозв'язків між маніпуляторами і мобільною платформою, а також неголономні обмеження мобільної основи роблять ручне виведення рівнянь руху майже неможливим. Для складання математичної моделі динаміки запропоновано автоматичний системний підхід. Щоб уникнути обчислення «множників Лагранжа», пов'язаних з неголономними обмеженнями, рівняння руху виводяться відповідно до рекурсивної формули Гіббса-Апелла. Для підвищення ефективності усі математичні операції реалізовано матрицями 3×3 та 3×1 . Застосування запропонованого методу для колісної платформи з двома маніпуляторами демонструє можливість складання рівнянь руху, але не відображає взаємозв'язок каналів керування.

В [20] презентовано псевдо символічне динамічне моделювання (PSDM) для створення спрощених динамічних моделей M , конструкція яких містить до 7 ступенів рухливості. Представлений алгоритм дозволяє генерувати код у реальному часі, моделювати динаміку й підвищувати ефективність моделі за рахунок виключення мінімально важливих елементів. Крім того, авторами [20] розроблена реалізація алгоритму в середовищі MATLAB, яка є загальнодоступною. Але у [20] залишилися невирішеними питання, пов'язані з доцільністю та обґрунтованістю виключення мінімально важливих елементів.

В роботі [21] була розроблена віртуальна модель кінематики й динаміки M в MATLAB&SIMULINK. Представлена модель використовує ПІД-регулятор, а рівняння динаміки отримані методом Лагранжа-Ейлера. Робота [22] присвячена динамічному моделюванню просторового трьохланкового M з використанням



символьних і чисельних методів. Для складання рівнянь динаміки у формі простору станів пропонується алгоритм, заснований на методі Ньютона-Ейлера. Алгоритм реалізовано у системі Maple, моделювання здійснено в MATLAB&SIMULINK. Запропоновані у [20–22] математичні моделі не відображають взаємозв'язок динамічних параметрів механічної системи.

Аналіз літератури доводить, що застосування методу Ньютона-Ейлера дозволяє скласти математичну модель для опису трьох режимів руху АМР з М. При подоланні наслідків техногенних і природних катастроф АМР з М виконує технологічні операції в апріорно невизначеному зовнішньому середовищі. Робочий простір маніпулятора АМР може бути обмежений (наприклад, шириною прорізу). Мікропроцесор системи керування має в режимі реального часу синтезувати команди на виконавчі приводи для врахування змін у робочому просторі. Це обумовлює необхідність зміни орієнтації АМР у вертикальних площинах, звуження безлічі значень узагальнених координат М, зменшення розмірів робочого простору М, зменшення кількості припустимих конфігурацій М. Математичне моделювання у режимі реального часу дозволить визначити оптимальну стратегію переміщення маніпулятора при керованому русі платформи АМР. Врахування взаємозв'язку динамічних параметрів механічної системи дозволить:

- зберегти функціональність та забезпечити орієнтацію АМР у вертикальних площинах незважаючи на переміщення маніпулятора;
- виявити резерви для зниження енерговитрат та підвищення стійкості АМР змінюваної конфігурації при роботі у апріорно невизначених умовах зовнішнього середовища;
- поліпшення ефективності і живучості АМР змінюваної конфігурації при подоланні наслідків техногенних і природних катастроф.

Аналіз літератури [3–22] дозволяє стверджувати, що доцільним є проведення дослідження присвяченого складанню математичної моделі АМР змінюваної конфігурації з врахуванням взаємозв'язку динамічних параметрів системи.



Мета і завдання дослідження. Метою дослідження є одержання математичної моделі динаміки АМР змінюваної конфігурації з врахуванням взаємозв'язку динамічних параметрів механічної системи. Це дасть можливість виявити резерви для зниження енерговитрат, підвищення стійкості, поліпшення ефективності і живучості АМР змінюваної конфігурації.

Для досягнення мети були поставлені наступні задачі:

- скласти рівняння руху центру мас системи АМР змінюваної конфігурації вздовж траєкторії з врахуванням взаємозв'язку динамічних параметрів механічної системи;
- встановити вплив взаємозв'язку динамічних параметрів механічної системи на рівняння кутового руху АМР змінюваної конфігурації;
- визначити взаємозв'язок динамічних параметрів механічної системи при русі маніпулятора відносно платформи АМР.

Об'єкт дослідження – динаміка АМР з маніпулятором. Основна гіпотеза – взаємозв'язок динамічних параметрів механічної системи.

Матеріали та методи дослідження. Особливості динаміки АМР з маніпулятором обумовлені зміною положення центру мас системи при відносному русі маніпулятора та сумірністю недиагональних і діагональних елементів тензору інерції, обчислених відносно осей базової системи координат.

При складанні математичної моделі були прийняті наступні припущення:

- щільність платформи АМР й щільність рухливих елементів конструкції із часом не змінюється;
- усі ланки маніпулятора абсолютно тверді;
- елементи кінематичних пар абсолютно тверді;
- елементи приводів у шарнірах абсолютно тверді;
- пружний зв'язок між рухливими елементами й платформою АМР відсутній.

Схема конструкції АМР із маніпулятором наведена на рис. 1.1. Конструкція складається з повнопривідної 4 – колісної платформи АМР, та антропоморфного маніпулятора складеного з кільця, що обертається навколо



вертикальної вісі, та стрижневих ланок – руки, з'єднаних ротаційними кінематичними парами п'ятого класу.

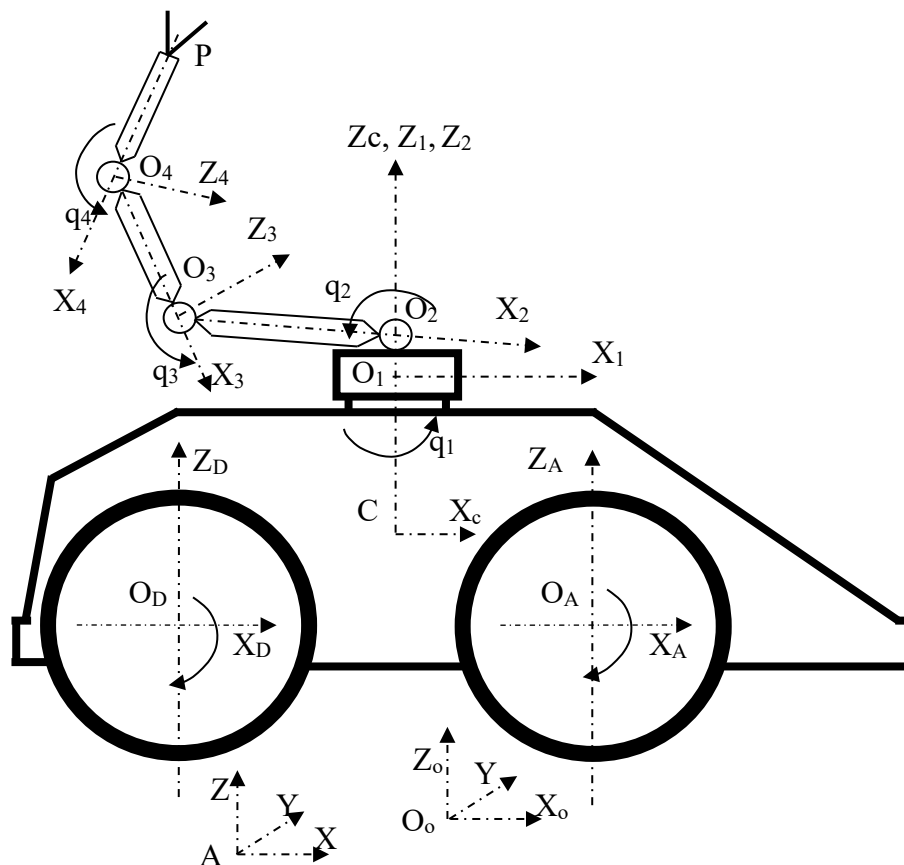


Рисунок 1.1 – Схема систем координат для складання математичної моделі автономного мобільного робота з маніпулятором

У припущенні, що всі ланки є абсолютно твердими тілами, АМР з маніпулятором є динамічною системою недеформованих тіл з неголономними стаціонарними зв'язками.

Для складання математичної моделі уведемо праві декартові системи координат. На рис. 1.1 використовуються наступні позначення:

$AXYZ$ – інерціальна система координат.

$CX_cY_cZ_c$ – рухлива базова система координат. Початок відліку сполучений із крапкою C – центром мас платформи. Осі паралельні головним центральним осям інерції платформи АМР. Вісь CZ_c – перпендикулярна площини руху платформи, збігається з місцевою вертикаллю й спрямована вгору до кільця маніпулятора, CX_c розташована в площині руху платформи й спрямована в



сторону руху, вісь CY_c розташована в площині руху платформи й доповнює систему координат до правої.

$OX_0Y_0Z_0$ – рухлива система координат. Початок відліку сполучений із крапкою O – центром мас системи тіл. Осі паралельні осям системи координат $CX_cY_cZ_c$.

$O_1X_1Y_1Z_1$ – зв'язана рухлива система координат. Початок відліку сполучений із крапкою O_1 – центром мас кільця (стикувального вузла). Осі збігаються з головними центральними осями інерції кільця. У початковому положенні кільця маніпулятора осі систем координат $O_1X_1Y_1Z_1$ паралельні осям системи координат $CX_cY_cZ_c$.

$O_iX_iY_iZ_i$ (для $i=2, 3, 4$) – зв'язані рухливі системи координат. Початок відліку сполучений із крапкою O_i – центром i -ої кінематичної пари. Осі O_iX_i збігаються з поздовжніми осями стрижневих ланок руки маніпулятора, у початковому положенні ланок маніпулятора осі систем координат $O_iX_iY_iZ_i$ паралельні осям системи координат $CX_cY_cZ_c$.

$MX_MY_MZ_M$ – рухлива базова система координат. Початок відліку сполучений із крапкою M – центром мас маніпулятора. У початковому положенні маніпулятора осі систем координат $MX_MY_MZ_M$ паралельні осям системи координат $CX_cY_cZ_c$.

Складання математичної моделі здійснено за методом Ньютона-Ейлера.

Отримана математична модель містить:

- рівняння руху центру мас системи АМР змінюваної конфігурації вздовж траєкторії в інерціальній системі координат;
- рівняння кутового руху АМР змінюваної конфігурації в інерціальній системі координат;
- рівняння руху маніпулятора відносно АМР.

Для складання рівняння руху центра мас АМР змінюваної конфігурації вздовж траєкторії в інерціальній системі координат застосували теорему про центр мас твердого тіла [23, 24].



Для складання рівняння кутового руху АМР при рухомому маніпуляторі застосували теорему про зміну кінетичного моменту системи твердих тіл [23, 24].

Для складання рівняння руху маніпулятора відносно платформи АМР застосували теорему о моментах кількості руху [23, 24].

При перетвореннях рівнянь застосовується поняття локальної похідної в означеній системі координат.

1.1. Рівняння руху центра мас автономного мобільного робота змінюваної конфігурації вздовж траєкторії

Застосувавши теорему про рух центру мас твердого тіла [23, 24], записали для маніпулятора і платформи в інерціальній системі координат

$$m_m \cdot \frac{d^2 \bar{r}_m}{dt^2} = \sum_j \bar{F}_j, \quad (1.1)$$

$$m_c \cdot \frac{d^2 \bar{r}_c}{dt^2} = \sum_i \bar{F}_i, \quad (1.2)$$

де $\sum_j \bar{F}_j$, $\sum_i \bar{F}_i$ – суми зовнішніх сил і сил у шарнірі O_1 (рис. 1.2), що діють на елементарні маси маніпулятора m_j та платформи m_i і приведені до їх центрів мас.

Враховуючи, що $\bar{r}_m = \bar{r}_c + \bar{p}_{cm}$, та $v=i \cup j$ додали рівняння (1.1) і (1.2):

$$\begin{aligned} m_m \cdot \frac{d^2 \bar{r}_m}{dt^2} + m_c \cdot \frac{d^2 \bar{r}_c}{dt^2} &= m_m \cdot \frac{d^2 \bar{r}_c}{dt^2} + m_m \cdot \frac{d^2 \bar{p}_{cm}}{dt^2} + m_c \cdot \frac{d^2 \bar{r}_c}{dt^2} = \\ &= (m_m + m_c) \cdot \frac{d^2 \bar{r}_c}{dt^2} + m_m \cdot \frac{d^2 \bar{p}_{cm}}{dt^2} = \sum_v \bar{F}_v, \\ \text{або } m \cdot \frac{d^2 \bar{r}_c}{dt^2} + m_m \cdot \frac{d^2 \bar{p}_{cm}}{dt^2} &= \sum_v \bar{F}_v. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Якщо врахувати, що $\bar{p}_{cm} = \bar{p}_{col} + \bar{p}_{olm}$,

$$\text{то } \frac{d\bar{p}_{cm}}{dt} = \frac{d\bar{p}_{col}}{dt} + \frac{d\bar{p}_{olm}}{dt}; \quad (1.4)$$

де \bar{p}_{col} – радіус-вектор точки O_1 відносно центра мас платформи точки C ;



\bar{p}_{O_1M} – радіус-вектор центра мас маніпулятора точки M відносно O_1 .

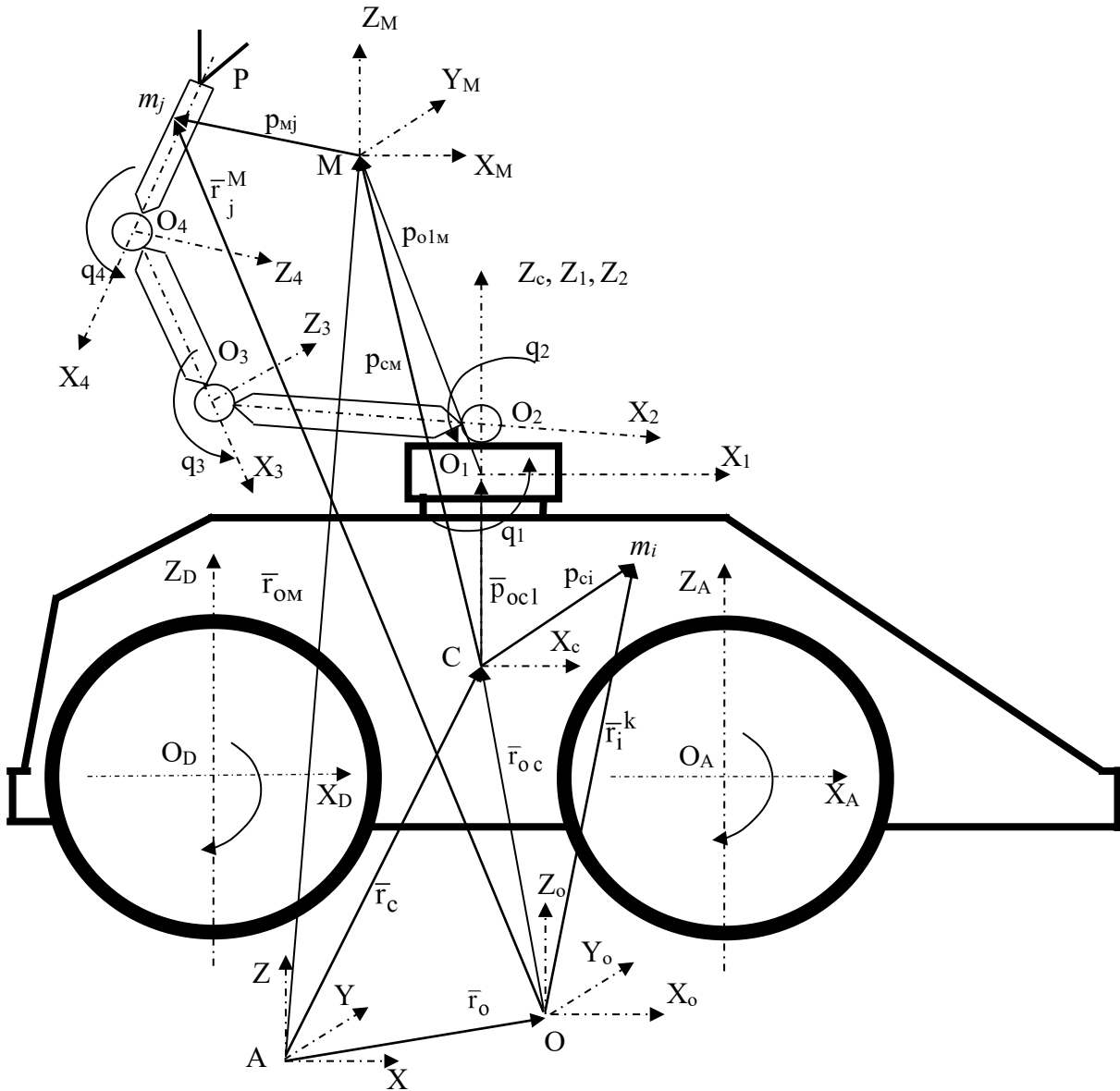


Рисунок 1.2 – Розрахункова схема для автономного мобільного робота з маніпулятором

Припустимо, що система координат $CX_cY_cZ_c$ рухається відносно інерціальної системи координат $AXYZ$ з кутовою швидкістю $\bar{\Omega}$, а система координат $O_1X_1Y_1Z_1$ рухається відносно системи координат $CX_cY_cZ_c$ з кутовою швидкістю \bar{w}_1 . Застосувавши локальні похідні, отримали:

$$\frac{d\bar{p}_{col}}{dt} = \tilde{d}_0\bar{p}_{col} + \bar{\Omega} \times \bar{p}_{col} = \bar{\Omega} \times \bar{p}_{col}, \quad (1.5)$$



де $\frac{\tilde{d}_0}{dt}$ – оператор локальної похідної в системі координат $SX_cY_cZ_c$; $\bar{\Omega}$ – кутова швидкість системи координат $SX_cY_cZ_c$ відносно інерціальної системи координат $AXYZ$.

Використовуючи правило додавання векторів та поняття локальної похідної, записали

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{p}_{o1M}}{dt} &= \frac{\tilde{d}_0\bar{p}_{o1M}}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{p}_{o1M} = \frac{\tilde{d}_1\bar{p}_{o1M}}{dt} + \bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1M} + \bar{\Omega} \times \bar{p}_{o1M} = \\ &= \frac{\tilde{d}_1\bar{p}_{o1M}}{dt} + (\bar{w}_1 + \bar{\Omega}) \times \bar{p}_{o1M}, \end{aligned} \tag{1.6}$$

де $\frac{\tilde{d}_0}{dt}$ – оператор локальної похідної в системі координат $SX_cY_cZ_c$; $\frac{\tilde{d}_1}{dt}$ – оператор локальної похідної в системі координат $O_1X_1Y_1Z_1$; $\bar{\Omega}$ – кутова швидкість системи координат $SX_cY_cZ_c$ відносно інерціальної системи координат $AXYZ$; \bar{w}_1 – кутова швидкість системи координат $O_1X_1Y_1Z_1$ відносно системи координат $SX_cY_cZ_c$ (або відносно системи координат $OX_0Y_0Z_0$).

Підставили вирази (1.5) і (1.6) у формулу (1.4):

$$\frac{d\bar{p}_{cm}}{dt} = \bar{\Omega} \times \bar{p}_{co1} + \frac{\tilde{d}_1\bar{p}_{o1M}}{dt} + (\bar{w}_1 + \bar{\Omega}) \times \bar{p}_{o1M} = \bar{\Omega} \times \bar{p}_{cm} + \frac{\tilde{d}_1\bar{p}_{o1M}}{dt} + \bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1M},$$

записали вираз для другої похідної

$$\begin{aligned} \frac{d^2\bar{p}_{cm}}{dt^2} &= \frac{d}{dt}(\bar{\Omega} \times \bar{p}_{cm}) + \frac{d}{dt}\left(\frac{\tilde{d}_1\bar{p}_{o1M}}{dt}\right) + \frac{d}{dt}(\bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1M}) = \frac{d\bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{cm} + \bar{\Omega} \times \frac{d\bar{p}_{cm}}{dt} + \\ &+ \frac{\tilde{d}_0}{dt}\left(\frac{\tilde{d}_1\bar{p}_{o1M}}{dt}\right) + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_1\bar{p}_{o1M}}{dt} + \frac{d\bar{w}_1}{dt} \times \bar{p}_{o1M} + \bar{w}_1 \times \frac{d\bar{p}_{o1M}}{dt} = \left(\frac{\tilde{d}_0\bar{\Omega}}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{\Omega}\right) \times \bar{p}_{cm} + \\ &+ \bar{\Omega} \times \left(\frac{\tilde{d}_0\bar{p}_{cm}}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{p}_{cm}\right) + \frac{\tilde{d}_1}{dt}\left(\frac{\tilde{d}_1\bar{p}_{o1M}}{dt}\right) + \bar{w}_1 \times \frac{\tilde{d}_1\bar{p}_{o1M}}{dt} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_1\bar{p}_{o1M}}{dt} + \\ &+ \left(\frac{\tilde{d}_0\bar{w}_1}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{w}_1\right) \times \bar{p}_{o1M} + \bar{w}_1 \times \left(\frac{\tilde{d}_0\bar{p}_{o1M}}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{p}_{o1M}\right) = \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{cm} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_0 \bar{p}_{cm}}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{cm}) + \frac{\tilde{d}_1^2 \bar{p}_{o1M}}{dt^2} + \bar{w}_1 \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \\
 &+ \left(\frac{\tilde{d}_1 \bar{w}_1}{dt} + \bar{w}_1 \times \bar{w}_1 + \bar{\Omega} \times \bar{w}_1 \right) \times \bar{p}_{o1M} + \bar{w}_1 \times \frac{\tilde{d}_0 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \bar{w}_1 \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{o1M}) = \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times (\bar{p}_{col} + \bar{p}_{o1M}) + \\
 &+ \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_0}{dt} (\bar{p}_{col} + \bar{p}_{o1M}) + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{cm}) + \frac{\tilde{d}_1^2 \bar{p}_{o1M}}{dt^2} + (\bar{w}_1 + \bar{\Omega}) \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \frac{\tilde{d}_1 \bar{w}_1}{dt} \times \bar{p}_{o1M} + (\bar{\Omega} \times \bar{w}_1) \times \bar{p}_{o1M} + \\
 &+ \bar{w}_1 \times \left(\frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1M} \right) + \bar{w}_1 \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{o1M}) = \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times (\bar{p}_{col} + \bar{p}_{o1M}) + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_0 \bar{p}_{col}}{dt} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_0 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \\
 &+ \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{cm}) + \frac{\tilde{d}_1^2 \bar{p}_{o1M}}{dt^2} + (\bar{w}_1 + \bar{\Omega}) \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \frac{\tilde{d}_1 \bar{w}_1}{dt} \times \bar{p}_{o1M} + \bar{w}_1 \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + (\bar{\Omega} \times \bar{w}_1) \times \bar{p}_{o1M} + \\
 &+ \bar{w}_1 \times (\bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1M}) + \bar{w}_1 \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{o1M}) = \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{col} + \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{o1M} + \bar{\Omega} \times \left(\frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1M} \right) + \\
 &+ \frac{\tilde{d}_1^2 \bar{p}_{o1M}}{dt^2} + (\bar{w}_1 + \bar{\Omega}) \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \frac{\tilde{d}_1 \bar{w}_1}{dt} \times \bar{p}_{o1M} + \bar{w}_1 \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{cm}) + (\bar{\Omega} \times \bar{w}_1) \times \bar{p}_{o1M} + \\
 &+ \bar{w}_1 \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{o1M}) + \bar{w}_1 \times (\bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1M}).
 \end{aligned}$$

Таким чином, після перетворень

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 \bar{p}_{cm}}{dt^2} &= \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{col} + \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{o1M} + \bar{\Omega} \times \left(\frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1M} \right) + \frac{\tilde{d}_1^2 \bar{p}_{o1M}}{dt^2} + \\
 &+ (\bar{w}_1 + \bar{\Omega}) \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \frac{\tilde{d}_1 \bar{w}_1}{dt} \times \bar{p}_{o1M} + \bar{w}_1 \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{cm}) + \\
 &+ (\bar{\Omega} \times \bar{w}_1) \times \bar{p}_{o1M} + \bar{w}_1 \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{o1M}) + \bar{w}_1 \times (\bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1M}).
 \end{aligned} \tag{1.7}$$

Якщо розглянути проміжки переміщення АМР з нерухомим маніпулятором, то відносна швидкість і прискорення центра мас маніпулятора дорівнюють нулю, тобто

$$\bar{w}_1 = 0; \quad \frac{\tilde{d}_1 \bar{w}_1}{dt} = 0; \quad \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} = 0; \quad \frac{\tilde{d}_1^2 \bar{p}_{o1M}}{dt^2} = 0.$$

За означених умов вираз (1.7) набуває виду:

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 \bar{p}_{cm}}{dt^2} &= \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{col} + \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{o1M} + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{cm}) = \\
 &= \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{cm} + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{cm}).
 \end{aligned} \tag{1.8}$$

Якщо розглянути проміжки переміщення АМР на яких кутові швидкості значно менші за лінійні швидкості, у виразі (1.7) можна знехтувати доданками які містять добуток кутових швидкостей, як малими другого порядку. В цьому випадку вираз (1.7) набуває виду:



$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 \bar{p}_{cm}}{dt^2} &= \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{co1} + \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{o1M} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \frac{\tilde{d}_1^2 \bar{p}_{o1M}}{dt^2} + \\
 &+ (\bar{w}_1 + \bar{\Omega}) \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \frac{\tilde{d}_1 \bar{w}_1}{dt} \times \bar{p}_{o1M} + \bar{w}_1 \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} = \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{cm} + \\
 &+ \frac{\tilde{d}_1^2 \bar{p}_{o1M}}{dt^2} + \bar{w}_1 \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + (\bar{w}_1 + \bar{\Omega}) \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \frac{\tilde{d}_1 \bar{w}_1}{dt} \times \bar{p}_{o1M} = \\
 &= \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{cm} + \frac{\tilde{d}_1^2 \bar{p}_{o1M}}{dt^2} + 2(\bar{w}_1 + \bar{\Omega}) \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \frac{\tilde{d}_1 \bar{w}_1}{dt} \times \bar{p}_{o1M}.
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

Для визначення проміжків переміщення АМР рівняння (1.3) набуває виду

– при переміщенні АМР з нерухомим маніпулятором:

$$m \cdot \frac{d^2 \bar{r}_{oc}}{dt^2} + m_M \cdot \left[\frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{cm} + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{cm}) \right] = \sum_v \bar{F}_v; \tag{1.10}$$

– при переміщенні АМР з обмеженими кутовими швидкостями:

$$\begin{aligned}
 m \cdot \frac{d^2 \bar{r}_{oc}}{dt^2} + \\
 + m_M \cdot \left[\frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{cm} + \frac{\tilde{d}_1^2 \bar{p}_{o1M}}{dt^2} + 2(\bar{w}_1 + \bar{\Omega}) \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \frac{\tilde{d}_1 \bar{w}_1}{dt} \times \bar{p}_{o1M} \right] = \\
 = \sum_v \bar{F}_v;
 \end{aligned} \tag{1.11}$$

– при переміщенні АМР з маніпулятором рухливим відносно платформи:

$$\begin{aligned}
 m \cdot \frac{d^2 \bar{r}_{oc}}{dt^2} + m_M \cdot \left[\frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{co1} + \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{o1M} + \bar{\Omega} \times \left(\frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1M} \right) + \right. \\
 \left. + \frac{\tilde{d}_1^2 \bar{p}_{o1M}}{dt^2} + (\bar{w}_1 + \bar{\Omega}) \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \frac{\tilde{d}_1 \bar{w}_1}{dt} \times \bar{p}_{o1M} + \bar{w}_1 \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{cm}) + \right. \\
 \left. + (\bar{\Omega} \times \bar{w}_1) \times \bar{p}_{o1M} + \bar{w}_1 \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{o1M}) + \bar{w}_1 \times (\bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1M}) \right] = \sum_v \bar{F}_v.
 \end{aligned} \tag{1.12}$$

Якщо врахувати співвідношення $m_M \cdot \bar{p}_{o1M} = m_c \cdot \bar{p}_{co}$ та $\bar{p}_{cm} = \bar{p}_{co} + \bar{p}_{o1M}$ (рис. 3),

тоді

$$\begin{aligned}
 m_M \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{cm} &= m_M \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times (\bar{p}_{co} + \bar{p}_{o1M}) = \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times (m_M \bar{p}_{co} + m_M \bar{p}_{o1M}) = \\
 &= \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times (m_M \bar{p}_{co} + m_c \bar{p}_{co}) = (m_M + m_c) \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{co} = m \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{co}; \\
 m_M \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{cm}) &= \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times m_M (\bar{p}_{co} + \bar{p}_{o1M})) = \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times (m_M \bar{p}_{co} + m_M \bar{p}_{o1M})) = \\
 &= \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times (m_M \bar{p}_{co} + m_c \bar{p}_{co})) = m \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{co}).
 \end{aligned} \tag{1.13}$$

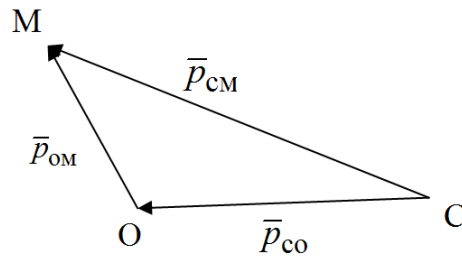


Рисунок 1.3 – Розрахункова схема: О – центр мас системи, М – центр мас маніпулятора, С – центр мас платформи автономного мобільного робота

Отже з рівняння переміщення центра мас АМР з нерухомим маніпулятором (1.10) після підстановки формул (1.13) отримаємо:

$$\begin{aligned} m \cdot \frac{d^2 \bar{r}_{oc}}{dt^2} + m \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{co} + m_M \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{cm}) = \\ = m \cdot \left(\frac{d^2 \bar{r}_{oc}}{dt^2} + \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{co} \right) + m_M \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{cm}) = \sum_v \bar{F}_v. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Якщо АМР переміщується з обмеженими кутовими швидкостями, то після підстановки формул (1.13) з рівняння (1.11) отримаємо:

$$\begin{aligned} m \cdot \left(\frac{d^2 \bar{r}_{oc}}{dt^2} + \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{co} \right) + \\ + m_M \cdot \left(\frac{\tilde{d}_1^2 \bar{p}_{o1M}}{dt^2} + 2(\bar{w}_1 + \bar{\Omega}) \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \frac{\tilde{d}_1 \bar{w}_1}{dt} \times \bar{p}_{o1M} \right) = \sum_v \bar{F}_v. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Для ділянок траєкторії, на яких АМР переміщується з рухливим маніпулятором, з врахуванням формул (1.13) запишемо (1.12) у виді:

$$\begin{aligned} m \cdot \left(\frac{d^2 \bar{r}_{oc}}{dt^2} + \frac{\tilde{d}_0 \bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{co} + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{co}) \right) + m_M \cdot \left[\frac{\tilde{d}_1^2 \bar{p}_{o1M}}{dt^2} + \right. \\ \left. + 2(\bar{w}_1 + \bar{\Omega}) \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1M}}{dt} + \frac{\tilde{d}_1 \bar{w}_1}{dt} \times \bar{p}_{o1M} + \bar{\Omega} \times (\bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1M}) + \right. \\ \left. + (\bar{\Omega} \times \bar{w}_1) \times \bar{p}_{o1M} + \bar{w}_1 \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{o1M}) + \bar{w}_1 \times (\bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1M}) \right] = \sum_v \bar{F}_v. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Рівняння (1.16) – це рівняння руху центру мас АМР змінюваної конфігурації вздовж траєкторії в інерціальній системі координат у загальному випадку. Визначені окремі випадки рівняння руху центру мас АМР, (1.14) – якщо маніпулятор не рухається і (1.15) – якщо система рухається з обмеженою



кутовою швидкістю.

1.2. Рівняння кутового руху автономного мобільного робота при рухомому маніпуляторі

Із застосуванням теореми про зміну кінетичного моменту системи твердих тіл, для маніпулятора записали:

$$\frac{d}{dt} \sum_j \bar{r}_j \times m_j \bar{v}_j = \bar{M}^M, \text{ де } \bar{v}_j = \frac{d\bar{r}_j}{dt};$$

$$\sum_j \frac{d}{dt} \bar{r}_j \times m_j \bar{v}_j + \sum_j \bar{r}_j \times m_j \frac{d\bar{v}_j}{dt} = \bar{M}^M,$$

де m_j – маса j -ої елементарної частки маніпулятора; \bar{r}_j – радіус - вектор j -ої елементарної частки маніпулятора відносно початку інерціальної системи координат (рис.2); \bar{v}_j – лінійна швидкість j -ої точки маніпулятора відносно початку інерціальної системи координат; \bar{M}^M – головний вектор моменту зовнішніх сил і сил у шарнірах, що діють на маніпулятор, відносно початку інерціальної системи координат.

Оскільки $\frac{d}{dt} \bar{r}_j \times m_j \bar{v}_j = 0$, як векторний добуток колінеарних векторів, тоді

$$\sum_j \bar{r}_j \times m_j \frac{d\bar{v}_j}{dt} = \bar{M}^M.$$

З рис. 2 видно, що $\bar{r}_j = \bar{r}_0 + \bar{p}_{oj}$ отже

$$\sum_j \bar{r}_0 \times m_j \frac{d\bar{v}_j}{dt} + \sum_j \bar{p}_{oj} \times m_j \frac{d\bar{v}_j}{dt} = \bar{M}^M,$$

де \bar{r}_0 – радіус – вектор точки O відносно початку інерціальної системи координат; \bar{p}_{oj} – радіус – вектор j -ої елементарної частки маніпулятора відносно



точки О.

На основі теореми про зміну кількості руху маніпулятора запишемо:

$$\frac{d}{dt} \sum_j m_j \bar{v}_j = \bar{F}^M,$$

де \bar{F}^M – головний вектор зовнішніх сил і сил у шарнірах, що діють на маніпулятор.

Тоді:

$$\bar{r}_0 \times \bar{F}^M + \sum_j \bar{p}_{oj} \times m_j \frac{d\bar{v}_j}{dt} = \bar{M}^M.$$

Взявши до уваги, що $\bar{M}^M - \bar{r}_0 \times \bar{F}^M = \bar{M}_0^M$, одержимо:

$$\sum_j \bar{p}_{oj} \times m_j \frac{d\bar{v}_j}{dt} = \bar{M}_0^M,$$

де \bar{M}_0^M – головний вектор моменту зовнішніх сил і сил у шарнірах, що діють на маніпулятор, відносно точки О.

З рис. 1.2 видно, що $\bar{v}_j = \bar{v}_0 + \frac{d\bar{p}_{oj}}{dt}$,

де \bar{v}_0 – лінійна швидкість точки О відносно початку інерціальної системи координат, тоді

$$\begin{aligned} & \sum_j \bar{p}_{oj} \times m_j \frac{d}{dt} \left(\bar{v}_0 + \frac{d\bar{p}_{oj}}{dt} \right) = \\ & = \sum_j \bar{p}_{oj} \times m_j \frac{d\bar{v}_0}{dt} + \sum_j \bar{p}_{oj} \times m_j \frac{d^2 \bar{p}_{oj}}{dt^2} = \\ & = \sum_j \bar{p}_{oj} m_j \times \frac{d\bar{v}_0}{dt} + \\ & + \sum_j \bar{p}_{oj} \times m_j \frac{d^2 \bar{p}_{oj}}{dt^2} = \\ & = \bar{p}_{oM} m^M \times \frac{d\bar{v}_0}{dt} + \sum_j \bar{p}_{oj} \times m_j \frac{d^2 \bar{p}_{oj}}{dt^2} = \bar{M}_0^M. \end{aligned} \quad (1.17)$$

У формулі (1.18) враховано, що $\sum_j \bar{p}_{oj} m_j = \bar{p}_{oM} m^M$,



де \bar{p}_{oM} – радіус – вектор центру мас маніпулятора точки М відносно центру мас системи точки О; m^M – маса маніпулятора.

Застосувавши теорему про зміну кінетичного моменту, для корпусу (платформи) АМР, записали

$$\frac{d}{dt} \sum_i \bar{r}_i \times m_i \bar{v}_i = \bar{M}^C,$$

де m_i – маса i -ої елементарної частки корпусу АМР; \bar{r}_i – радіус - вектор i -ої елементарної частки корпусу АМР відносно початку інерціальної системи; \bar{v}_i – лінійна швидкість i -ої точки АМР відносно початку інерціальної системи координат; \bar{M}^C – головний вектор моменту зовнішніх сил і сил у шарнірах, що діють на корпус АМР відносно початку інерціальної системи координат.

З рис. 1.2 видно, що $\bar{r}_i = \bar{r}_0 + \bar{p}_{oi}$ отже

$$\sum_i \bar{r}_0 \times m_i \frac{d\bar{v}_i}{dt} + \sum_i \bar{p}_{oi} \times m_i \frac{d\bar{v}_i}{dt} = \bar{M}^C,$$

де \bar{r}_0 – радіус – вектор точки О відносно початку інерціальної системи координат; \bar{p}_{oi} – радіус – вектор i -ої елементарної частки платформи відносно центру мас системи точки О.

Врахуємо, що $\sum_i \bar{p}_{oi} m_i = \bar{p}_{oC} m^C$,

де \bar{p}_{oi} – радіус – вектор i -ої елементарної частки корпусу АМР відносно точки О; \bar{p}_{oC} – радіус – вектор центра мас корпусу АМР відносно точки О; m^C – маса корпусу АМР. Після перетворень одержимо:

$$\bar{p}_{oC} m^C \times \frac{d\bar{v}_0}{dt} + \sum_i \bar{p}_{oi} \times m_i \frac{d^2 \bar{p}_{oi}}{dt^2} = \bar{M}_0^C, \quad (1.18)$$

де \bar{M}_0^C – головний вектор моменту зовнішніх сил і сил у шарнірах, що діють на корпус АМР відносно точки О.

Додавши (1.17) і (1.18), знайдемо:



$$\begin{aligned} & \bar{p}_{oM} m^M \times \frac{d\bar{v}_0}{dt} + \sum_j \bar{p}_{oj} \times m_j \frac{d^2 \bar{p}_{oj}}{dt^2} + \\ & + \bar{p}_{oC} m^C \times \frac{d\bar{v}_0}{dt} + \sum_i \bar{p}_{oi} \times m_i \frac{d^2 \bar{p}_{oi}}{dt^2} = \bar{M}_0^C + \bar{M}_0^M, \\ & (\bar{p}_{oM} m^M + \bar{p}_{oC} m^C) \times \frac{d\bar{v}_0}{dt} + \\ & + \sum_j \bar{p}_{oj} \times m_j \frac{d^2 \bar{p}_{oj}}{dt^2} + \sum_i \bar{p}_{oi} \times m_i \frac{d^2 \bar{p}_{oi}}{dt^2} = \bar{M}_0, \end{aligned} \tag{1.19}$$

де \bar{M}_0 – головний вектор моменту зовнішніх сил відносно центру мас системи точки О. Оскільки $\bar{p}_{oM} m^M + \bar{p}_{oC} m^C = 0$, як статичний момент мас m^M і m^C відносно центра мас системи, то рівняння (1.19) можна записати у вигляді:

$$\sum_j \bar{p}_{oj} \times m_j \frac{d^2 \bar{p}_{oj}}{dt^2} + \sum_i \bar{p}_{oi} \times m_i \frac{d^2 \bar{p}_{oi}}{dt^2} = \bar{M}_0. \tag{1.20}$$

Визначили похідні $\frac{d^2 \bar{p}_{oj}}{dt^2}$ й $\frac{d^2 \bar{p}_{oi}}{dt^2}$ із використанням поняття локальної похідної:

$$\frac{d\bar{p}_{oj}}{dt} = \tilde{d}_0 \bar{p}_{oj} + \bar{\Omega} \times \bar{p}_{oj},$$

де $\frac{\tilde{d}_0}{dt}$ – оператор локальної похідної в системі координат $SX_c Y_c Z_c$; $\bar{\Omega}$ – кутова швидкість системи координат $SX_c Y_c Z_c$ відносно інерціальної системи координат $AXYZ$.

З рис. 1.2. видно, що $\bar{p}_{oj} = \bar{p}_{oo1} + \bar{p}_{o1j}$,

де \bar{p}_{oo1} – радіус-вектор центра кінематичної пари (стикувального вузла) O_1 відносно точки О; \bar{p}_{o1j} – радіус-вектор j -ої елементарної частки маніпулятора відносно шарніра O_1 , тоді

$$\frac{d\bar{p}_{oj}}{dt} = \frac{d}{dt} (\bar{p}_{oo1} + \bar{p}_{o1j}) = \frac{\tilde{d}_0 \bar{p}_{oo1}}{dt} + \frac{\tilde{d}_0 \bar{p}_{o1j}}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{p}_j.$$

Використовуючи правило додавання векторів та поняття локальної



похідної, записали

$$\frac{d\bar{p}_{oj}}{dt} = \frac{\tilde{d}_0\bar{p}_{o01}}{dt} + \frac{\tilde{d}_0\bar{p}_{o1j}}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{p}_{oj},$$

$$\frac{\tilde{d}_0\bar{p}_{o1j}}{dt} = \frac{\tilde{d}_1\bar{p}_{o1j}}{dt} + \bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1j},$$

де $\frac{\tilde{d}_1}{dt}$ – оператор локальної похідної в системі координат $O_1X_1Y_1Z_1$, \bar{w}_1 –

кутова швидкість системи координат $O_1X_1Y_1Z_1$ відносно системи координат $OXYZ$.

Розмірковуючи аналогічно, визначили

$$\frac{\tilde{d}_1\bar{p}_{o1j}}{dt} = \frac{\tilde{d}_2\bar{p}_{o1o2}}{dt} + \frac{\tilde{d}_2\bar{p}_{o2j}}{dt} + \bar{w}_2 \times \bar{p}_{o2j} = \frac{\tilde{d}_2\bar{p}_{o2j}}{dt} + \bar{w}_2 \times \bar{p}_{o2j},$$

$$\frac{\tilde{d}_2\bar{p}_{o2j}}{dt} = \frac{\tilde{d}_3\bar{p}_{o2o3}}{dt} + \frac{\tilde{d}_3\bar{p}_{o3j}}{dt} + \bar{w}_3 \times \bar{p}_{o3j} = \frac{\tilde{d}_3\bar{p}_{o3j}}{dt} + \bar{w}_3 \times \bar{p}_{o3j},$$

$$\frac{\tilde{d}_3\bar{p}_{o3j}}{dt} = \frac{\tilde{d}_4\bar{p}_{o3o4}}{dt} + \frac{\tilde{d}_4\bar{p}_{o4j}}{dt} + \bar{w}_4 \times \bar{p}_{o4j} = \frac{\tilde{d}_4\bar{p}_{o4j}}{dt} + \bar{w}_4 \times \bar{p}_{o4j},$$

де $\frac{\tilde{d}_2}{dt}$ – оператор локальної похідної в системі координат $O_2X_2Y_2Z_2$; \bar{w}_2 –

кутова швидкість системи координат $O_2X_2Y_2Z_2$ відносно системи координат

$O_1X_1Y_1Z_1$; $\frac{\tilde{d}_3}{dt}$ – оператор локальної похідної в системі координат $O_3X_3Y_3Z_3$; \bar{w}_3

– кутова швидкість системи координат $O_3X_3Y_3Z_3$ відносно системи координат

$O_2X_2Y_2Z_2$; $\frac{\tilde{d}_4}{dt}$ – оператор локальної похідної в системі координат $O_4X_4Y_4Z_4$; \bar{w}_4

– кутова швидкість системи координат $O_4X_4Y_4Z_4$ відносно системи координат

$O_3X_3Y_3Z_3$.

Враховували, що $\frac{\tilde{d}_2\bar{p}_{o1o2}}{dt} = \frac{\tilde{d}_3\bar{p}_{o2o3}}{dt} = \frac{\tilde{d}_4\bar{p}_{o3o4}}{dt} = \frac{\tilde{d}_4\bar{p}_{o4j}}{dt} = 0$ і після

підстановки, отримали



$$\begin{aligned} \frac{d\bar{p}_{oj}}{dt} &= \frac{\tilde{d}_0\bar{p}_{oo1}}{dt} + \bar{w}_4 \times \bar{p}_{o4j} + \bar{w}_3 \times \bar{p}_{o3j} + \bar{w}_2 \times \bar{p}_{o2j} + \bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1j} + \bar{\Omega} \times \bar{p}_{oj}, \\ \frac{d^2\bar{p}_{oj}}{dt} &= \frac{\tilde{d}_0^2\bar{p}_{oo1}}{dt} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_0\bar{p}_{oo1}}{dt} + \frac{\tilde{d}_0(\bar{w}_4 \times \bar{p}_{o4j})}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{w}_4 \times \bar{p}_{o4j}) + \\ &+ \frac{\tilde{d}_0(\bar{w}_3 \times \bar{p}_{o3j})}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{w}_3 \times \bar{p}_{o3j}) + \frac{\tilde{d}_0(\bar{w}_2 \times \bar{p}_{o2j})}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{w}_2 \times \bar{p}_{o2j}) + \\ &+ \frac{\tilde{d}_0(\bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1j})}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1j}) + \frac{\tilde{d}_0(\bar{\Omega} \times \bar{p}_{oj})}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{oj}). \end{aligned} \quad (1.21)$$

Аналогічно запишемо для \bar{p}_{oi}

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{p}_{oi}}{dt} &= \frac{\tilde{d}_0\bar{p}_{oo1}}{dt} + \frac{\tilde{d}_0\bar{p}_{oli}}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{p}_{oi}; \\ \frac{d^2\bar{p}_{oi}}{dt} &= \frac{\tilde{d}_0^2\bar{p}_{oo1}}{dt} + \frac{\tilde{d}_0^2\bar{p}_{oli}}{dt} + \frac{\tilde{d}_0(\bar{\Omega} \times \bar{p}_{oi})}{dt} + \\ &+ \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_0\bar{p}_{oo1}}{dt} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_0\bar{p}_{oli}}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{oi}); \end{aligned} \quad (1.22)$$

де $\frac{\tilde{d}_0}{dt}$ – оператор локальної похідної в системі координат $SX_cY_cZ_c$; $\bar{\Omega}$ –

кутова швидкість системи координат $SX_cY_cZ_c$ відносно інерціальної системи координат $AXYZ$.

Оскільки конструкція платформи АМР може передбачати лінійне переміщення точок відносно системи координат $SX_cY_cZ_c$ (наприклад для

гусеничного шасі), то у загальному випадку $\frac{\tilde{d}_0\bar{p}_{oi}}{dt} \neq 0$ та $\frac{\tilde{d}_0\bar{p}_{oli}}{dt} \neq 0$.

Підставили (1.21) та (1.22) в (1.20) і отримали:



$$\begin{aligned} & \sum_j \bar{p}_{oj} \times m_j \left\{ \frac{\tilde{d}_0^2 \bar{p}_{ool}}{dt} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_0 \bar{p}_{ool}}{dt} + \frac{\tilde{d}_0 (\bar{w}_4 \times \bar{p}_{o4j})}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{w}_4 \times \bar{p}_{o4j}) + \right. \\ & + \frac{\tilde{d}_0 (\bar{w}_3 \times \bar{p}_{o3j})}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{w}_3 \times \bar{p}_{o3j}) + \frac{\tilde{d}_0 (\bar{w}_2 \times \bar{p}_{o2j})}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{w}_2 \times \bar{p}_{o2j}) + \\ & \left. + \frac{\tilde{d}_0 (\bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1j})}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1j}) + \frac{\tilde{d}_0 (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{oj})}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{oj}) \right\} + \\ & + \sum_i \bar{p}_{oi} \times m_i \left\{ \frac{\tilde{d}_0^2 \bar{p}_{ool}}{dt} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_0 \bar{p}_{ool}}{dt} + \frac{\tilde{d}_0^2 \bar{p}_{oli}}{dt} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_0 \bar{p}_{oli}}{dt} + \right. \\ & \left. + \frac{\tilde{d}_0 (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{oi})}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{oi}) \right\} = \bar{M}_0. \end{aligned} \quad (1.23)$$

Проведемо спрощення рівняння (23):

1) У загальному випадку

$$\left(\sum_j \bar{p}_{oj} \times m_j + \sum_i \bar{p}_{oi} \times m_i \right) \times \left(\frac{\tilde{d}_0^2 \bar{p}_{ool}}{dt} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_0 \bar{p}_{ool}}{dt} \right) = 0,$$

оскільки

$$\sum_j \bar{p}_{oj} \times m_j + \sum_i \bar{p}_{oi} \times m_i = 0,$$

як статичний момент мас відносно центра мас системи; тоді рівняння (1.23)

матиме вигляд:

$$\begin{aligned} & \sum_j \bar{p}_{oj} \times m_j \left\{ \frac{\tilde{d}_0 (\bar{w}_4 \times \bar{p}_{o4j})}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{w}_4 \times \bar{p}_{o4j}) + \frac{\tilde{d}_0 (\bar{w}_3 \times \bar{p}_{o3j})}{dt} + \right. \\ & + \bar{\Omega} \times (\bar{w}_3 \times \bar{p}_{o3j}) + \frac{\tilde{d}_0 (\bar{w}_2 \times \bar{p}_{o2j})}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{w}_2 \times \bar{p}_{o2j}) + \\ & \left. + \frac{\tilde{d}_0 (\bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1j})}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1j}) + \frac{\tilde{d}_0 (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{oj})}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{oj}) \right\} + \\ & + \sum_i \bar{p}_{oi} \times m_i \left\{ \frac{\tilde{d}_0^2 \bar{p}_{oli}}{dt} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_0 \bar{p}_{oli}}{dt} + \frac{\tilde{d}_0 (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{oi})}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{oi}) \right\} = \bar{M}_0. \end{aligned} \quad (1.24)$$

2) Якщо розглянути проміжки переміщення АМР з нерухомим маніпулятором, то кутові швидкості у кінематичних парах маніпулятора дорівнюють нулю $\bar{w}_1 = \bar{w}_2 = \bar{w}_3 = \bar{w}_4 = 0$. За означених умов вираз (24) набуває виду:



$$\begin{aligned} & \sum_j \bar{p}_{oj} \times m_j \left\{ \frac{\tilde{d}_0 (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{oj})}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{oj}) \right\} + \\ & + \sum_i \bar{p}_{oi} \times m_i \left\{ \frac{\tilde{d}_0^2 \bar{p}_{oli}}{dt} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_0 \bar{p}_{oli}}{dt} + \frac{\tilde{d}_0 (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{oi})}{dt} + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{oi}) \right\} = \bar{M}_0. \end{aligned} \quad (1.25)$$

3) Якщо розглянути проміжки переміщення АМР на яких кутові швидкості значно менші за лінійні швидкості, у виразі (24) можна знехтувати доданками які містять добуток кутових швидкостей, як малими другого порядку. Після математичних перетворень у рівнянні (24) отримаємо:

$$\begin{aligned} & \sum_j \bar{p}_{oj} \times m_j \left\{ \frac{\tilde{d}_0 (\bar{w}_4 \times \bar{p}_{o4j})}{dt} + \frac{\tilde{d}_0 (\bar{w}_3 \times \bar{p}_{o3j})}{dt} + \frac{\tilde{d}_0 (\bar{w}_2 \times \bar{p}_{o2j})}{dt} + \right. \\ & \left. + \frac{\tilde{d}_0 (\bar{w}_1 \times \bar{p}_{o1j})}{dt} + \frac{\tilde{d}_0 (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{oj})}{dt} \right\} + \\ & + \sum_i \bar{p}_{oi} \times m_i \left\{ \frac{\tilde{d}_0^2 \bar{p}_{oli}}{dt} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_0 \bar{p}_{oli}}{dt} + \frac{\tilde{d}_0 (\bar{\Omega} \times \bar{p}_{oi})}{dt} \right\} = \bar{M}_0. \end{aligned} \quad (1.26)$$

Рівняння (1.24)–(1.26) це рівняння кутового руху АМР з маніпулятором, як системи тіл відносно інерціальної системи координат.

1.3. Рівняння руху маніпулятора відносно корпусу автономного мобільного робота

Розглядали маніпулятор, як тіло, перенесене в просторі корпусом АМР. На підставі теореми про моменти кількості руху, для маніпулятора запишемо:

$$\frac{d}{dt} \sum_j \bar{r}_j \times m_j \bar{v}_j = \bar{M}^M,$$

$$\sum_j \frac{d}{dt} \bar{r}_j \times m_j \bar{v}_j + \sum_j \bar{r}_j \times m_j \frac{d\bar{v}_j}{dt} = \bar{M}^M.$$

Оскільки $\frac{d}{dt} \bar{r}_j \times m_j \bar{v}_j = 0$, як векторний добуток колінеарних векторів,



тоді

$$\sum_j \bar{r}_j \times m_j \frac{d\bar{v}_j}{dt} = \bar{M}^M.$$

З рис. 2 видно, що $\bar{r}_j = \bar{r}_0 + \bar{p}_{o01} + \bar{p}_{o1j}$ отже

$$\sum_j (\bar{r}_0 + \bar{p}_{o01} + \bar{p}_{o1j}) \times m_j \frac{d\bar{v}_j}{dt} = \bar{M}^M, \quad (1.27)$$

де \bar{r}_0 – радіус-вектор точки О відносно початку інерціальної системи координат; \bar{p}_{oj} – радіус-вектор j -ої елементарної частки маніпулятора відносно точки О.

З теореми Ньютона про кількість руху маємо:

$$\sum_j m_j \frac{d\bar{v}_j}{dt} = \bar{F}^M,$$

$$\text{тоді } (\bar{r}_0 + \bar{p}_{o01}) \times \bar{F}^M + \sum_j \bar{p}_{o1j} \times m_j \frac{d\bar{v}_j}{dt} = \bar{M}^M,$$

$$\text{або } \sum_j \bar{p}_{o1j} \times m_j \frac{d\bar{v}_j}{dt} = \bar{M}_{o1}^M. \quad (1.28)$$

У формулі (28) враховано, що $\bar{M}_{o1}^M = \bar{M}^M - (\bar{r}_0 + \bar{p}_{o01}) \times \bar{F}^M$ – головний момент прикладений до маніпулятора відносно стикувального вузла (точки O_1).

Швидкість елементарної маси маніпулятора m_j дорівнює:

$$\bar{v}_j = \frac{d\bar{r}_j}{dt} = \frac{d(\bar{r}_0 + \bar{p}_{oj})}{dt} = \frac{d\bar{r}_0}{dt} + \frac{d\bar{p}_{oj}}{dt} = \bar{v}_0 + \frac{d\bar{p}_{oj}}{dt}.$$

З рис. 2. видно, що $\bar{p}_{oj} = \bar{p}_{oc} + \bar{p}_{col} + \bar{p}_{o1j}$,

$$\text{тоді } \frac{d\bar{p}_{oj}}{dt} = \frac{d\bar{p}_{oc}}{dt} + \frac{d\bar{p}_{col}}{dt} + \frac{d\bar{p}_{o1j}}{dt} = \frac{d\bar{p}_{oc}}{dt} + \frac{d\bar{p}_{o1j}}{dt}. \quad (1.29)$$

У рівнянні (29) враховано, що $\frac{d\bar{p}_{col}}{dt} = 0$, оскільки $\bar{p}_{col} = const.$

Обчислимо окремі доданки у рівнянні (1.29) із застосуванням поняття локальної похідної:



$$\frac{d\bar{p}_{oc}}{dt} = \frac{\tilde{d}_o \bar{p}_{oc}}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{p}_{oc};$$

$$\frac{d\bar{p}_{olj}}{dt} = \frac{\tilde{d}_0 \bar{p}_{olj}}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{p}_{olj} = \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{olj}}{dt} + \bar{w}_1 \times \bar{p}_{olj} + \bar{\Omega} \times \bar{p}_{olj}.$$

Після підстановки отримали:

$$\bar{v}_j = \bar{v}_0 + \frac{\tilde{d}_o \bar{p}_{oc}}{dt} + \bar{\Omega} \times \bar{p}_{oc} + \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{olj}}{dt} + \bar{w}_1 \times \bar{p}_{olj} + \bar{\Omega} \times \bar{p}_{olj},$$

тоді

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{v}_j}{dt} = & \frac{d\bar{v}_0}{dt} + \frac{d}{dt} \left(\frac{\tilde{d}_o \bar{p}_{oc}}{dt} \right) + \frac{d\bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{oc} + \bar{\Omega} \times \frac{d\bar{p}_{oc}}{dt} + \frac{d}{dt} \left(\frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{olj}}{dt} \right) + \\ & + \frac{d\bar{w}_1}{dt} \times \bar{p}_{olj} + \bar{w}_1 \times \frac{d\bar{p}_{olj}}{dt} + \frac{d\bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{olj} + \bar{\Omega} \times \frac{d\bar{p}_{olj}}{dt}. \end{aligned} \quad (1.30)$$

Якщо врахувати $\frac{d}{dt} \left(\frac{\tilde{d}_o \bar{p}_{oc}}{dt} \right) = \frac{\tilde{d}_o^2 \bar{p}_{oc}}{dt} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_o \bar{p}_{oc}}{dt}$, та

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{olj}}{dt} \right) = \frac{\tilde{d}_o}{dt} \left(\frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{olj}}{dt} \right) + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{olj}}{dt} = \frac{\tilde{d}_1^2 \bar{p}_{olj}}{dt} + \bar{w}_1 \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{olj}}{dt} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{olj}}{dt},$$

тоді рівняння (1.30) набуває виду

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{v}_j}{dt} = & \frac{d\bar{v}_0}{dt} + \frac{\tilde{d}_o^2 \bar{p}_{oc}}{dt} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_o \bar{p}_{oc}}{dt} + \frac{d\bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{oc} + \bar{\Omega} \times \frac{d\bar{p}_{oc}}{dt} + \frac{\tilde{d}_1^2 \bar{p}_{olj}}{dt} + \\ & + \bar{w}_1 \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{olj}}{dt} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{olj}}{dt} + \frac{d\bar{w}_1}{dt} \times \bar{p}_{olj} + \bar{w}_1 \times \frac{d\bar{p}_{olj}}{dt} + \frac{d\bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{olj} + \bar{\Omega} \times \frac{d\bar{p}_{olj}}{dt}. \end{aligned} \quad (1.31)$$

Підставимо (31) в (28):

$$\begin{aligned} \sum_j \bar{p}_{olj} \times m_j \left(\frac{d\bar{v}_0}{dt} + \frac{\tilde{d}_o^2 \bar{p}_{oc}}{dt} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_o \bar{p}_{oc}}{dt} + \frac{d\bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{oc} + \bar{\Omega} \times \frac{d\bar{p}_{oc}}{dt} + \frac{\tilde{d}_1^2 \bar{p}_{olj}}{dt} + \bar{w}_1 \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{olj}}{dt} + \right. \\ \left. + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{olj}}{dt} + \frac{d\bar{w}_1}{dt} \times \bar{p}_{olj} + \bar{w}_1 \times \frac{d\bar{p}_{olj}}{dt} + \frac{d\bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{olj} + \bar{\Omega} \times \frac{d\bar{p}_{olj}}{dt} \right) = \bar{M}_{ol}^M. \end{aligned}$$

Оскільки $\sum_j \bar{p}_{olj} m_j = m_M \bar{p}_{olM}$, то з рівняння (1.31) маємо:



$$\begin{aligned}
 & m_M \bar{p}_{o1M} \left(\frac{d\bar{v}_0}{dt} + \frac{\tilde{d}_o^2 \bar{p}_{oc}}{dt} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_o \bar{p}_{oc}}{dt} + \frac{d\bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{oc} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}\bar{p}_{oc}}{dt} \right) + \\
 & + \sum_j m_j \bar{p}_{o1j} \times \left(\frac{\tilde{d}_1^2 \bar{p}_{o1j}}{dt} + \bar{w}_1 \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1j}}{dt} + \bar{\Omega} \times \frac{\tilde{d}_1 \bar{p}_{o1j}}{dt} + \right. \\
 & \left. + \frac{d\bar{w}_1}{dt} \times \bar{p}_{o1j} + \bar{w}_1 \times \frac{d\bar{p}_{o1j}}{dt} + \frac{d\bar{\Omega}}{dt} \times \bar{p}_{o1j} + \bar{\Omega} \times \frac{d\bar{p}_{o1j}}{dt} \right) = \bar{M}_{o1}^M.
 \end{aligned} \tag{1.32}$$

Формула (1.32) – це рівняння руху маніпулятора відносно корпусу АМР у загальному випадку.

Результати. Із застосуванням методу Ньютона-Ейлера одержано математичну модель динаміки АМР змінюваної конфігурації. Особливістю отриманих результатів є врахування динамічних параметрів механічної системи.

В якості прикладу розглянуто конструкцію АМР з маніпулятором, який призначено для подолання наслідків техногенних та природних катастроф. Особливості динаміки АМР з маніпулятором обумовлені зміною положення центру мас системи при відносному русі маніпулятора та сумірністю недіагональних і діагональних елементів тензору інерції, обчислених відносно осей базової системи координат.

Запропонована математична модель описує три режими:

- керований рух платформи по заданому маршруту з нерухомим М;
- переміщення АМР за умови, що кутові швидкості значно менші за лінійні швидкості
- М виконує технологічні операції при керованому русі платформи.

Рівняння математичної моделі отримані для означених режимів руху АМР з М. Якщо розглянути проміжки переміщення АМР на яких кутові швидкості значно менші за лінійні швидкості, то в рівняннях динаміки можна знехтувати доданками які містять добуток кутових швидкостей, як малими другого порядку. Якщо розглянути проміжки переміщення АМР з нерухомим маніпулятором, то кутові швидкості у кінематичних парах маніпулятора дорівнюють нулю $\bar{w}_1 = \bar{w}_2 = \bar{w}_3 = \bar{w}_4 = 0$.

Математична модель динаміки АМР змінюваної конфігурації з



врахуванням взаємозв'язку динамічних параметрів механічної системи містить:

– Рівняння (1.16) – це рівняння руху центру мас АМР змінюваної конфігурації вздовж траєкторії в інерціальній системі координат у загальному випадку. Крім того, складено рівняння руху центру мас АМР в окремих випадках: (1.14) – якщо маніпулятор не рухається і (1.15) – якщо система рухається з обмеженою кутовою швидкістю.

– Рівняння (1.24) – це рівняння кутового руху АМР змінюваної конфігурації в інерціальній системі координат. Наведено рівняння кутового руху АМР в окремих випадках: (1.25) – якщо маніпулятор не рухається і (26) – якщо система рухається з обмеженою кутовою швидкістю.

– Рівняння (1.32) – це рівняння руху маніпулятора відносно корпусу АМР у загальному випадку.

Система керування шасі АМР забезпечує рух у обмеженому просторі (робочій зоні) за заданою траєкторією з використанням GPS навігації або орієнтуванням по карті чи маякам. В межах робочої зони можливі статичні та (або) рухомі перешкоди, які мають бути подолані з найменшим відхиленням від заданого маршруту. Представлені в [11–15] математичні моделі динаміки забезпечують надійне відстеження візком еталонної траєкторії, але розглянута конструкція не передбачає наявності рухливих елементів (М або навісного устаткування). В рівняннях (1.14)–(1.16) встановлено взаємозв'язок динамічних параметрів системи від напрямку та величини радіус-вектору \bar{p}_{oC} . Зсув центру мас платформи відносно центру мас системи тіл на радіус-вектор \bar{p}_{oC} обумовлений наявністю рухливих елементів (М або навісного устаткування). Застосування рівнянь (1.14)–(1.16) забезпечує відстеження платформою АМР еталонної траєкторії при наявності рухливих елементів (М або навісного устаткування). Це дозволить запобігти виникненню кутових швидкостей у напрямках перпендикулярних напрямку руху платформи, уникати проковзування та заносу платформи та зберегти орієнтацію АМР з М.

Дистанційне керування маніпулятором забезпечує високі якісні показники виконання технологічних операцій як при нерухливому, так і рухливому шасі.



Запропоновані у [3–7, 17–19] математичні моделі не враховують зміну положення центру мас системи при відносному русі маніпулятора. Моделі [19–22] не дозволяють відокремити впливи динамічних параметрів на взаємозв'язок каналів керування.

Конструкція схвату й кінематична схема маніпулятора передбачає можливість роботи з крихкими або вибухонебезпечними об'єктами. Рівняння (1.24)–(1.26) дозволяють встановити вплив динамічних параметрів системи на узагальнені швидкості \bar{w}_j та прискорення $\frac{d\bar{w}_j}{dt}$ у кінематичних парах маніпулятора. Рухлива основа М обумовлює зміну робочої зони та збільшення похибки позиціювання полюса схвату. Застосування рівнянь (1.24)–(1.26) забезпечує програмне корегування динамічних параметрів маніпулятора при переміщенні платформи АМР вздовж траєкторії.

Рівняння (1.32) забезпечує контроль та програмне корегування динамічних параметрів маніпулятора та контактних зусиль у схваті. Застосування рівняння (1.32) дозволяє зафіксувати об'єкт і забезпечити його надійне утримання при переміщенні платформи АМР вздовж траєкторії.

Корегування спрацьовувань системи керування зменшує енерговитрати, збільшує час автономної роботи і підвищує продуктивність АМР.

Обмеження цього дослідження обумовлені розглядом лише трьох режимів руху АМР з М та припущенням, що елементи кінематичної схеми М і платформи АМР – абсолютно жорсткі тіла. Для інших режимів руху АМР з М потрібно доопрацювання математичної моделі на основі обґрунтованих припущень й спрощень. Обмеження цього дослідження мають бути обов'язково враховані при спробі застосування розробленої математичної моделі на практиці, а також в подальших теоретичних дослідженнях. Недолік дослідження – динаміка кінематичних пар не врахована.

Розвитком даного дослідження є розробка адаптивної системи керування з елементами штучного інтелекту. Як об'єкт керування АМР з маніпулятором це багатозв'язна система з перехресним внутрішнім зв'язком каналів керування,



який утворено динамічними параметрами механічної системи. За результатами математичного моделювання із застосуванням запропонованої моделі можна розробити алгоритми адаптивного керування з використанням перехресного зв'язку каналів. Це дозволить зменшити кількість спрацьовувань системи керування, заощадити енергоресурсі і збільшити час автономної роботи АМР з М.

Висновки по першому розділу.

Складено рівняння руху центра мас системи АМР з маніпулятором вздовж траєкторії вздовж траєкторії з врахуванням взаємозв'язку динамічних параметрів механічної системи. При цьому встановлено вплив динамічних параметрів системи на напрям та величину радіус-вектору \bar{p}_{oC} – зсув центру мас платформи відносно центру мас системи тіл.

Встановлено вплив взаємозв'язку динамічних параметрів механічної системи на рівняння кутового руху АМР змінюваної конфігурації. При цьому враховано сумірність недиагональних і діагональних елементів тензору інерції, обчислених відносно осей базової системи координат.

Визначено взаємозв'язок динамічних параметрів механічної системи при русі маніпулятора відносно платформи АМР. Встановлено вплив параметрів системи на узагальнені швидкості \bar{w}_j та прискорення $\frac{d\bar{w}_j}{dt}$ у кінематичних парах маніпулятора. Таким чином можна контролювати контактні зусилля у схваті, а при необхідності зафіксувати об'єкт і забезпечити його надійне утримання.



KAPITEL 2 / CHAPTER 2

THE METHOD OF ANALYZING THE CURRENT STATE OF THE INERTIAL CHARACTERISTICS OF AN AUTONOMOUS MOBILE ROBOT OF VARIABLE CONFIGURATION

Розширення сфери застосування та ускладнення завдань для сучасних автономних мобільних роботів (АМР) обумовлює наявність елементів конструкції, рухливих відносно платформи робота: маніпулятор, щуп, бур, ківш і т.п. При експлуатації АМР ці елементи рухаються відносно платформи, змінюючи геометрію мас системи. Складання АМР з рухливими елементами за агрегатно-модульним методом обумовлює пристосування конструкції для потреб користувача. Для ефективного застосування таких АМР система керування повинна передбачати алгоритми самоідентифікації для уточнення динамічних властивостей об'єкта керування. Особливості динаміки АМР змінюваної конфігурації при русі елементів конструкції відносно платформи обумовлені: зміною положення центра мас системи та сумірністю недіагональних і діагональних елементів тензора інерції, обчислених відносно осей базової системи координат, пов'язаної із центром мас платформи АМР.

При виконанні технологічних операцій система керування повинна корегувати команди на виконавчі приводи з врахуванням поточного стану інерційних характеристик АМР змінюваної конфігурації. Зміна розподілу мас АМР відносно зв'язаною з платформою базовою системою координат обумовлює взаємозв'язок каналів керування та додаткові вмикання системи керування для самоідентифікації динамічної системи, синтезу алгоритмів адаптивного керування та генерації команд - компенсацій. Якщо АМР змінюваної конфігурації використовується в наперед невизначених або екстремальних умовах зовнішнього середовища, то на параметри роботи системи керування накладаються додаткові обмеження. При експлуатації АМР змінюваної конфігурації додаткові вмикання системи керування можуть привести до додаткових втрат енергії, що зменшує функціональність робота та загрожує його „працездатності”.

Аналіз поточного стану інерційних характеристик АМР змінюваної



конфігурації дозволить забезпечити усталений рух АМР вздовж заданої траєкторії, успішне виконання технологічних операцій навісним обладнанням АМР та збереження функціональності робота при діях в наперед невизначених або екстремальних умовах. Визначення інерційних характеристик АМР з рухливими елементами конструкції у реальному часі дозволить здійснити синтез керуючих впливів з врахуванням взаємозв'язку каналів керування.

Таким чином, розробка програмного методу аналізу поточного стану інерційних характеристик АМР змінюваної конфігурації є актуальною науково-прикладною задачею.

Аналіз літератури. Для робіт в екстремальних для людини умовах застосовуються дистанційно керовані АМР з рухливими елементами конструкції. Прикладом таких елементів конструкції може бути маніпулятор, спеціалізоване устаткування або рухливе навісне устаткування: щуп, бур, ківш і т.п. При експлуатації АМР ці елементи рухаються відносно платформи, змінюючи геометрію мас системи [1, 2].

При переміщенні АМР змінюваної конфігурації по заданому маршруту система керування має забезпечити мінімальне відхилення центру мас платформи від заданої траєкторії [1]. При цьому керуючі моменти направлені вздовж осей системи координат, зв'язаної з платформою АМР. При відносному русі елементів конструкції АМР змінюваної конфігурації його головні центральні осі інерції не співпадають з осями системи координат зв'язаної з платформою АМР. Як наслідок, тензор інерції АМР в системі координат, зв'язаний з платформою, недиагональний і нестационарний. В [3] надано оцінку елементів тензора інерції АМР із маніпулятором при різній конфігурації їхнього взаємного положення для маніпуляторів, маса яких з вантажем складає 10 % - 20% від маси платформи АМР. Результати наведені в [3] доводять необхідність аналізу поточного стану інерційних характеристик при моделюванні динаміки та формуванні керуючих впливів для АМР змінюваної конфігурації. В [3] проведено оцінку елементів тензора інерції АМР із маніпулятором при різній конфігурації їхнього взаємного положення, якщо маса маніпулятора з вантажем



становить 10 % ÷ 20% від маси платформи АМР. Аналіз моментів інерції системи АМР з маніпулятором доводить, що значення відцентрових моментів інерції системи при відносному русі маніпулятора сумірні значенням осьових моментів інерції системи, навіть якщо маса рухомих елементів конструкції менша ніж 10% від маси платформи. Тобто в загальному випадку не можна вважати тензор інерції такої системи діагональним.

В [4] зазначено, що особливістю динаміки АМР з маніпулятором, як системи тіл, є:

- зміна положення центра мас системи при відносному русі маніпулятора,
- сумірність недіагональних і діагональних елементів тензора інерції, обчислених відносно осей базової системи координат $CX_cY_cZ_c$, пов'язаної із центром мас платформи АМР.

При експлуатації АМР рухливі елементи конструкції виконують технологічні операції переміщення об'єкту маніпулювання (вантаж, інструмент, контрольно-вимірювальні прилади) за заданим законом руху [1, 2]. Залежно від призначення на різних ділянках траєкторії такі АМР можуть змінювати геометричні розміри, форму, розподіл мас [1, 2]. Ці особливості слід врахувати на етапі проектування і складання математичної моделі [1, 2, 5, 6].

АМР з рухливими елементами конструкції є складною механічною системою. Навісне устаткування – перенесені тіла, платформа – несуче тіло [5]. Моменти інерції рухливих елементів конструкції є функціями від узагальнених координат [1, 2, 5, 6]. Для визначення інерційних характеристик механічної системи „АМР з рухливими елементами конструкції” необхідно розрахувати відцентрові і осьові моменти інерції відносно заданої системи координат [1, 2]. Моменти інерції складної системи обчислюють підсумовуючи моменти інерції частин цієї системи [5, 6]. Тензором інерції системи називають матрицю складену з осьових і відцентрових моментів інерції відносно заданих декартових систем координат [5, 6].

Для обчислень інерційних характеристик механічної системи „АМР з рухливими елементами конструкції” доцільно застосовувати методи векторного



и матричного аналізу [7]. Результати аналогічного дослідження для космічного апарату з маніпулятором наведено в [8], для АМР з маніпулятором – в [3].

Для реалізації програмного методу аналізу поточного стану інерційних характеристик механічної системи „АМР з рухливими елементами конструкції” можна використати мови програмування (Pascal, C) або математичні пакети (Matlab, Mathcad). Чисельні методи рішення інженерних завдань реалізуються в середовищі прикладних програм Mathcad [9, 10], яке характеризується можливістю рішення алгебраїчних лінійних і нелінійних рівнянь, диференціальних рівнянь і систем; виконанням операцій з векторами, матрицями і поліномами [9, 10].

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є підвищення ефективності використання АМР змінюваної конфігурації при роботі в наперед невизначених або екстремальних умовах: забезпечення усталеного руху АМР вздовж заданої траєкторії, успішне виконання технологічних операцій навісним обладнанням АМР та збереження функціональності робота.

Об'єктом дослідження є агрегатно-модульний АМР з рухливими елементами. Маса рухливих елементів складає 10 % ÷ 20% від маси платформи АМР. Як приклад, для визначеності обрана конструкція, яка складається з чотирьохколісної повнопривідної платформи, рухливого інформаційно-вимірювального обладнання та навісного устаткування – ковша. Схема конструкції АМР із рухливими елементами наведена на рис.2.1.

Інформаційно-вимірювальне обладнання встановлено на кільці, що обертається навколо вісі $O1Z1$ на кут $q1(t)$. При виконанні технологічних операцій інформаційно-вимірювальне обладнання відхиляється на кут $q2(t)$ відносно вісі $O2Y2$. Система керування забезпечує програмний рух точки $P1$ – полюсу інформаційно-вимірювального обладнання. Навісне устаткування – ківш має три ступеня рухливості, система керування забезпечує керований рух і точність позиціонування точки $PК$ – полюсу навісного устаткування. Для конструкції представленої на рис.1 прийmemo, що узагальнена координата $q3(t)$ змінюється навколо осі $O3Z3$, а узагальнені координати $qi(t)$ (для $i=4, 5$) –



навколо осей $O_i Y_i$.

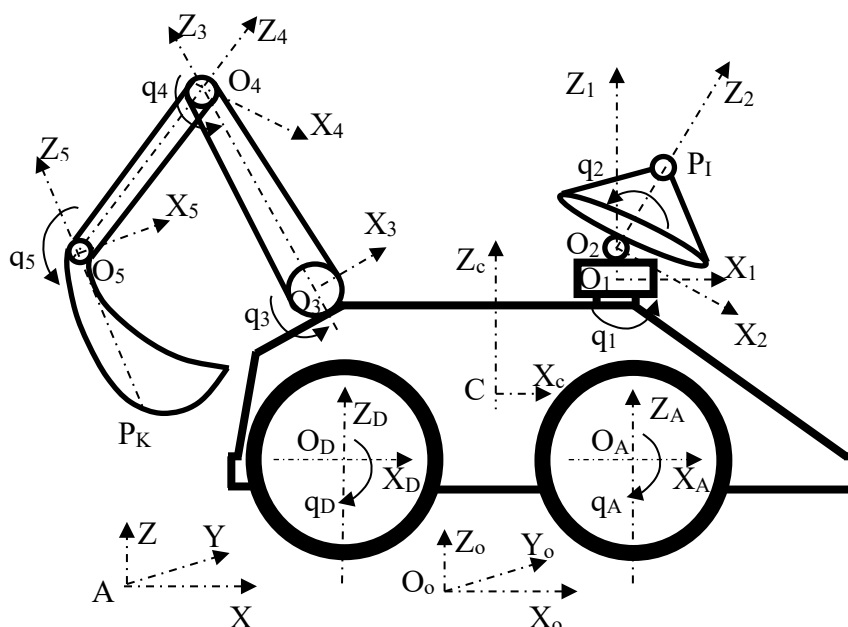


Рисунок 2.1 – Схема конструкції АМР з рухливими елементами

Уведемо наступні праві системи координат (рис. 2.1):

$AXYZ$ – інерціальна система координат.

$CX_cY_cZ_c$ – рухлива базова система координат. Початок відліку сполучений із крапкою C – центром мас платформи. Осі паралельні головним центральним осям інерції платформи АМР. Вісь CZ_c – перпендикулярна площини руху платформи, збігається з місцевою вертикаллю й спрямована вгору, CX_c розташована в площині руху платформи й спрямована в сторону руху, вісь CY_c розташована в площині руху платформи й доповнює систему координат до правої.

$OX_0Y_0Z_0$ – рухлива система координат. Початок відліку сполучений із крапкою O – центром мас системи тіл. Осі паралельні осям системи координат $CX_cY_cZ_c$.

$O_1X_1Y_1Z_1$ – зв'язана рухлива система координат. Початок відліку сполучений із крапкою O_1 – центром мас кільця. Осі збігаються з головними центральними осями інерції кільця. У початковому положенні кільця осі систем



координат $O_1X_1Y_1Z_1$ паралельні осям системи координат $CX_cY_cZ_c$.

$O_2X_2Y_2Z_2$ – зв'язана рухлива система координат. Початок відліку сполучений із крапкою O_2 – центром мас диску. Осі збігаються з головними центральними осями інерції диску. У початковому положенні диску осі систем координат $O_2X_2Y_2Z_2$ паралельні осям системи координат $O_1X_1Y_1Z_1$.

$O_iX_iY_iZ_i$ (для $i=3, 4, 5$) – зв'язані рухливі системи координат. Початок відліку сполучений із крапкою O_i – центром кінематичної пари. Осі O_iZ_i збігаються з поздовжніми осями ланок ковша. У початковому положенні ланок ковша осі систем координат $O_iX_iY_iZ_i$ паралельні осям системи координат $CX_cY_cZ_c$.

Матеріали та методи дослідження. Сформульовані в роботі висновки, наукові припущення й рекомендації базуються на фундаментальних положеннях векторної алгебри, теоретичної механіки та теорії диференціальних рівнянь [5 - 7].

Припустимо, що при виконанні АМР технологічних операцій рух ковша здійснюється при зупиненій платформі як послідовність переміщень по узагальненим координатам $q_3(t)$, $q_4(t)$, $q_5(t)$. При русі АМР вздовж траєкторії інформаційне обладнання обертається за заданим законом по узагальненим координатам $q_1(t)$, $q_2(t)$. Точки O_1 та O_3 - точки стикування інформаційного обладнання та ковша з платформою.

Програмний метод аналізу поточного стану інерційних характеристик АМР складається з наступних етапів:

- визначення поточного стану зв'язаних рухливих системи координат для кожного перенесеного тіла;
- складання послідовності поворотів та паралельних переносів для суміщення кожної рухливої системи координат з базовою;
- формування матриці кутів для суміщення кожної рухливої системи координат з базовою;
- вимірювання поточного стану узагальнених координат;
- обчислення моментів інерції перенесеного тіла відносно зв'язаною з ним



рухливою системою координат;

- перерахунок елементів тензора інерції перенесеного тіла в базову систему координат за допомогою формул перетворення координат і теореми Штейнера;

- обчислення моментів інерції складної системи у базовій системі координат підсумовуючи моменти інерції частин цієї системи;

- формування тензору інерції системи „АМР з рухливими елементами конструкції” у базовій системі координат;

- аналіз недіагональності тензору інерції системи „АМР з рухливими елементами конструкції” у базовій системі координат.

Моменти інерції рухливих елементів конструкції є функціями від узагальнених координат. Для АМР з рухливими елементами конструкції матриці кутів для кожної ротаційної кінематичної пари, закони зміни узагальнених координат, параметри приводів, характеристики кінематичних пар, геометричні розміри визначаються на етапі проектування. Ці дані використовуються системою керування на етапі самоідентифікації для визначення поточного стану конструкції АМР.

За законом зміни узагальнених координат у момент часу t_j визначається заплановане значення кожної координати q_i пл(t_j). Заплановане q_i пл(t_j) значення уточнюється на основі інформації з датчиків зворотного зв'язку та з врахуванням обмежень у приводах і конструкціях кінематичних пар (люфт, тертя і т.п.). Для алгоритму розрахунку інерційних характеристик АМР з рухливими елементами конструкції використовується уточнене фактичне значення кожної узагальненої координати q_i факт(t_j). Відцентрові і осьові моменти інерції АМР з рухливими елементами конструкцій відносно осей базової системи координат $SX_cY_cZ_c$ залежать від часу і значень узагальнених координат. Таким чином, отримані інерційні характеристики відносно базової системи координат відповідають поточному стану розташування рухливих елементів відносно платформ АМР.

Запропонований метод аналізу інерційних характеристик дозволяє дослідити недіагональність і нестационарність тензору інерції АМР з рухливими



елементами конструкції. Авторами розроблено програмне забезпечення, яке дозволяє програмно в реальному часі визначити залежність значень елементів тензору АМР змінюваної конфігурації від значень узагальнених координат рухомих елементів конструкції; оцінити залежність значень елементів тензору АМР змінюваної конфігурації від співвідношення маси платформи АМР та маси рухомих елементів конструкції; проаналізувати недіагональність і нестационарність тензору інерції АМР змінюваної конфігурації.

Розглянемо реалізацію програмного методу аналізу поточного стану інерційних характеристик АМР з застосуванням Mathcad. Програмне середовище Mathcad дозволяє автоматизовано провести кінематичний та динамічний аналіз [10]. Кінематичний та динамічний аналіз маніпулятора здійснимо з урахуванням потужності приводів, коефіцієнтів тертя, особливостей конструкції й характеристик кінематичних пар.

Проілюструємо застосування даного методу на прикладі АМР змінюваної конфігурації, розрахункова схема якого представлена на рис. 2.1. При аналізі інерційних характеристик АМР змінюваної конфігурації припустимо наступне:

– платформа АМР – абсолютно тверде жорстке тіло (рис. 2.2) з рівномірним розподілом маси із щільністю $\rho=2,7$ г/см³;

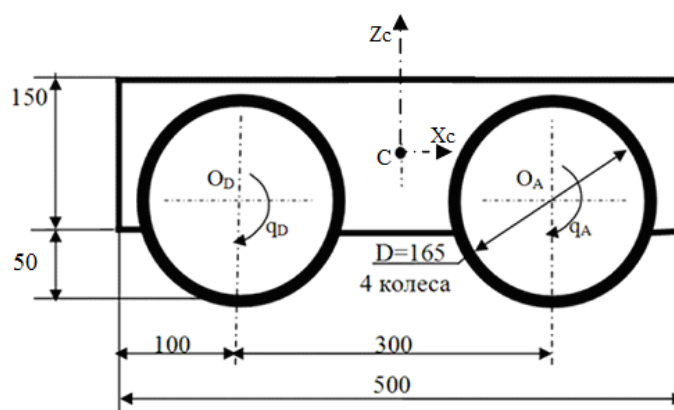


Рисунок 2.2 – Розрахункова модель платформи автономного мобільного робота

- мотор - колеса діаметром $D=165$ мм товщиною $b=50$ мм, масою 2800 г;
- масою кінематичних пар можна знехтувати;



– ланки ковша абсолютно тверді жорсткі стрижні діаметром $d=50$ мм, з рівномірним розподілом маси із щільністю $\rho=2,7$ г/см³, довжиною $O_5P_K=100$ мм, $O_4O_5=300$ мм, $O_3O_4=200$ мм;

– маси ланок ковша зосереджені в кінематичних парах, тобто у точках O_3 , O_4 і O_5 відповідно;

– перша ланка інформаційно-вимірювального обладнання абсолютно твердий жорсткий диск діаметром $D_1=100$ мм висотою $h_1=50$ мм, з рівномірним розподілом маси із щільністю $\rho=2,7$ г/см³;

– друга ланка інформаційно-вимірювального обладнання абсолютно твердий жорсткий диск діаметром $D_2=200$ мм висотою $h_2=50$ мм, з рівномірним розподілом маси із щільністю $\rho=2,7$ г/см³; $O_1O_2=50$ мм;

– закон зміни узагальнених координат: $q_i(t) = 0.03 \frac{t^2}{2} - 0.003t + q_{i0}$;

– початкові положення узагальнених координат $q_1(0) = q_4(0) = \frac{\pi}{180}$,

$$q_2(0) = q_3(0) = q_5(0) = \frac{\pi}{6};$$

– координати полюсу навісного устаткування в початковий момент часу $P_K(0; 0; -100)$ у системі координат $X_5Y_5Z_5$;

– координати полюсу інформаційного обладнання в початковий момент часу $P_I(0; 0; 50)$ у системі координат $X_2Y_2Z_2$;

– узагальнені координати мають конструктивні обмеження $q_1(t) \in \left[\frac{\pi}{180}; \frac{15\pi}{8} \right]$,

$$q_2(t) \in \left[\frac{\pi}{180}; \frac{2\pi}{3} \right], \quad q_3(t) \in \left[\frac{\pi}{180}; \frac{2\pi}{3} \right], \quad q_4(t) \in \left[\frac{\pi}{180}; \frac{2\pi}{3} \right], \quad q_5(t) \in \left[\frac{\pi}{180}; \frac{15\pi}{8} \right].$$

Головні центральні осі інерції платформи АМР утворюють базову систему координат $SX_cY_cZ_c$, при цьому SX_c - поздовжня вісь корпусу, точка S - центр мас платформи АМР. Моменти інерції платформи АМР відносно базової системи координат дорівнюють: $I_{xx}=3,586 \times 10^6$ г·см²; $I_{yy}=1,15 \times 10^7$ г·см²; $I_{zz}=1,318 \times 10^7$ г·см²; $I_{xy}=I_{xz}=I_{yz}=0$. Маса платформи становить 50,625 кг, маса кожного колеса 2,8 кг, маса навантаження у ковші 3 кг. Моменти інерції платформи АМР с



колесами відносно базової системи координат дорівнюють: $I_{xx}=6,544 \times 10^6$ г·см²; $I_{yy}=1,407 \times 10^7$ г·см²; $I_{zz}=1,822 \times 10^7$ г·см²; $I_{xy}=I_{xz}=I_{yz}=0$ і не залежать від переміщення навісного устаткування.

Обчислимо моменти інерції кожного рухомого елемента конструкції АМР відносно зв'язаної системи координат з застосуванням пакету прикладних програм Mathcad. Результати розрахунків наведено в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Моменти інерції рухомих елементів конструкції АМР у зв'язаних системах координат

Моменти інерції	Навісне устаткування			Інформаційне обладнання	
	П'ята ланка	Четверта ланка	Третя ланка	Друга ланка	Перша ланка
	зв'язана система координат $O_5X_5Y_5Z_5$	зв'язана система координат $O_4X_4Y_4Z_4$	зв'язана система координат $O_3X_3Y_3Z_3$	зв'язана система координат $O_2X_2Y_2Z_2$	зв'язана система координат $O_1X_1Y_1Z_1$
I_{xx} , г·см ²	$1,43 \times 10^5$	$4,796 \times 10^5$	$1,43 \times 10^5$	$1,414 \times 10^5$	$1,546 \times 10^4$
I_{yy} , г·см ²	$1,43 \times 10^5$	$4,796 \times 10^5$	$1,43 \times 10^5$	$1,414 \times 10^5$	$1,546 \times 10^4$
I_{zz} , г·см ²	$3,313 \times 10^3$	$4,97 \times 10^3$	$3,313 \times 10^3$	$2,121 \times 10^5$	$1,325 \times 10^4$
I_{xy} , г·см ²	0	0	0	0	0
I_{yx} , г·см ²	0	0	0	0	0
I_{xy} , г·см ²	0	0	0	0	0

Переміщення кожного рухомого елемента конструкції відносно платформи АМР можна представити як послідовність поворотів та паралельних переносів [6 - 8].

Для обраного прикладу конструкції АМР матриці кутів для кожної ротаційної кінематичної пари мають вигляд:

$$T_4^5(t) = \begin{bmatrix} q_5(t) & 90^\circ & 90^\circ - q_5(t) \\ 90^\circ & 0^\circ & 90^\circ \\ 90^\circ + q_5(t) & 90^\circ & q_5(t) \end{bmatrix}; \quad T_3^4(t) = \begin{bmatrix} q_4(t) & 90^\circ & 90^\circ - q_4(t) \\ 90^\circ & 0^\circ & 90^\circ \\ 90^\circ + q_4(t) & 90^\circ & q_4(t) \end{bmatrix};$$

$$T_C^3(t) = \begin{bmatrix} q_3(t) & 90^\circ & 90^\circ - q_3(t) \\ 90^\circ & 0^\circ & 90^\circ \\ 90^\circ + q_3(t) & 90^\circ & q_3(t) \end{bmatrix}; \quad T_1^2(t) = \begin{bmatrix} q_2(t) & 90^\circ - q_2(t) & 90^\circ \\ 90^\circ + q_2(t) & q_2(t) & 90^\circ \\ 90^\circ & 90^\circ & 0^\circ \end{bmatrix};$$

$$T_C^1(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) & 90^\circ - q_1(t) & 90^\circ \\ 90^\circ + q_1(t) & q_1(t) & 90^\circ \\ 90^\circ & 90^\circ & 0^\circ \end{bmatrix}.$$

Програма може неперервно в автоматичному режимі або за командою



розраховувати елементи тензору інерції АМР змінюваної конфігурації відносно зв'язаної системи координат $SX_cY_cZ_c$. Результати розрахунків значень елементів тензору АМР змінюваної конфігурації в залежності від значень узагальнених координат рухомих елементів конструкції наведено в таблиці 2.

В результаті проведеного дослідження доведено, що тензор інерції АМР змінюваної конфігурації в базовій системі координат недіагональний і нестационарний. Особливістю об'єктів даного класу є сумірність відцентрових і осьових моментів інерції відносно пов'язаної з платформою АМР системою координат. Значення елементів тензору АМР змінюваної конфігурації нелінійно залежать від значень узагальнених координат рухомих елементів конструкції (табл.2). Моменти інерції АМР змінюваної конфігурації відносно базової системи координат $SX_cY_cZ_c$ нелінійно і не пропорційно залежать від співвідношення маси платформи АМР та маси рухомих елементів конструкції.

Аналіз моментів інерції АМР змінюваної конфігурації дозволяє зробити наступні висновки:

- при русі перенесених тіл відносно платформи АМР тензор інерції системи недіагональний і нестационарний;
- значення відцентрових моментів інерції системи при відносному русі перенесених тіл сумірні значенням осьових моментів інерції системи В загальному випадку не можна вважати тензор інерції такої системи діагональним;
- недіагональні елементи тензора інерції спричиняють взаємний вплив рухів системи по координатах x , y і z , описуваних нелінійними рівняннями обертання відносно центра мас.

Наявність недіагональних елементів тензору інерції обумовлює спрямованість векторів керуючих моментів уздовж осей базової системи координат, а не по головних центральних осях інерції системи АМР змінюваної конфігурації. При цьому керуючий момент, що діє навколо окремо обраної осі базової системи координат, викликає обертання АМР змінюваної конфігурації щодо інших зв'язаних осей.



Таблиця 2.2 – Моменти інерції АМР змінюваної конфігурації відносно зв'язаної системи координат $SX_cY_cZ_c$ (г·см²) в залежності від значень узагальнених координат рухомих елементів конструкції

Значення узагальнених координат, рад	Платформа АМР з колесами та ковшем	Платформа АМР з колесами та інформаційним обладнанням	Платформа АМР з колесами, ковшем та вантажем	Платформа АМР з колесами, ковшем та інформаційним обладнанням	Платформа АМР з колесами, ковшем, вантажем та інформаційним обладнанням
$q_1(0)=0,017$ $q_2(0)=0,524$ $q_3(0)=0,524$ $q_4(0)=0,017$ $q_5(0)=0,524$	$I_{xx}=7,41 \times 10^6$ $I_{yy}=1,72 \times 10^7$ $I_{zz}=2,05 \times 10^7$ $I_{xy}=1,02 \times 10^6$ $I_{yz}=2,34 \times 10^6$ $I_{xz}=5,55 \times 10^5$	$I_{xx}=7,02 \times 10^6$ $I_{yy}=1,46 \times 10^7$ $I_{zz}=1,84 \times 10^7$ $I_{xy}=3,38 \times 10^5$ $I_{yz}=-1,85 \times 10^3$ $I_{xz}=1,06 \times 10^5$	$I_{xx}=9,26 \times 10^6$ $I_{yy}=1,82 \times 10^7$ $I_{zz}=2,24 \times 10^7$ $I_{xy}=1,79 \times 10^5$ $I_{yz}=3,14 \times 10^6$ $I_{xz}=6,28 \times 10^4$	$I_{xx}=7,89 \times 10^6$ $I_{yy}=1,77 \times 10^7$ $I_{zz}=2,07 \times 10^7$ $I_{xy}=1,36 \times 10^6$ $I_{yz}=2,34 \times 10^6$ $I_{xz}=6,61 \times 10^5$	$I_{xx}=9,74 \times 10^6$ $I_{yy}=1,87 \times 10^7$ $I_{zz}=2,26 \times 10^7$ $I_{xy}=5,17 \times 10^5$ $I_{yz}=3,14 \times 10^6$ $I_{xz}=1,69 \times 10^5$
$q_1(2)=0,071$ $q_2(2)=0,578$ $q_3(2)=0,578$ $q_4(2)=0,071$ $q_5(2)=0,578$	$I_{xx}=7,33 \times 10^6$ $I_{yy}=1,71 \times 10^7$ $I_{zz}=2,05 \times 10^7$ $I_{xy}=1,11 \times 10^6$ $I_{yz}=2,34 \times 10^6$ $I_{xz}=5,54 \times 10^5$	$I_{xx}=7,01 \times 10^6$ $I_{yy}=1,46 \times 10^7$ $I_{zz}=1,84 \times 10^7$ $I_{xy}=3,46 \times 10^5$ $I_{yz}=-8,23 \times 10^3$ $I_{xz}=1,16 \times 10^5$	$I_{xx}=1,21 \times 10^7$ $I_{yy}=1,97 \times 10^7$ $I_{zz}=2,58 \times 10^7$ $I_{xy}=-1,31 \times 10^6$ $I_{yz}=4,29 \times 10^6$ $I_{xz}=-7,24 \times 10^5$	$I_{xx}=7,80 \times 10^6$ $I_{yy}=1,76 \times 10^7$ $I_{zz}=2,07 \times 10^7$ $I_{xy}=1,45 \times 10^6$ $I_{yz}=2,33 \times 10^6$ $I_{xz}=6,70 \times 10^5$	$I_{xx}=1,25 \times 10^7$ $I_{yy}=2,02 \times 10^7$ $I_{zz}=2,60 \times 10^7$ $I_{xy}=-9,67 \times 10^5$ $I_{yz}=4,29 \times 10^6$ $I_{xz}=-6,08 \times 10^5$
$q_1(4)=0,245$ $q_2(4)=0,752$ $q_3(4)=0,752$ $q_4(4)=0,245$ $q_5(2)=0,752$	$I_{xx}=7,20 \times 10^6$ $I_{yy}=1,70 \times 10^7$ $I_{zz}=2,05 \times 10^7$ $I_{xy}=1,20 \times 10^6$ $I_{yz}=2,34 \times 10^6$ $I_{xz}=5,53 \times 10^5$	$I_{xx}=6,99 \times 10^6$ $I_{yy}=1,46 \times 10^7$ $I_{zz}=1,84 \times 10^7$ $I_{xy}=3,73 \times 10^5$ $I_{yz}=-3,52 \times 10^4$ $I_{xz}=1,41 \times 10^5$	$I_{xx}=1,50 \times 10^7$ $I_{yy}=1,99 \times 10^7$ $I_{zz}=2,72 \times 10^7$ $I_{xy}=-1,10 \times 10^7$ $I_{yz}=5,71 \times 10^6$ $I_{xz}=-7,91 \times 10^5$	$I_{xx}=7,65 \times 10^6$ $I_{yy}=1,75 \times 10^7$ $I_{zz}=2,07 \times 10^7$ $I_{xy}=1,58 \times 10^6$ $I_{yz}=2,30 \times 10^6$ $I_{xz}=6,94 \times 10^5$	$I_{xx}=1,54 \times 10^7$ $I_{yy}=2,04 \times 10^7$ $I_{zz}=2,74 \times 10^7$ $I_{xy}=-7,26 \times 10^5$ $I_{yz}=5,68 \times 10^6$ $I_{xz}=-6,50 \times 10^5$
$q_1(8)=0,953$ $q_2(8)=1,460$ $q_3(8)=1,460$ $q_4(8)=0,953$ $q_5(8)=1,460$	$I_{xx}=6,66 \times 10^6$ $I_{yy}=1,65 \times 10^7$ $I_{zz}=2,05 \times 10^7$ $I_{xy}=1,28 \times 10^6$ $I_{yz}=2,34 \times 10^6$ $I_{xz}=5,54 \times 10^5$	$I_{xx}=6,90 \times 10^6$ $I_{yy}=1,45 \times 10^7$ $I_{zz}=1,83 \times 10^7$ $I_{xy}=4,63 \times 10^5$ $I_{yz}=-1,72 \times 10^5$ $I_{xz}=1,22 \times 10^5$	$I_{xx}=1,82 \times 10^7$ $I_{yy}=2,94 \times 10^7$ $I_{zz}=2,58 \times 10^7$ $I_{xy}=3,86 \times 10^6$ $I_{yz}=6,72 \times 10^6$ $I_{xz}=6,19 \times 10^6$	$I_{xx}=7,01 \times 10^6$ $I_{yy}=1,70 \times 10^7$ $I_{zz}=2,05 \times 10^7$ $I_{xy}=1,74 \times 10^6$ $I_{yz}=2,17 \times 10^6$ $I_{xz}=6,76 \times 10^5$	$I_{xx}=1,86 \times 10^7$ $I_{yy}=2,98 \times 10^7$ $I_{zz}=2,59 \times 10^7$ $I_{xy}=4,32 \times 10^6$ $I_{yz}=6,55 \times 10^6$ $I_{xz}=6,31 \times 10^6$

Запропонований програмний метод аналізу поточного стану інерційних характеристик АМР змінюваної конфігурації можна застосовувати у алгоритмах самоідентифікації об'єкту керування, наприклад при агрегатно - модульній конструкції АМР. Використання запропонованого методу дозволяє програмно (у реальному часі) уточнити динамічні властивості АМР змінюваної конфігурації, встановити взаємозв'язок каналів керування, здійснити синтез алгоритмів адаптивного керування та генерацію команд – компенсацій.



Висновки по другому розділу.

Актуальність розглянутої науково-прикладної задачі обумовлена розширенням області застосування маніпуляторів і АМР агрегатно-модульного типу. Розглянуто особливості динаміки АМР змінюваної конфігурації при відносному русі навісного устаткування. Запропоновано програмний метод аналізу поточного стану інерційних характеристик АМР змінюваної конфігурації.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в наступному: у перше представлено програмний метод аналізу поточного стану інерційних характеристик АМР змінюваної конфігурації. Удосконалено метод математичного моделювання динаміки АМР змінюваної конфігурації. Застосування даного методу дозволяє програмно (у реальному часі) уточнити динамічні властивості АМР змінюваної конфігурації, та враховувати недіагональність і нестационарність тензору інерції відносно базової системи координат при моделюванні динаміки.

Одержав подальший розвиток метод адаптивного керування. Використання запропонованого методу дозволяє програмно (у реальному часі) уточнити динамічні властивості АМР змінюваної конфігурації, встановити взаємозв'язок каналів керування, здійснити синтез алгоритмів адаптивного керування та генерацію команд – компенсацій для заощадження енерговитрат і збереження „працездатності” робота.

Аналіз поточного стану інерційних характеристик при експлуатації АМР дозволить забезпечити усталений рух вздовж заданої траєкторії, успішне виконання навісним обладнанням технологічних операцій та збереження функціональності робота при діях в наперед невизначених або екстремальних умовах. Застосування запропонованого методу дозволить уточнити параметри математичної моделі, вдосконалити алгоритми адаптивного керування, скорегувати команди на виконавчі пристрої і обумовлює підвищення експлуатаційних характеристик АМР.



KAPITEL 3 / CHAPTER 3

CONTROL OF A DYNAMIC OBJECT WITH A NON-DIAGONAL AND NON-STATIONARY INERTIA TENSOR WHEN MOVING ALONG A TRAJECTORY

Розвиток нових технологій уможливило застосування автономних мобільних робототехнічних систем на виробництві, у побуті, при веденні бойових дій, при ліквідації наслідків техногенних та природних катастроф. Найбільш перспективно використовувати роботи третього покоління, які самостійно будують модель довкілля, вибирають підцілі та досягають їх. У цьому реалізується адаптивне управління динамічним об'єктом без присутності людини-оператора. Умови експлуатації таких динамічних об'єктів найчастіше не тільки не відомі апріорно, а й можуть раптово змінюватись у широкому діапазоні. Причини невизначеності та нестационарності цих умов складаються: 1) у нестачі інформації про властивості довкілля; 2) у технічних обмеженнях, природному розкиді та дрейфі параметрів сенсорної та рухової систем об'єкта; 3) у виникненні перешкод та обчислювальних похибок у каналах зв'язку та управління.

Розширення сфери застосування та підвищення складності завдань для сучасних автономних мобільних роботів (АМР) обумовлює наявність елементів конструкції, що рухаються щодо платформи робота. Прикладом таких елементів конструкції може бути маніпулятор, виконавчі органи спеціалізованого обладнання або рухоме оснащення: щуп, бур, ківш і т.п. [1] При експлуатації АМР ці елементи переміщуються щодо платформи, змінюючи конфігурацію та геометрію мас динамічного об'єкта. При відносному русі елементів АМР змінюваної конструкції його головні центральні осі інерції не співспямовані з осями системи координат зв'язаної з платформою АМР. Отже, тензор інерції АМР у системі координат, пов'язаної з платформою є недиагональним та нестационарним. В даний час прийнято вважати, що наявність рухомих елементів конструкції масою 10-20% маси платформи АМР не впливає на діагональність тензору інерції динамічного об'єкта.



При переміщенні АМР змінюваної конфігурації по заданому маршруту, система управління повинна забезпечити мінімальне відхилення центру мас платформи від заданої траєкторії [1]. При цьому керуючі моменти спрямовані вздовж осей системи координат зв'язаної з платформою АМР. Якщо тензор інерції динамічного об'єкту недиагональний і нестационарний, канали системи управління взаємопов'язані. У багатьох випадках цим нехтують при аналізі динаміки системи та формуванні команд керування, приймаючи, недиагональні елементи малими без оцінки їх значень.

Таким чином, розробка методу управління динамічним об'єктом з недиагональним і нестационарним тензором інерції під час руху вздовж траєкторії є актуальним науково-прикладним завданням. Реалізація такого методу дозволить: мінімізувати відхилення центру мас динамічного об'єкта від траєкторії, зменшити енерговитрати та забезпечити задану кутову орієнтацію об'єкта управління у напрямках перпендикулярних вектору переміщення.

Аналіз літератури. Системи управління роботів та маніпуляторів відносяться до класу нелінійних багатовимірних систем змінної структури з безліччю входів та виходів. АМР із маніпулятором є механічною системою, яку можна вважати маніпулятором на рухомій основі. Ланки маніпулятора - перенесені тіла, платформа - тіло, що несе [2]. [3] здійснено аналіз тензора інерції АМР з маніпулятором при різній конфігурації їх взаємного положення при масі маніпулятора з вантажем до 20% маси платформи АМР. Результати досліджень, наведені в [3, 4] доводять, що значення відцентрових моментів інерції системи при відносному русі маніпулятора можна порівняти з значеннями осьових моментів інерції системи, навіть якщо маса рухомих елементів конструкції менша, ніж 10% маси платформи. Авторами [3] встановлена залежність значень елементів тензора інерції АМР змінної конфігурації від значень узагальнених координат рухомих елементів конструкції. Крім того, визначена залежність значень елементів тензора інерції АМР змінюваної конфігурації від співвідношення маси платформи і маси рухомих елементів конструкції. Тому



при синтезі алгоритмів управління тензор інерції такої системи слід приймати недіагональним та нестационарним.

Оскільки АМР змінюваної конфігурації є прикладом з класу динамічних об'єктів з недіагональним і нестационарним тензором інерції, то отримані результати можна застосовувати до всіх об'єктів цього класу.

При переміщенні АМР змінної конфігурації по заданому маршруту система управління повинна забезпечити мінімальне відхилення центру мас платформи від заданої траєкторії. При цьому моменти керування спрямовані вздовж осей системи координат зв'язаної з платформою АМР [5]. Результати математичного моделювання та аналізу динаміки АМР змінної конфігурації, наведені в [6] демонструють взаємозв'язок каналів управління, зумовлений недіагональністю та нестационарністю тензора інерції. Сучасні методи управління рухом АМР за бажаною траєкторією, поділяються на шість напрямків [5, 7]: оптимальне управління, управління за обчислювальним моментом, управління за силовим моментом, гібридне управління, робастне управління, управління зі змінною структурою. Аналіз літератури показує, що відомі методи управління потребують точної моделі динаміки АМР і не враховують зміни параметрів об'єкту в процесі роботи. Це зумовлює погіршення керованості та демпфування системи, обмеження швидкості та точності позиціонування об'єкта. Даних недоліків можна уникнути, застосовуючи адаптивне управління не тільки до зовнішніх впливів, але і до зміни параметрів динамічного об'єкту в процесі роботи.

Управління рухом АМР можна розбити на три етапи: планування маршруту, планування поточного фрагмента маршрутного завдання, реалізація маршрутного завдання [8]. Для забезпечення безперервного руху система керування робота повинна приймати рішення у реальному часі. Динамічна модель АМР змінної конфігурації, повинна враховувати зовнішні збурення, недіагональність і нестационарність тензору інерції, зсув положення центру мас, тертя в кінематичних парах, конструктивні обмеження і т.д. Відомі алгоритми



керування для таких об'єктів дозволяють ефективно відпрацьовувати досить вузький діапазон зміни параметрів об'єкта.

У [9] запропоновано метод управління динамічними об'єктами, який полягає у формуванні відповідного сигналу вектору управління, що подається до блоку формування обмежень векторної функції відхилення від заданої траєкторії. Сигнал вектору керування залежить від суми вихідних сигналів динамічного об'єкта керування та блоку формування заданої траєкторії. При цьому сигнал відповідного вектору управління формується як рішення рівняння обмежень відносно шуканого вектору управління та його k перших похідних. Недоліком цього методу є застосування квадратичних критеріїв оптимальності, що призводить до зниження ефективності системи.

У [10] розглянуто метод робастного управління багатовимірним динамічним об'єктом, який полягає в оптимізації проходження об'єктом розрахованої траєкторії з підвищеними показниками точності, а також компенсації дії сил зовнішнього збурення. Недоліком даного методу є нехтування перехресним зв'язком каналів управління зумовленого недіагональністю та нестационарністю тензору інерції об'єкта у базовій системі координат.

У [11] представлено алгоритм управління автономним мобільним роботом, який на етапі ідентифікації враховує недіагональність і нестационарність тензора інерції об'єкта в базовій системі координат. Недоліком є те, що система управління лише адаптується до інерційних особливостей динамічного об'єкту як до зовнішніх збурень.

Взаємний вплив каналів керування призводить до нелінійності алгоритмів, підвищує обчислювальну складність завдання керування, знижує стійкість та обмежує швидкість АМР при маневрах. Для врахування недіагональності та нестационарності тензору інерції об'єкта управління потрібне створення нових адаптивних алгоритмів, які успішно функціонують при зміні параметрів динамічної моделі.



Актуальність роботи обумовлена тим, що успіхи в галузі теорії управління та бурхливий розвиток мікропроцесорів створюють реальні передумови для розробки методу управління динамічним об'єктом з недіагональним та нестационарним тензором інерції. Реалізація такого методу може здійснюватися системою адаптивного управління з елементами штучного інтелекту.

Мета та завдання дослідження. Мета дослідження – розробка методу управління динамічним об'єктом з недіагональним та нестационарним тензором інерції під час руху вздовж траєкторії. Впровадження такого методу дозволить: мінімізувати відхилення центру мас динамічного об'єкта від траєкторії, зменшити енерговитрати та забезпечити задану кутову орієнтацію об'єкта управління у напрямках перпендикулярних до напрямку руху.

Об'єкт дослідження. Як об'єкт дослідження розглядається клас динамічних об'єктів, для яких у базовій системі координат $C1Xc1Yc1Zc1$, пов'язаної з центром мас шасі, тензор інерції – недіагональний та нестационарний [3, 12]. Прикладом таких об'єктів є: автономний мобільний робот із маніпулятором (рис. 1) [6], автономний мобільний робот із рухомими елементами конструкції (рис. 2) [12], безпілотний електромобіль (рис. 3) [12] тощо.

На рис.3.1 представлено схему конструкції АМР з маніпулятором. Конструкція складається з повнопривідного 4 – колісного шасі, та антропоморфного маніпулятора, що складається з кільця, яке обертається навколо вертикальної осі, та стрижневих ланок (руки), з'єднаних ротаційними кінематичними парами п'ятого класу.

На рис.3.2 наведено схему конструкції АМР з рухомими елементами. Конструкція складається з повнопривідного 4 - колісного шасі, рухомого оснащення (ківш, щуп, бур і т.п.), з'єднаних з платформою ротаційними кінематичними парами п'ятого класу та рухомих інформаційних пристроїв (камера, дозиметр, пожежний сповіщувач тощо) змонтованих на кільці, що обертається навколо вертикальної осі.

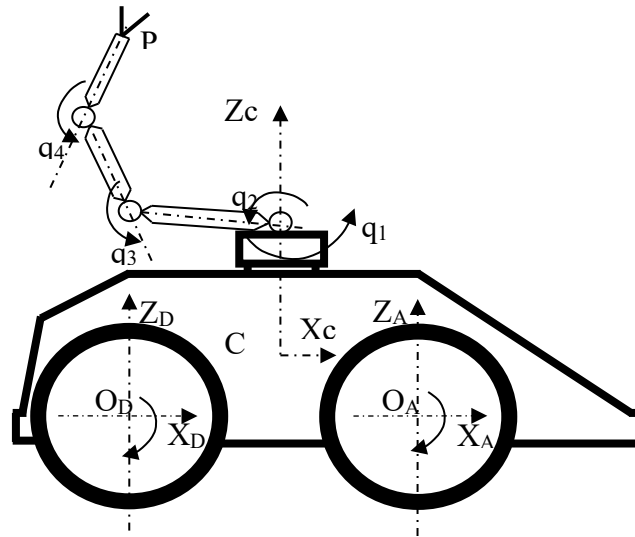


Рисунок 3.1 – Схема конструкції автономного мобільного робота з маніпулятором, [6]

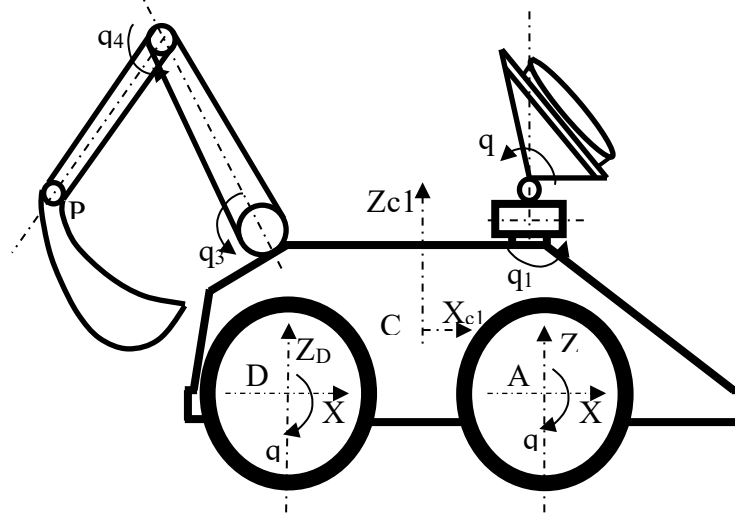


Рисунок 3.2 – Схема конструкції автономного мобільного робота з рухомими елементами, [12]

На рис.3.3 представлена схема конструкції безпілотного електромобіля. Конструкція складається з повнопривідного 4-колісного шасі, салону для пасажирів та системи керування.

Для динамічних об'єктів даного класу недиагональність тензору інерції системи тіл у базовій системі координат обумовлює [4, 6, 11, 12]:

– сумірність осьових та відцентрових моментів інерції системи тіл у зв'язаню з центром мас шасі базовою системою координат $C1Xc1Yc1Zc1$,

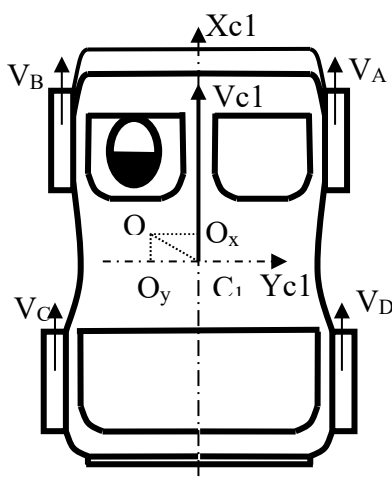


Рисунок 3.3 – Схема конструкції безпілотного електромобіля, [12]

- виникнення неузгодженості головних центральних осей інерції системи тіл з осями, пов'язаною з центром мас шасі, базовою системою координат $C_1X_{c1}Y_{c1}Z_{c1}$,
- неузгодження керуючих впливів із напрямками головних центральних осей інерції системи,
- взаємозалежність каналів управління.

Матеріали та методи дослідження. Розглянуто керований рух АМР з урахуванням недиагональності тензора інерції, при якому вектори моментів керування змінюють орієнтацію щодо головних центральних осей інерції АМР. Рух АМР змінної конфігурації характеризується \dot{v}_0 швидкістю руху вздовж траєкторії полюса O_1 -центру мас системи і вектором кутової швидкості $\bar{\Omega}$:

$$\bar{\Omega} = \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} \Omega_x &= \dot{\varphi} - \dot{\psi} \cdot \sin \psi, \\ \Omega_y &= \dot{\psi} \cdot \cos \varphi + \dot{\psi} \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi, \\ \Omega_z &= -\dot{\psi} \cdot \sin \varphi + \dot{\psi} \cdot \cos \psi \cdot \cos \varphi. \end{aligned}$$

Під час руху динамічного об'єкту вздовж траєкторії критерієм адаптації є мінімізація відхилення центру мас об'єкта від траєкторії [11], зменшення енерговитрат та забезпечення заданої кутової орієнтації у напрямках перпендикулярних до напрямку руху. Система управління повинна відпрацювати збурення і запобігти зростанню кутових координат і швидкостей у напрямках, перпендикулярних напрямку руху. Наведені в [6] результати



математичного моделювання доводять, що для забезпечення заданої кутової орієнтації динамічного об'єкта в напрямках перпендикулярних до напрямку руху, необхідно враховувати недиагональність і нестационарність тензору інерції, і перехресний зв'язок каналів управління. Доцільність забезпечення заданої кутової орієнтації динамічного об'єкта, у напрямках перпендикулярних до напрямку руху, обумовлена необхідністю збереження його функціональності при автономній роботі та виконанням технологічних операцій.

Результати. Для вирішення поставленої задачі пропонується метод [12], при якому формування керуючого впливу здійснюється автоматично на основі алгоритму адаптивного управління динамічним об'єктом з недиагональним та нестационарним тензором інерції. При цьому вектор керуючого впливу спрямований через проекцію центру мас системи на площину базової системи координат. Розмір управляючого впливу обчислюється мікропроцесором у реальному часі за математичною моделлю динамічного об'єкта з недиагональним і нестационарним тензором інерції. Розподіл управляючих впливів на виконавчі приводи здійснюється з урахуванням взаємозв'язку каналів управління, реалізованого з допомогою фізичних властивостей об'єкта [12].

На рис. 3.4 наведена розрахункова схема формування керуючого впливу при русі вздовж траєкторії динамічного об'єкта з недиагональним та нестационарним тензором інерції.

Відповідно до [12, 13] для реалізації повороту шасі навколо миттєвого центру швидкостей M без прослизання коліс необхідно забезпечити рівність кутових швидкостей точок $A, B, C, D, C1$. Для забезпечення заданої кутової орієнтації об'єкта в напрямках перпендикулярних до напрямку руху вектор $VC1$ необхідно направити через проекцію центру мас системи точки $O1$ на базову систему координат точку O . В [12, 13] для повнопривідного шасі наведені співвідношення лінійних швидкостей точок A, B, C, D та $C1$:

$$\frac{V_A}{R_A} = \frac{V_B}{R_B} = \frac{V_C}{R_C} = \frac{V_D}{R_D} = \frac{V_{C1}}{R_{C1}}.$$

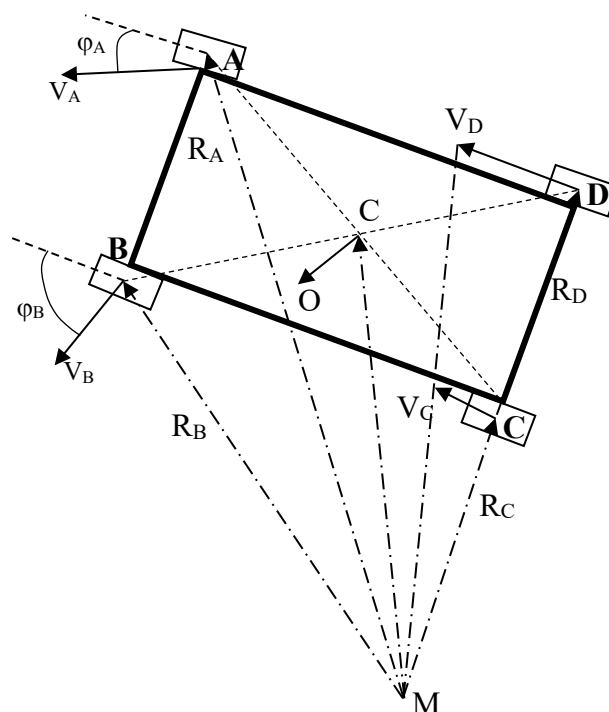


Рисунок 3.4 – Схема формування керуючого впливу при русі вздовж траєкторії динамічного об'єкту з недиагональним та нестационарним тензором інерції, [12, 14]

Якщо відома швидкість та радіус повороту будь-якої із зазначених точок, інші параметри визначаються з урахуванням геометричних співвідношень:

$$R_A = \frac{F_A}{\sin \varphi_A}, \quad R_B = \frac{F_B}{\sin \varphi_B}, \quad R_C = F_C \cdot \operatorname{ctg} \varphi_A, \quad R_D = F_D \cdot \operatorname{ctg} \varphi_B,$$

де R_A, R_B, R_C, R_D – радіус повороту відповідного колеса; F_A, F_B, F_C, F_D – сила прикладена до осі кожного колеса; φ_A, φ_B – кути повороту передніх приводних коліс. Координати миттєвого центру швидкостей точки M розраховуються програмно як точка перетину векторів R_{C1} і R_D (рис. 3.4). Величина сили прикладеної до осі відповідного колеса F_A, F_B, F_C, F_D обчислюється програмно на етапі синтезу адаптивного керування динамічним об'єктом з недиагональним та нестационарним тензором інерції.

Висновок за третім розділом.

Розглянуто методи управління динамічним об'єктом з недиагональним та нестационарним тензором інерції під час руху вздовж траєкторії. Отримані розрахункові схеми формування керуючих впливів з урахуванням взаємного



впливу каналів управління, обумовлених фізичними властивостями об'єкту управління.

Реалізація запропонованого методу управління дозволяє: зменшити похибку позиціонування динамічного об'єкту під час руху вздовж траєкторії в заздалегідь не відомому зовнішньому середовищі; автоматичне визначення та аналіз поточного стану елементів тензору інерції динамічного об'єкта; формування керуючого впливу з урахуванням взаємозв'язку каналів управління. Впровадження такого методу дозволить: мінімізувати відхилення центру мас динамічного об'єкта від траєкторії, зменшити енерговитрати та забезпечити задану кутову орієнтацію об'єкту управління у напрямках перпендикулярних до напрямку руху.

Застосування запропонованого методу управління під час руху АМР, змінюваної конфігурації, вздовж траєкторії перетворює адаптивну систему управління у надзвичайно гнучкий інструмент організації цілеспрямованої поведінки робота за умов невизначеності. При цьому система керування може миттєво реагувати на зміни зовнішньої обстановки та поточного стану об'єкту, взаємозв'язок каналів керування та зовнішні дії для запобігання зіткненням з перешкодами та збереження працездатності АМР.



KAPITEL 4 / CHAPTER 4

ANALYSIS OF THE RELATIONSHIP BETWEEN THE CHANNELS OF THE CONTROL SYSTEM OF THE AUTONOMOUS MOBILE ROBOT

Розвиток елементної бази та програмного забезпечення є підґрунтям для ускладнення структур та алгоритмів систем керування. Впровадження систем адаптивного керування з елементами штучного інтелекту підвищує автономність мобільних робототехнічних комплексів (РТК).

Аналіз літератури. В роботах [1, 2] підкреслюється важливість застосування модульного принципу складання конструкцій автономних мобільних роботів (АМР). Впровадження модульного принципу обумовлює наявність різноманітних змінних елементів конструкції, рухомих відносно платформи робота [3]. Прикладом таких елементів конструкції може бути маніпулятор, щуп, бур, ківш і т.п. [4].

При переміщенні АМР змінюваної конфігурації по заданому маршруту система керування має забезпечити мінімальне відхилення центру мас платформи від заданої траєкторії. При цьому керуючі моменти направлені вздовж осей системи координат зв'язаній з платформою АМР [5]. При відносному русі елементів конструкції АМР змінюваної конфігурації його головні центральні осі інерції не спрямовані з осями системи координат зв'язаної з платформою АМР.

При дистанційній роботі в екстремальних апріорно невизначених умовах, при здійсненні технологічних операцій з крихкими або вибухонебезпечними об'єктами застосовують АМР з маніпулятором [1–3]. АМР з маніпулятором є складною механічною системою, яку можна вважати маніпулятором на рухливій основі. Ланки маніпулятора – перенесені тіла, платформа – несуче тіло. Результати досліджень наведені в [6] доводять, що значення відцентрових моментів інерції системи при відносному русі маніпулятора сумірні значенням осьових моментів інерції системи, навіть якщо маса рухомих елементів конструкції менша, ніж 10% маси платформи. Результати математичного моделювання та аналізу динаміки АМР змінюваної конфігурації наведені в [7, 8]



демонструють взаємозв'язок каналів керування обумовлений недіагональністю і нестационарністю тензору інерції.

Мета і завдання дослідження. Мета роботи полягає в необхідності забезпечення керованості АМР при роботі в екстремальних апріорно невизначених умовах, при здійсненні технологічних операцій з крихкими або вибухонебезпечними об'єктами.

Об'єктом дослідження є система керування автономного мобільного робота оснащеного антропоморфним маніпулятором з чотирма ступенями рухливості.

Схема конструкції АМР з маніпулятором наведена на рис.4. 1. Конструкція складається з повнопривідної 4 – колісної платформи АМР, та антропоморфного маніпулятора складеного з кільця, що обертається навколо вертикальної осі, та стрижневих ланок – руки, з'єднаних ротаційними кінематичними парами п'ятого класу.

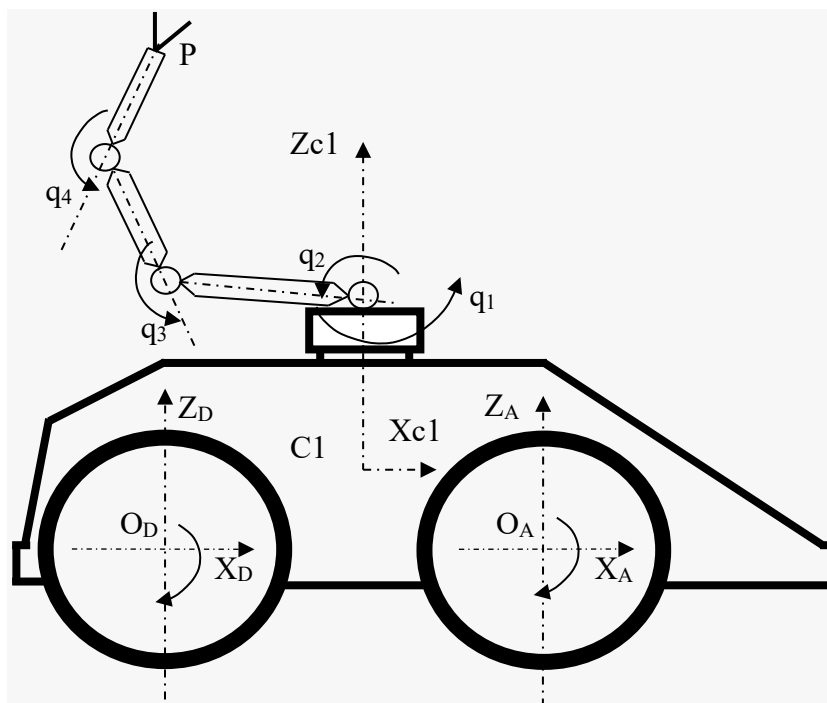


Рисунок 4.1 – Схема конструкції автономного мобільного робота з маніпулятором, [7]

Матеріали та методи дослідження. Цикл роботи АМР з маніпулятором можна розділити на декілька етапів:



- рух платформи АМР з точки старту S до точки фінішу F при нерухомому маніпуляторі з дотриманням вимог оптимальності (швидкодія, продуктивність або економічність, і т. п.);
- виконання технологічних операцій маніпулятором, навісним або інформаційним обладнанням при нерухомій платформі;
- повернення платформи АМР до точки старту S або рух до заздалегідь заданої кінцевої точки K при нерухомому маніпуляторі.

На першому і третьому етапі роботи АМР з маніпулятором являє собою візок з адаптивною системою керування, який рухається в наперед невизначених умовах зовнішнього середовища. Динаміку та керованість чотириколісного повнопривідного автономного мобільного робота детально досліджено у [9]. Керуючі впливи – моменти прикладені до кожного колеса обумовлюють відхилення маніпулятора від початкового положення в наслідок недіагональності тензору інерції. На другому етапі роботи АМР можна розглядати як антропоморфний маніпулятор на рухливій основі. Кількість керуючих впливів: під час переміщення траєкторією – чотири (на кожне колесо), під час роботи маніпулятора – чотири (на кожну узагальнену координату). Якщо маніпулятор виконує технологічні операції при переміщенні платформи, то система керування містить вісім каналів.

Результати. Система керування для АМР з маніпулятором на кожному етапі роботи містить щонайменше чотири канали керування з перехресним зв'язком, обумовленим фізичними властивостями об'єкту керування. Особливості динаміки та методи аналізу й синтезу таких систем керування наведено у [10].

Структурна схема багатозв'язної системи керування (БСК), показана на рис.4.2. Перехресні зв'язки каналів керування зосереджені у багатовимірному об'єкті керування.

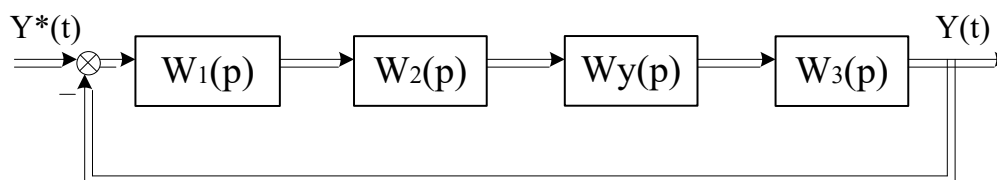


Рисунок 4.2 – Структурна схема багатозв’язної системи керування, Авторська розробка

Передаточні матриці (ПМ) лінійних ланок у складі чотирьохвимірної БСК мають вигляд:

$$W_1(p) = \text{diag}\{W_{p1}(p); W_{p2}(p); W_{p3}(p); W_{p4}(p)\};$$

$$W_2(p) = \text{diag}\{W_{01}(p); W_{02}(p); W_{03}(p); W_{04}(p)\};$$

$$W_3(p) = \text{diag}\{1/p; 1/p; 1/p; 1/p\},$$

де $W_{pi}(p)$ – передаточні функції i -го сепаратного регулятора; $i = 1, \dots, 4$;

$$W_{0i}(p) = \frac{K_i}{(1 + pT_{ai})(1 + pT_{bi})} - \text{передаточні функції незмінної частини } i\text{-го}$$

сепаратного каналу; $W_k(p) = [E + W_x(p)]$ – ПМ компенсатора із прямими перехресними зв’язками. Тут

$$W_x(p) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & W_{x4}(p) \\ 0 & 0 & W_{x3}(p) & 0 \\ 0 & W_{x2}(p) & 0 & 0 \\ W_{x1}(p) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

а $W_{x1}(p)$, $W_{x2}(p)$, $W_{x3}(p)$ і $W_{x4}(p)$ – передаточні функції прямих (або зворотних) перехресних зв’язків у складі послідовного компенсатора, що забезпечує властивість автономності каналів регулювання;

$$W_y(p) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & W_{y4}(p) \\ 1 & 1 & W_{y3}(p) & 1 \\ 1 & W_{y2}(p) & 1 & 1 \\ W_{y1}(p) & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\text{де } W_{yi}(p) = \frac{K_{yi}}{1 + pT_{yi}} - \text{передаточні функції перехресних зв’язків в об’єкті}$$

керування.

Для визначеності, як приклад, розглянемо БСК з початковими даними



наведеними у табл.4.1.

Таблиця 4.1 - Коефіцієнти передаточних функцій

Номер каналу	Коефіцієнти незмінної частини i -го сепаратного каналу			Коефіцієнти перехресних зв'язків i -го сепаратного каналу	
	K_i, c^{-1}	T_{ai}, c	T_{vi}, c	K_{yi}, c^{-1}	T_{yi}, c
1	125	0,07	0,01	-15	0,028
2	135	0,11	0,009	10	0,0135
3	110	0,06	0,035	-12	0,024
4	120	0,15	0,032	10	0,048

Авторська розробка

Усі розрахунки проведемо з застосуванням пакету прикладних програм Mathcad.

Мета дослідження – проаналізувати вплив перехресних зв'язків на БСК автономного мобільного робота з маніпулятором. Для досягнення цієї мети потрібно для кожної пари сигналів «вхід - вихід» розглянути наступні режими функціонування БСК:

- сталий режим,
- динамічний режим.

4.1. Вплив перехресних зв'язків на точність багатозв'язної системи керування у сталому режимі.

Запишемо передавальну матрицю розімкнутої системи (рис. 4.2)

$$W(p) = W_3(p)W_y(p)W_2(p)W_1(p). \quad (4.1)$$

Вираз для одержання характеристичного рівняння

$$\det [E+W(p)] = 0, \quad (4.2)$$

де $[E+W(p)]$ – матриця обернених різниць. Її визначник являє собою дробово-раціональну функцію $H(p)$, у чисельнику якої – характеристичний поліном $\varphi_z(p)$ для замкнутої БСК, а в знаменнику – характеристичний поліном $\varphi_p(p)$ для розімкнутої БСК



$$H(p) = \varphi_3(p)/\varphi_p(p). \quad (4.3)$$

Запишемо передавальну матрицю замкнутої системи (рис. 4.2)

$$\Phi(p) = [E + W(p)]^{-1} \cdot W(p),$$

де $W(p)$ – передавальна матриця розімкнутої системи (4.1).

Розглянута система має чотири входи й чотири виходи, таким чином, передавальна матриця замкнутої системи матиме вигляд

$$\Phi(p) = \begin{bmatrix} \Phi_{11}(p) & \Phi_{12}(p) & \Phi_{13}(p) & \Phi_{14}(p) \\ \Phi_{21}(p) & \Phi_{22}(p) & \Phi_{23}(p) & \Phi_{24}(p) \\ \Phi_{31}(p) & \Phi_{32}(p) & \Phi_{33}(p) & \Phi_{34}(p) \\ \Phi_{41}(p) & \Phi_{42}(p) & \Phi_{43}(p) & \Phi_{44}(p) \end{bmatrix}; \quad (4.4)$$

Передавальна матриця замкнутої системи, що відповідає парі «вх. 1 – вих. 1», – $\Phi_{11}(p)$, парі «вх. 1 – вих. 2» – $\Phi_{21}(p)$, парі «вх. 1 – вих. 3» – $\Phi_{31}(p)$, парі «вх. 1 – вих. 4» – $\Phi_{41}(p)$. За допомогою програмного пакета MathCAD побудуємо амплітудо-частотні характеристики (АЧХ) замкнутої БСК відносно пар «вх. 1 – вих. 1» і «вх. 1 – вих. 2»: $N_{11}(\omega) = |\Phi_{11}(j\omega)|$, $N_{21}(\omega) = |\Phi_{21}(j\omega)|$ (рис. 4.3).

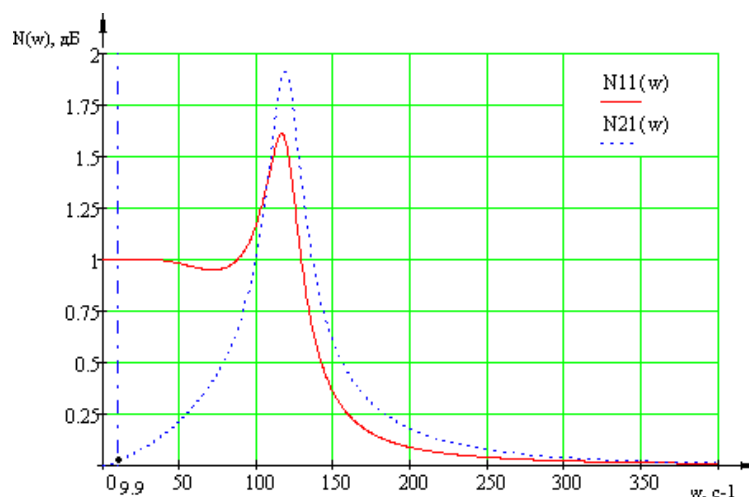


Рисунок 4.3 – Амплітудо-частотні характеристики замкнутої багатозв'язної системи керування

Авторська розробка

За точність БСК у сталому режимі відповідає низькочастотна ділянка АЧХ, за якою можна визначити амплітудно-фазові викривлення. Для прикладу визначимо ординати побудованих характеристик на частоті $\omega_1=9,9 \text{ c}^{-1}$; $N_{11}(9,9)=1,001$; $N_{21}(9,9)=0,023$ (рис. 4.3)



Порівняємо АЧХ першого сепаратного каналу $N_I(\omega)$ й АЧХ вихідної системи щодо пари «вх. 1- вих. 1» $N_{I1}(\omega)$, для цього подамо їх на одному графіку (рис. 4.4).

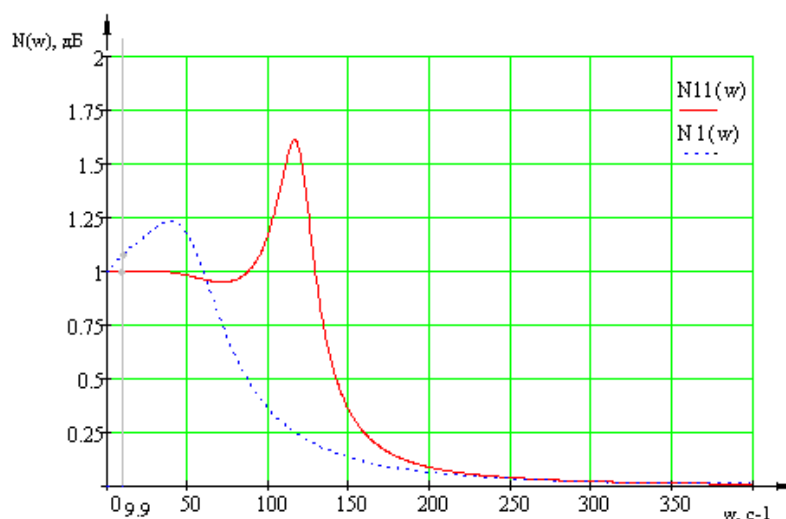


Рисунок 4.4 – Порівняння амплітудо-частотних характеристик

Авторська розробка

Якщо припустити, що сталий режим існує, то, судячи з низькочастотного діапазону АЧХ, результатом впливу перехресних зв'язків є зменшення амплітудних викривлень на розглянутій частоті $\omega_1=9,9 \text{ c}^{-1}$. За графіком АЧХ можна визначити критичну частоту за якою перехресний зв'язок каналів збільшує амплітудні викривлення (для рис.4.4 $\omega_{кр}=62,5 \text{ c}^{-1}$).

Наявність перехресного зв'язку обумовлена недиагональністю тензора інерції АМР з маніпулятором, тобто фізичними властивостями об'єкту керування. Це обумовлює марність сподівань на ефективність впровадження коригуючих пристроїв для лінеаризації системи керування. Оскільки тензор інерції об'єкту керування нестационарний, то для кожної пари сигналів «вхід - вихід» значення критичної частоти $\omega_{кр}$ є нелінійною функцією часу.



4.2. Вплив перехресних зв'язків на точність багатозв'язної системи керування у динамічному режимі.

Для дослідження динамічного режиму БСК проаналізуємо перехідні характеристики, тобто реакцію системи керування на вплив $1(t)$. Для прикладу, розглянемо графіки перехідних функцій відносно пар «вх. 1 – вих. 1», «вх. 1 – вих. 2» ($h_{11}(t)$ та $h_{21}(t)$ – відповідно) побудовані у програмному пакеті MathCAD (рис. 4.5).

На графіках перехідних функцій $h_{11}(t)$ та $h_{21}(t)$ (рис.4.5) можна бачити, що амплітуда нелінійно збільшується зі зростанням часу. Таким чином, вихідна двовимірна система «вх. 1 – вих. 1», «вх. 1 – вих. 2» – нестійка.

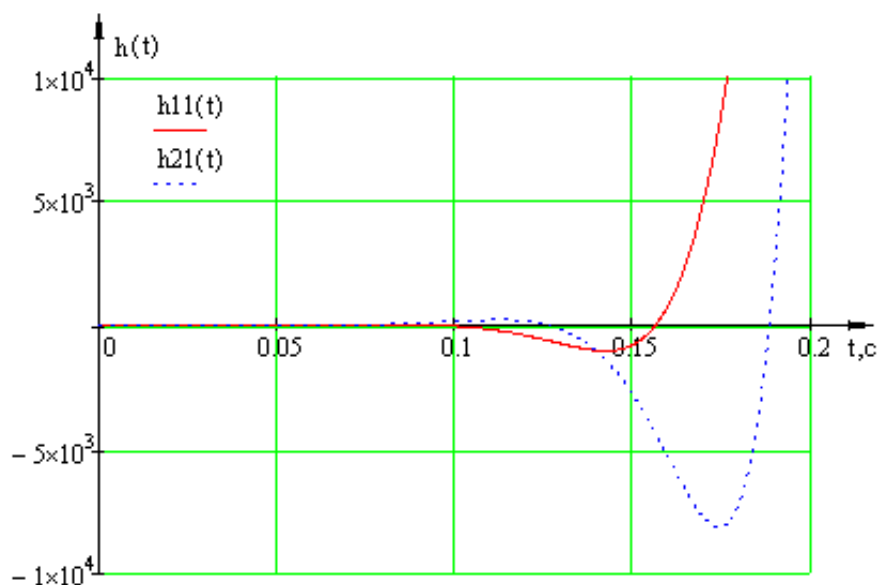


Рисунок 4.5 – Графіки перехідних функцій

Авторська розробка

Для остаточного висновку стосовно стійкості БСК у динамічному режимі потрібно провести додаткове дослідження за кожним каналом керування. Однак, за результатами наведеного прикладу, можна зробити висновок, що перехресні зв'язки, уведені в об'єкт керування, погіршують динамічні властивості багатозв'язної системи керування.



Висновки по четвертому розділу.

Були розглянуті особливості системи керування автономного мобільного робота з маніпулятором. У роботі представлено результати дослідження взаємозв'язку каналів багатозв'язної системи керування. Наявність перехресного зв'язку обумовлена недиагональністю тензора інерції автономного мобільного робота з маніпулятором, тобто фізичними властивостями об'єкту керування. Запровадження коригуючих пристроїв для лінеаризації такої системи керування не ефективне.

Були отримані якісні та кількісні оцінки для розглянутого прикладу початкових умов. Аналіз проведено за амплітудно-частотними та перехідними характеристики. Математичне моделювання багатозв'язної системи керування здійснено з використанням пакету прикладних програм MathCad. Оскільки тензор інерції об'єкту керування нестационарний, то для кожної пари сигналів «вхід - вихід» значення критичної частоти $\omega_{кр}$ є нелінійною функцією часу.

Подальші дослідження і синтез багатозв'язної системи керування мобільного робота з маніпулятором дозволить підвищити його живучість і ефективність за умов автономної роботи.

Оскільки мобільний робот з маніпулятором є прикладом класу об'єктів «автономний мобільний робот змінюваної конфігурації», то отримані результати можна застосовувати до всіх об'єктів цього класу.



KAPITEL 5 / CHAPTER 5

STABILITY ANALYSIS OF THE AUTONOMOUS MOBILE ROBOT CONTROL SYSTEM

Сучасні мобільні роботи діють за допомогою автоматизованого керування з дистанційною участю людини-оператора. В такому випадку, робот виконує завдання самостійно, але оператор знаходиться у віддаленому місці і може контролювати його дії. Це особливо корисно в небезпечних або важкодоступних місцях, де людина не може прямо керувати роботом, але може дати необхідні команди та вести нагляд.

Аналіз літератури. В роботах [1, 2] підкреслюється важливість застосування модульного принципу складання конструкцій автономних мобільних роботів (АМР). Наявність змінного обладнання (маніпулятор, щуп, бур, ківш і т.п.) та інструменту поширює галузь застосування АМР [3, 4]. При експлуатації АМР ці елементи рухаються відносно платформи, змінюючи геометрію мас системи.

Завдання системи керування - забезпечення мінімального відхилення центру мас платформи АМР від заданої траєкторії. Керуючі моменти виконавчих приводів направлені вздовж осей системи координат зв'язаної з платформою АМР [5].

При здійсненні технологічних операцій з вибухонебезпечними об'єктами застосовують дистанційно керовані АМР з маніпулятором [1–3]. АМР з маніпулятором є складною механічною системою “носій – перенесене тіло”: ланки маніпулятора – перенесені тіла, платформа – несуче тіло. При відносному русі маніпулятора головні центральні осі інерції механічної системи не спрямовані з осями системи координат зв'язаної з платформою АМР. Значення відцентрових моментів інерції системи при відносному русі маніпулятора сумірні значенням осьових моментів інерції системи, навіть якщо маса рухомих елементів конструкції становить 10% маси платформи АМР [6]. Переміщення маніпулятора відносно платформи надають недіагональність та нестационарність тензору інерції системи та обумовлюють перехресний зв'язок каналів керування



[7, 8].

При здійсненні технологічних операцій з вибухонебезпечними об'єктами доцільно застосовувати узгоджені дії групи АМР [9-11]. На оперативному рівні система керування для кожного АМР розв'язує різноманітні завдання [9]:

- наявність робота у заданій точці робочого простору в означений термін,
- рух вздовж заданого маршруту,
- об'їзд перешкод і т.д.

На стратегічному рівні система керування має узгоджувати дії всіх АМР групи. Наявність різноманітного навісного обладнання АМР в межах групи та використання коректних алгоритмів керування дозволяє розширити область застосування групи АМР. Недоліком існуючих методів керування групою АМР є неузгодження алгоритмів керування з кінематичними обмеженнями та динамікою окремих роботів [10]. Слід зазначити, що помилка в керуванні одного АМР може привести до знищення групи [11].

Актуальність роботи полягає в необхідності забезпечення керованості АМР при здійсненні технологічних операцій з вибухонебезпечними об'єктами.

Мета та завдання дослідження. Мета дослідження – аналіз стійкості багатозв'язної системи керування автономного мобільного робота з маніпулятором. Для досягнення цієї мети потрібно розв'язати наступні задачі:

- проаналізувати стійкість багатозв'язної системи керування,
- визначити коливальну межу стійкості багатозв'язної системи керування.

Об'єктом дослідження є система керування автономного мобільного робота оснащеного антропоморфним маніпулятором з чотирма ступенями рухливості.

Матеріали та методи дослідження. Конструкція АМР з маніпулятором (рис. 1) складається з повнопривідної 4 – колісної платформи АМР, та антропоморфного маніпулятора складеного з кільця, що обертається навколо вертикальної вісі, та стрижневих ланок – руки, з'єднаних ротаційними кінематичними парами п'ятого класу.

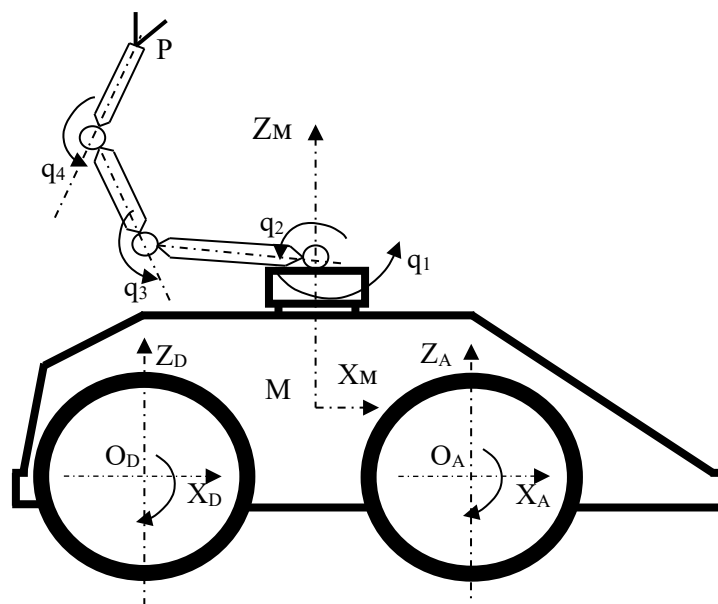


Рисунок 5.1 - Схема конструкції автономного мобільного роботу з маніпулятором, [7]

Цикл роботи АМР з маніпулятором можна розділити на декілька режимів:

- 1) рух платформи АМР вздовж заданої траєкторії з зафіксованим маніпулятором;
- 2) виконання маніпулятором технологічних операцій при нерухомій платформі;
- 3) переміщення платформи АМР з рухливим маніпулятором.

При реалізації першого режиму руху АМР з маніпулятором можна вважати чотириколісним повнопривідним візком. Динаміку та керуваність такого візку детально досліджено у [12].

При другому та третьому режимі АМР можна розглядати як антропоморфний маніпулятор на рухливій основі. Виконання маніпулятором технологічних операцій при нерухомій платформі обумовлює лінійні та кутові збурення відносно положення рівноваги механічної системи.

При реалізації третього режиму керуючі впливи – моменти прикладені до кожного колеса обумовлюють відхилення маніпулятора від розрахункового положення в наслідок недіагональності тензору інерції.

Кількість керуючих впливів: для першого режиму – чотири (на кожне



колесо); для другого режиму – чотири (на кожен узагальнену координату маніпулятора); для третього режиму – вісім каналів.

Перехресний зв'язок каналів системи керування для АМР з маніпулятором обумовлений фізичними властивостями об'єкту керування. Особливості динаміки та методи аналізу й синтезу таких систем керування наведено у [13].

Результати. Дослідження стійкості багатозв'язної системи керування (БСК) здійснено за структурною схемою (рис. 5.2).

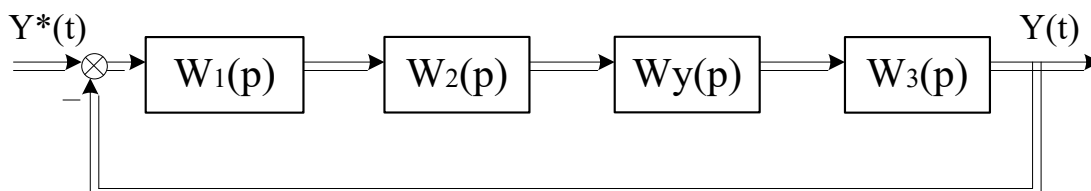


Рисунок 5. 2 - Структурна схема багатозв'язної системи керування

Авторська розробка

Перехресні зв'язки каналів керування зосереджені у багатовимірному об'єкті керування.

Передаточні матриці (ПМ) лінійних ланок у складі чотирьохвимірної БСК мають вигляд:

$$W_1(p) = \text{diag}\{W_{p1}(p); W_{p2}(p); W_{p3}(p); W_{p4}(p)\};$$

$$W_2(p) = \text{diag}\{W_{01}(p); W_{02}(p); W_{03}(p); W_{04}(p)\};$$

$$W_3(p) = \text{diag}\{1/p; 1/p; 1/p; 1/p\},$$

де $W_{pi}(p)$ – передаточні функції i -го сепаратного регулятора; $i = 1, \dots, 4$;

$W_{0i}(p) = \frac{K_i}{(1 + pT_{ai})(1 + pT_{bi})}$ – передаточні функції незмінної частини i -го сепаратного каналу; $W_k(p) = [E + W_x(p)]$ – ПМ компенсатора із прямими перехресними зв'язками. Тут

$$W_x(p) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & W_{x4}(p) \\ 0 & 0 & W_{x3}(p) & 0 \\ 0 & W_{x2}(p) & 0 & 0 \\ W_{x1}(p) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

а $W_{x1}(p)$, $W_{x2}(p)$, $W_{x3}(p)$ і $W_{x4}(p)$ – передаточні функції прямих (або



зворотних) перехресних зв'язків у складі послідовного компенсатора, що забезпечує властивість автономності каналів регулювання;

$$W_y(p) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & W_{y4}(p) \\ 1 & 1 & W_{y3}(p) & 1 \\ 1 & W_{y2}(p) & 1 & 1 \\ W_{y1}(p) & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

де $W_{yi}(p) = \frac{K_{yi}}{1+pT_{yi}}$ – передаточні функції перехресних зв'язків в об'єкті керування.

Для визначеності, як приклад, розглянемо БСК з початковими даними наведеними у табл.5.1.

Таблиця 5.1 - Коефіцієнти передаточних функцій

Номер каналу	Коефіцієнти незмінної частини i -го сепаратного каналу			Коефіцієнти перехресних зв'язків i -го сепаратного каналу	
	K_i, c^{-1}	T_{ai}, c	T_{bi}, c	K_{yi}, c^{-1}	T_{yi}, c
1	125	0,07	0,01	-15	0,028
2	135	0,11	0,009	10	0,0135
3	110	0,06	0,035	-12	0,024
4	120	0,15	0,032	10	0,048

Усі розрахунки проведено із застосуванням пакету прикладних програм MathCad.

5.1. Стійкість багатозв'язної системи керування

Аналіз динаміки АМР з маніпулятором [6] доводить, що перехресний зв'язок між каналами керування обумовлює відхилення в площинах перпендикулярних напрямку руху. Відхилення від усталеного вертикального положення може призвести до падіння і втрати функціоналу АМР.

Запишемо передавальну матрицю розімкнутої системи (рис. 5.2)



$$W(p) = W_3(p)W_y(p)W_2(p)W_1(p). \tag{5.1}$$

Вираз для одержання характеристичного рівняння

$$\det [E+W(p)] = H(p) = 0, \tag{5.2}$$

де $[E+W(p)]$ – матриця обернених різниць. Дробово-раціональна функція $H(p)$ містить у чисельнику характеристичний поліном $\varphi_3(p)$ для замкнутої БСК, а в знаменнику – характеристичний поліном $\varphi_p(p)$ для розімкнутої БСК

$$H(p) = \varphi_3(p)/\varphi_p(p). \tag{5.3}$$

За допомогою програмного пакета MathCad знайдемо характеристичний поліном розімкнутої БСК. Зрівняємо одержаний поліном до нуля й одержимо корені характеристичного рівняння розімкнутої БСК

$$p_1 = -37,8; p_2 = -180; p_3 = 0; p_4 = 0; p_5 = -114 - 47,9j; p_6 = -114 + 47,9j;$$

$$p_7 = -2,17 - 0,102j; p_8 = -2,17 + 0,102j; p_9 = -64,7 - 13,8j; p_{10} = -64,7 + 13,8j.$$

За результатами розрахунку, робимо висновок, що розімкнута БСК знаходиться на аперіодичній межі стійкості.

Дослідження стійкості замкнутої БСК проведено за узагальненим критерієм Найквіста із застосуванням $H(p)$. Замінімо $p = j\omega$ і подамо визначник матриці обернених різниць у вигляді суми дійсної й уявної частин

$$H(jw) = |E + W(jw)| = P(w) + jQ(w).$$

Побудуємо узагальнений годограф Найквіста за допомогою програмного пакета MathCad (рис. 5.3).

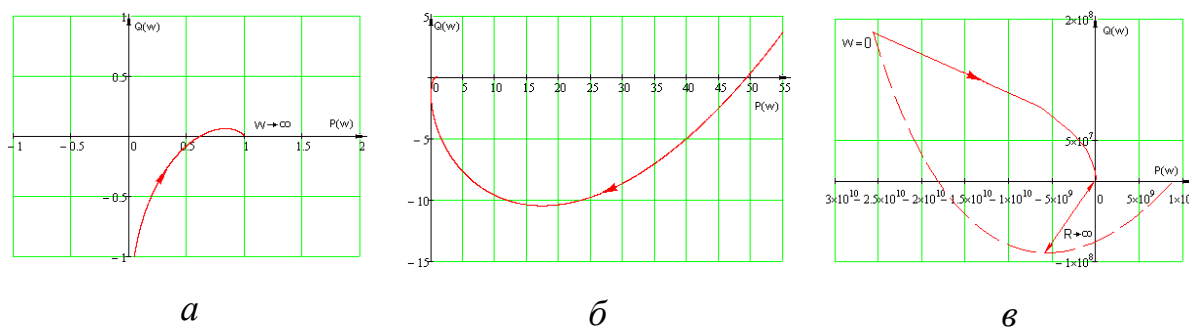


Рисунок 5.3 - Узагальнений годограф Найквіста

Авторська розробка

Якщо розімкнута система знаходиться на аперіодичній межі стійкості, то



для стійкості замкнутої БСК необхідно й достатньо, щоб узагальнений годограф Найквіста, доповнений на ділянці розриву дугою нескінченно великого радіуса, не охоплював точку з координатами $(0; j0)$. Оскільки узагальнений годограф Найквіста, доповнений на ділянці розриву дугою нескінченно великого радіуса, охоплює точку з координатами $(0; j0)$ (рис. 5.3, в), то замкнута БСК нестійка.

5.2 Коливальна межа стійкості

За допомогою узагальненого годографа Найквіста можна підібрати таку пару значень параметрів K_1 і K_2 , за яких БСК знаходиться на коливальній межі стійкості. Для нашого розрахункового прикладу: $K_1=0,262$; $K_2=135$.

Зобразимо відкоригований годограф Найквіста для системи зі знайденими коефіцієнтами в області високих частот (рис. 5.4).

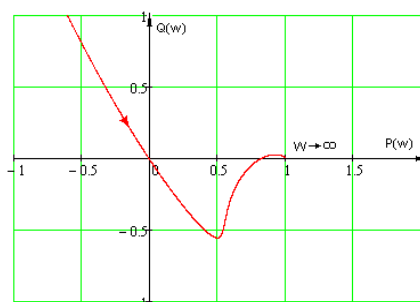


Рисунок 5.4 - Відкоригований годограф Найквіста

Авторська розробка

Перевіримо правильність обчислених значень моделюванням БСК. За допомогою програмного пакета MathCad побудуємо графіки перехідних процесів $h_1(t)$ та $h_2(t)$ (рис. 5.5).

Графіки перехідних характеристик (рис.5.5) являють собою незгасаючі коливання, отже, за заданих параметрів система перебуватиме на межі стійкості.

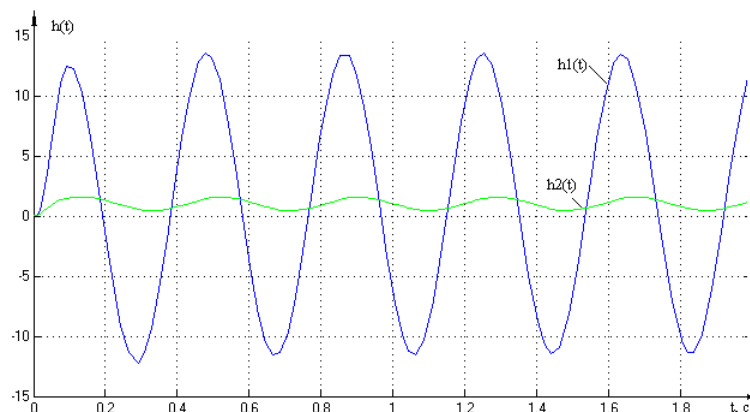


Рисунок 5.5 - Графіки перехідних процесів.

Авторська розробка

Висновки по п'ятому розділу.

У роботі представлено результати дослідження стійкості багатозв'язної системи керування. Початковими даними для аналізу стійкості є структурна схема та передаточні функції незмінної частини сепаратних каналів та перехресних зв'язків в об'єкті керування. Оцінку стійкості проведено за коренями характеристичного рівняння та узагальненим методом Найквіста. За заданих параметрів система перебуватиме на межі стійкості.

Подальші дослідження і синтез багатозв'язної системи керування мобільного робота з маніпулятором дозволить підвищити його живучість і ефективність за умов автономної роботи. Оскільки мобільний робот з маніпулятором є прикладом класу об'єктів «автономний мобільний робот змінюваної конфігурації», то отримані результати можна застосовувати до всіх об'єктів цього класу.



KAPITEL 6 / CHAPTER 6

SYNTHESIS OF A SERIES COMPENSATOR FOR THE CONTROL SYSTEM OF AN AUTONOMOUS MOBILE ROBOT

Останнім часом автономні мобільні роботи (АМР) застосовуються для військових завдань та подолання наслідків техногенних й природних катастроф. Використання АМР в екстремальних умовах обумовлює нові вимоги до їхньої конструкції, динаміки та систем керування.

Для швидкого реагування та адаптації до поточних умов у робочій зоні доцільно передбачити можливість складання конструкції АМР за агрегатно-модульним методом. При цьому кожна платформа матиме декілька варіантів шасі та навісного обладнання (маніпулятор, щуп, бур, ківш і т.п.). Для ефективного застосування таких АМР система керування повинна передбачати алгоритми самоідентифікації для уточнення динамічних властивостей об'єкта керування.

Аналіз літератури. Результати досліджень наведені в [2] доводять, що значення відцентрових моментів інерції системи при відносному русі маніпулятора сумірні значенням осьових моментів інерції системи, навіть якщо маса рухомих елементів конструкції менша, ніж 10% маси платформи.

Результати математичного моделювання та аналізу динаміки АМР змінюваної конфігурації наведені в [2, 4] демонструють взаємозв'язок каналів керування обумовлений недіагональністю і нестационарністю тензору інерції.

Динаміку та керованість чотириколісного повнопривідного автономного мобільного робота детально досліджено у [5, 6].

Методи аналізу й синтезу багатозв'язних систем керування наведено у [7, 8].

Для робіт в екстремальних апріорно невизначених умовах доцільно застосовувати узгоджені дії групи АМР [9, 10]. Недоліки існуючих методів керування групою АМР обумовлені неузгодженістю алгоритмів керування з динамічними особливостями окремих роботів [11].

Мета і завдання дослідження. Система керування розглянутих АМР є



багатовимірною і передбачає у загальному випадку три шини керування для платформи, шасі та навісного обладнання. По кожній шині командні впливи по каналах зв'язку передаються на виконавчі пристрої (колеса, стабілізатори, приводи кінематичних пар маніпулятора). Взаємозв'язок каналів керування виникає за рахунок динамічних особливостей об'єкту [1] і визначається варіантом конструкції АМР. Для подолання взаємозв'язку у кожний канал керування потрібно додати послідовний компенсатор.

Якщо номенклатура шасі та навісного обладнання відома, то на етапі проектування можна заздалегідь розрахувати потрібні передаточні функції послідовних компенсаторів для кожного каналу системи керування.

Таким чином, розробка методу розрахунку послідовних компенсаторів для системи керування АМР є актуальною науково-технічною задачею.

Об'єктом дослідження є система керування автономного мобільного робота оснащеного антропоморфним маніпулятором з чотирма ступенями рухливості [2].

Схема конструкції АМР з маніпулятором наведена на рис. 6.1. Конструкція складається з повнопривідної чотирьохколісної платформи АМР, та антропоморфного маніпулятора складеного з кільця, що обертається навколо верти-кальної вісі, та стрижневих ланок – руки, з'єднаних ротаційними кінематичними парами п'ятого класу.

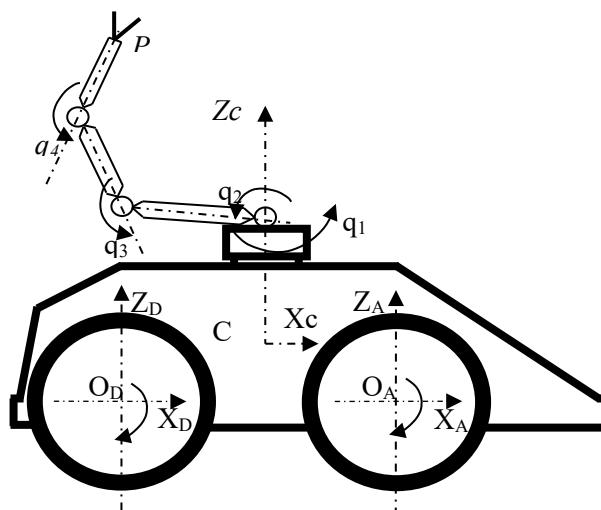


Рисунок 6.1 – Схема конструкції автономного мобільного робота з маніпулятором, [2]



Цикл роботи АМР з маніпулятором можна розділити на декілька режимів:

– рух платформи АМР з точки старту S до точки фінішу F при нерухомому маніпуляторі з дотриманням вимог оптимальності (швидкодія, продуктивність або економічність, і т. п.);

– виконання технологічних операцій маніпулятором, навісним або інформаційним обладнанням при нерухомій платформі;

– виконання технологічних операцій навісним обладнанням при русі платформи вздовж заданої траєкторії.

На першому і третьому режимі роботи АМР з маніпулятором являє собою візок з адаптивною системою керування, який рухається в наперед невизначених умовах зовнішнього середовища.

Матеріали та методи дослідження. Для аналізу динамічних особливостей системи представимо об'єкт керування як механічну систему «носій - перенесено тіло» [3]. Ланки маніпулятора – перенесені тіла, платформа – несуче тіло.

Кількість керуючих впливів залежить від режиму роботи АМР з маніпулятором. Припустимо, що на першому етапі під час переміщення траєкторією – чотири керуючих впливи (на кожне колесо). На другому режимі, якщо маніпулятор виконує технологічні операції при переміщенні платформи, то система керування генерує вісім керуючих впливів (на кожне колесо та на кожен узагальнену координату). На третьому режимі – чотири керуючих впливи (на кожен узагальнену координату).

Результати. Структурна схема багатозв'язної системи керування (БСК) показана на рис. 6.2. Перехресні зв'язки каналів керування зосереджені у багатовимірному об'єкті керування.

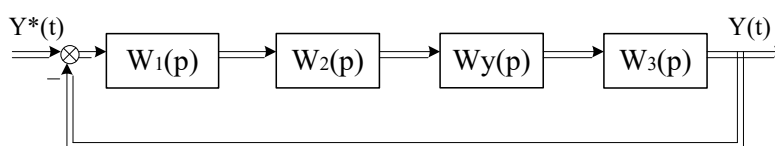


Рисунок 6.2 – Структурна схема багатозв'язної системи керування

Авторська розробка



Передаточні матриці (ПМ) лінійних ланок у складі чотирьохвимірної БСК мають вигляд:

$$W_1(p) = \text{diag} \{W_{p1}(p); W_{p2}(p); W_{p3}(p); W_{p4}(p)\};$$

$$W_2(p) = \text{diag} \{W_{01}(p); W_{02}(p); W_{03}(p); W_{04}(p)\};$$

$$W_3(p) = \text{diag} \{1/p; 1/p; 1/p; 1/p\},$$

де $W_{pi}(p)$ – передаточні функції i -го сепаратного регулятора; $i = 1, \dots, 4$;

$$W_{0i}(p) = \frac{K_i}{(1 + pT_{ai})(1 + pT_{bi})} \quad \text{– передаточні функції незмінної частини } i\text{-го}$$

сепаратного каналу;

$W_k(p) = [E + W_x(p)]$ – ПМ компенсатора із прямими перехресними зв'язками;

$$W_x(p) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & W_{x4}(p) \\ 0 & 0 & W_{x3}(p) & 0 \\ 0 & W_{x2}(p) & 0 & 0 \\ W_{x1}(p) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

а $W_{x1}(p)$, $W_{x2}(p)$, $W_{x3}(p)$ і $W_{x4}(p)$ – передаточні функції прямих (або зворотних) перехресних зв'язків у складі послідовного компенсатора, що забезпечує властивість автономності каналів регулювання;

$$W_y(p) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & W_{y4}(p) \\ 1 & 1 & W_{y3}(p) & 1 \\ 1 & W_{y2}(p) & 1 & 1 \\ W_{y1}(p) & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\text{де } W_{yi}(p) = \frac{K_{yi}}{1 + pT_{yi}} \quad \text{– передаточні функції перехресних зв'язків в об'єкті}$$

керування.

Розрахунок послідовного компенсатора. Зобразимо структурну схему БСАР із послідовним компенсатором (рис. 6.3).

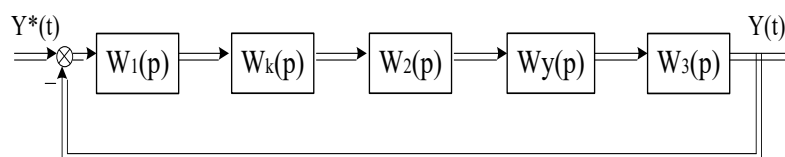


Рисунок 6.3 – Структурна схема багатозв'язної системи керування із послідовним компенсатором

Авторська розробка



Передавальна матриця компенсатора $W_k(p)$ має вигляд:

а) $W_k(p) = [E + W_x(p)]$ – для компенсатора із прямими перехресними зв'язками;

б) $W_k(p) = [E - W_x(p)]^{-1}$ – для компенсатора з оберненими перехресними зв'язками;

$$W_x(p) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & W_{x4}(p) \\ 0 & 0 & W_{x3}(p) & 0 \\ 0 & W_{x2}(p) & 0 & 0 \\ W_{x1}(p) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

де $W_{x1}(p)$, $W_{x2}(p)$, $W_{x3}(p)$, $W_{x4}(p)$ – передавальні функції перехресних зв'язків послідовного компенсатора, які необхідно визначити.

Необхідною й достатньою умовою повної автономності каналів регулювання є діагональний вигляд передавальної матриці $\Phi(p)$ замкнутої БСАР щодо задаючих впливів:

$$\Phi_{ij}(p) = 0 \text{ за } i \neq j \text{ або } \Phi(p) = \text{diag} \{ \Phi_{ii}(p) \}.$$

Для структури з одиничним негативним оберненим зв'язком математичні умови автономності можна одержати для передавальної матриці розімкнутої системи.

У даному випадку САР чотирьохвимірна. Якщо кількість перехресних зв'язків незначна, їх передавальні функції легко одержати на основі принципу двоканальності Петрова.

Для визначеності, як приклад, розглянемо БСК з початковими даними наведеними у табл.6.1.

Таблиця 6.1 - Коефіцієнти передаточних функцій

Номер каналу	Коефіцієнти незмінної частини і-го сепаратного каналу			Коефіцієнти перехресних зв'язків і-го сепаратного каналу	
	K_i, c^{-1}	T_{ai}, c	T_{vi}, c	K_{vi}, c^{-1}	T_{vi}, c
1	125	0,07	0,01	-15	0,028
2	135	0,11	0,009	10	0,0135
3	110	0,06	0,035	-12	0,024
4	120	0,15	0,032	10	0,048



6.1. Багатозв'язна система автоматичного регулювання із прямими перехресними зв'язками в компенсаторі

Розглянемо деталізовану до рівня одновимірних ланок структурну схему розімкненої БСАР (рис. 6.4).

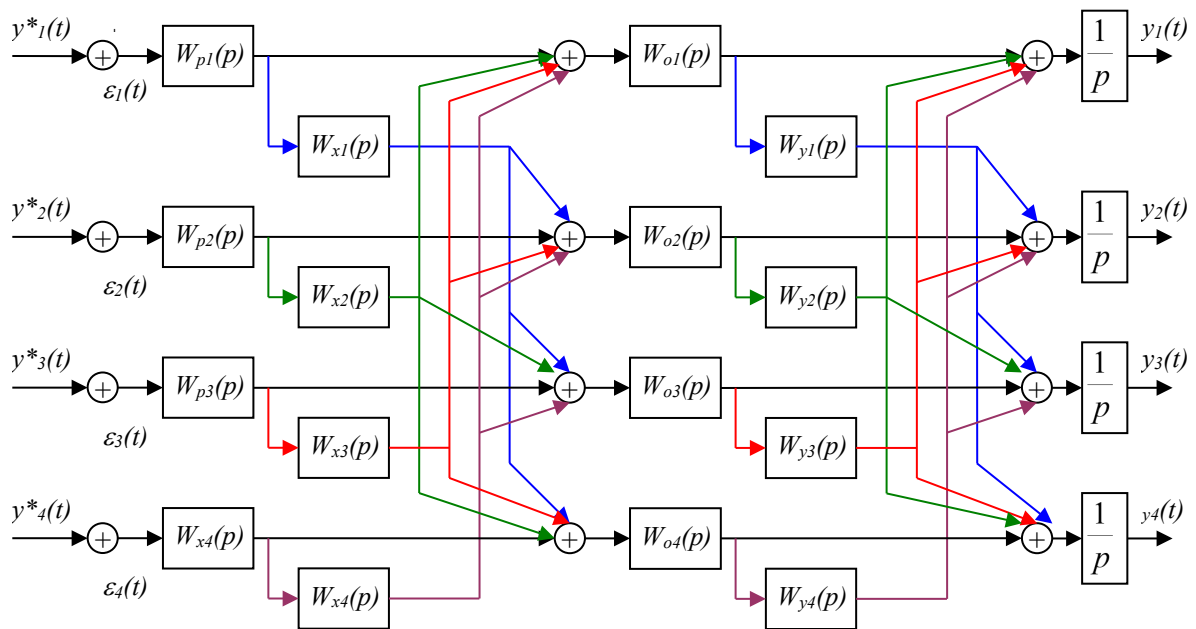


Рисунок 6.4 – Структурна схема багатозв'язної системи керування із прямими перехресними зв'язками в компенсаторі

Авторська розробка

Передавальну функцію прямого перехресного зв'язку $W_{x12}(p)$ визначимо з умови рівності нулю суми передавальних функцій двох каналів поширення сигналу $\epsilon_1(p)$ до другого виходу багатовимірного об'єкту керування (БОК)

$$\frac{1}{p} W_{p1}(p) W_{x1}(p) W_{o2}(p) + \frac{1}{p} W_{p1}(p) W_{y1}(p) W_{o1}(p) = 0,$$

$$W_{x12}(p) = \frac{-W_{o1}(p) W_{y1}(p)}{W_{o2}(p)}$$

або

$$W_{x12}(p) = \frac{125 \quad -15}{(1+0,07p)(1+0,01p) \quad 1+0,028p}, \quad \frac{135}{(1+0,11p)(1+0,009p)}$$



$$W_{x12}(p) = \frac{13,89(1+0,11p)(1+0,009p)}{(1+0,07p)(1+0,01p)(1+0,028p)}.$$

Аналогічно можна обчислити й передавальні функції $W_{x13}(p)$, $W_{x14}(p)$.

Передавальну функцію оберненого перехресного зв'язку $W_{x21}(p)$ визначимо з умови рівності нулю суми передавальних функцій каналів поширення сигналу $\varepsilon_2(p)$ до першого виходу багатозв'язного об'єкту керування:

$$\frac{1}{p}W_{p2}(p)W_{x21}(p)W_{o1}(p) + \frac{1}{p}W_{p2}(p)W_{y2}(p)W_{o2}(p) = 0, W_{x21}(p) = \frac{-W_{o2}(p)W_{y2}(p)}{W_{o1}(p)},$$

$$W_{x21}(p) = -\frac{\frac{135}{(1+0,11p)(1+0,009p)} - 10}{\frac{125}{(1+0,07p)(1+0,01p)}},$$

$$W_{x21}(p) = \frac{-10,8(1+0,07p)(1+0,01p)}{(1+0,11p)(1+0,009p)(1+0,0135p)}.$$

Аналогічно можна обчислити й передавальні функції $W_{x23}(p)$, $W_{x24}(p)$.

Динамічні властивості автономних каналів регулювання в загальному випадку можуть відрізнятися від властивостей відповідних сепаратних каналів регулювання, одержаних формальним відкиданням усіх перехресних зв'язків і у БОК, і в регуляторі. У випадку точного збігу цих властивостей у БСАР досягається абсолютна автономність, в іншому випадку – звичайна (проста) автономність.

Визначимо тип автономності системи. Для цього порівняємо передавальні функції розімкнутих автономних і сепаратних каналів регулювання.

Передавальна функція розімкнутої системи з урахуванням перехресних зв'язків має вигляд

$$W(p) = W_3(p)W_y(p)W_2(p)W_k(p)W_1(p). \quad (6.1).$$

Передавальна матриця розімкнутої системи без урахування перехресних зв'язків:

$$W_{\text{без ПЗ}}(p) = W_3(p)W_2(p)W_1(p).$$

Відповідні передавальні функції розімкнутих автономних і сепаратних каналів регулювання не збігаються, а отже, не збігаються і властивості цих каналів. Таким чином, у досліджуваній БСАР проста автономність каналів.



6.2. Багатозв'язна система автоматичного регулювання із оберненими перехресними зв'язками в компенсаторі

Розглянемо деталізовану до рівня одновимірних ланок структурну схему розімкненої БСАР (рис. 6.5).

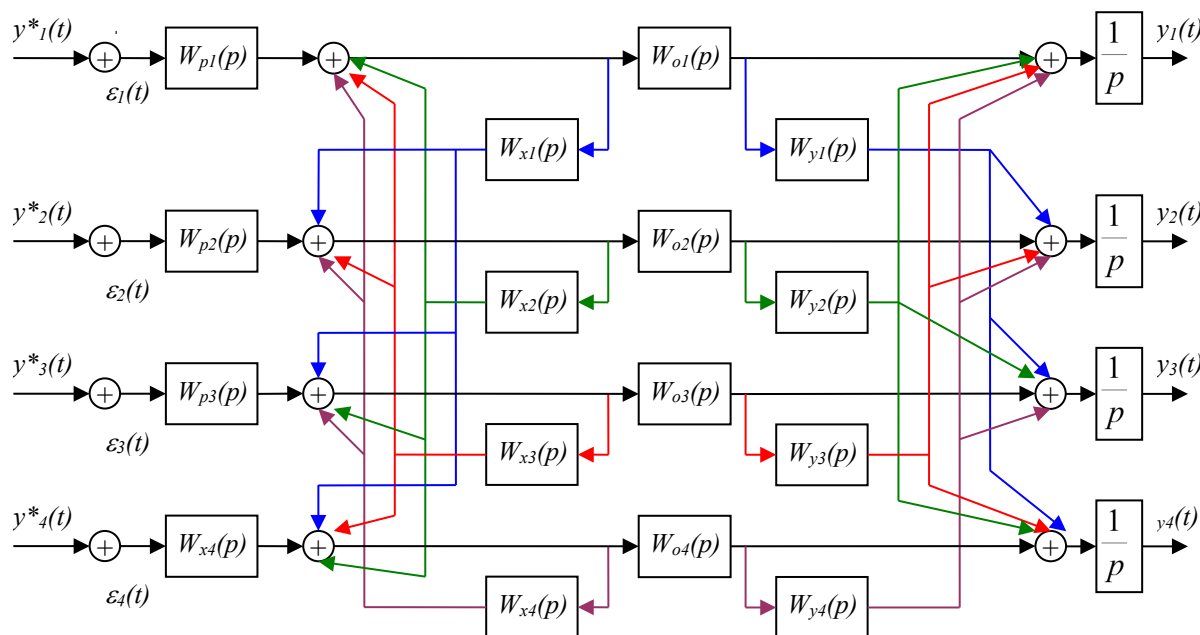


Рисунок 6.5 – Структурна схема багатозв'язної системи керування із оберненими перехресними зв'язками в компенсаторі

Авторська розробка

Передавальну функцію оберненого перехресного зв'язку $W_{x12}(p)$ визначимо з умови рівності нулю суми передавальних функцій двох каналів поширення сигналу $\varepsilon_1(p)$ до другого виходу багатозв'язного об'єкту керування:

$$\frac{1}{p} W_{p1}(p) W_{x12}(p) W_{o2}(p) + \frac{1}{p} W_{p1}(p) W_{y1}(p) W_{o1}(p) = 0,$$

$$W_{x12}(p) = \frac{-W_{o1}(p) W_{y1}(p)}{W_{o2}(p)},$$

$$W_{x12}(p) = -\frac{125}{(1+0,07p)(1+0,01p)} \frac{-15}{1+0,028p},$$

$$\frac{1}{(1+0,11p)(1+0,009p)}$$



$$W_{x12}(p) = \frac{13,89(1+0,11p)(1+0,009p)}{(1+0,07p)(1+0,01p)(1+0,028p)}.$$

Аналогічно можна обчислити й передавальні функції $W_{x13}(p)$, $W_{x14}(p)$.

Передавальну функцію оберненого перехресного зв'язку $W_{x21}(p)$ визначимо з умови рівності нулю суми передавальних функцій каналів поширення сигналу $\varepsilon_2(p)$ до першого виходу багатозв'язного об'єкту керування:

$$\frac{1}{p}W_{p2}(p)W_{x21}(p)W_{01}(p) + \frac{1}{p}W_{p2}(p)W_{y2}(p)W_{02}(p) = 0,$$

$$W_{x21}(p) = \frac{-W_{02}(p)W_{y2}(p)}{W_{01}(p)},$$

$$W_{x21}(p) = -\frac{\frac{135}{(1+0,11p)(1+0,009p)} \frac{10}{1+0,0135p}}{\frac{125}{(1+0,07p)(1+0,01p)}},$$

$$W_{x21}(p) = \frac{-10,8(1+0,07p)(1+0,01p)}{(1+0,11p)(1+0,009p)(1+0,0135p)}.$$

Аналогічно можна обчислити й передавальні функції $W_{x23}(p)$, $W_{x24}(p)$.

Визначимо тип автономності системи, порівнявши передавальні функції розімкнутих автономних і сепаратних каналів регулювання.

Передавальна функція розімкнутої системи з урахуванням перехресних зв'язків має вигляд

$$W(p) = W_3(p)W_y(p)W_2(p)W_k(p)W_1(p), \quad (2)$$

Передавальна матриця розімкнутої системи без урахування перехресних зв'язків

$$W_{\text{без ПЗ}}(p) = W_3(p)W_2(p)W_1(p).$$

Відповідні передавальні функції розімкнутих автономних і сепаратних каналів регулювання збігаються, збігаються і властивості цих каналів, а отже, можна говорити про абсолютну автономність каналів.



Висновки по шостому розділу.

Система керування для АМР з маніпулятором на кожному режимі роботи містить щонайменше чотири канали керування з перехресними зв'язками, обумовленими фізичними властивостями об'єкту керування. Розглянуто метод визначення передавальних функцій компенсаторів для забезпечення автономності каналів керування.

Система керування групи АМР генерує команди на стратегічному, тактичному та оперативному рівні. За рахунок взаємозв'язку каналів керування в об'єкті виникає похибка. Нехтування перехресним зв'язком каналів керування призводить не лише до руйнування окремого мобільного робота, але й обумовлює невиконання місії групою. Результати досліджень можна застосовувати при розробці алгоритмів групового керування АМР.



KAPITEL 7 / CHAPTER 7

SYNTHESIS OF OPTIMAL GRIP TRAJECTORIES OF THE MANIPULATOR OF AN AUTONOMOUS MOBILE ROBOT

Розширення сфери застосування та ускладнення завдань для сучасних автономних мобільних роботів (АМР) обумовлює наявність елементів конструкції, рухомих відносно платформи робота: маніпулятор, щуп, бур, ківш і т.п. При експлуатації АМР ці елементи рухаються відносно платформи, змінюючи геометрію мас системи. При плануванні траєкторій схвату маніпулятора АМР необхідно враховувати рух платформи вздовж траєкторії або зсув зупиненої платформи.

Особливістю динаміки АМР з маніпулятором, як системи тіл, є:

- зміна положення центра мас системи при відносному русі маніпулятора,
- сумірність недиагональних і діагональних елементів тензора інерції, обчислених відносно осей базової системи координат $SX_cY_cZ_c$, пов'язаної із центром мас платформи АМР.

Зміна положення центру мас системи обумовлює виникнення збурюючих моментів.

Недиагональність тензору інерції системи тіл відносно базової системи координат, обумовлює:

- виникнення неузгодженості головних центральних осей інерції системи тіл з осями зв'язаної із центром мас платформи АМР базовою системою координат $SX_cY_cZ_c$,
- неузгодженість керуючих впливів з напрямками головних центральних осей інерції системи,
- взаємозалежність каналів керування.

Відцентрові і осьові моменти інерції АМР з маніпулятором (відносно осей базової системи координат $SX_cY_cZ_c$) залежать від часу і значень узагальнених координат.



Планування траєкторій схвату маніпулятора АМР з врахуванням перелічених особливостей дозволить підвищити експлуатаційні характеристики АМР при дистанційній роботі в наперед невизначених або екстремальних умовах.

Таким чином, розробка методу синтезу оптимальних траєкторій схвату маніпулятора АМР з урахуванням особливостей динаміки конструкції є актуальною науково-прикладною задачею.

Аналіз літератури. Розвиток нових технологій дає можливість застосування маніпуляторів (М) для робіт в екстремальних для людини умовах. Наприклад, використання М и автономних мобільних роботів (АМР) для ліквідації наслідків екологічних і техногенних катастроф, експлуатація дистанційно керованих М для роботи з радіоактивними речовинами, застосування М для складання конструкцій у космосі або на морському дні і т.п. Для робіт в екстремальних умовах, як правило, застосовуються дистанційно керовані роботи й М. У багатьох випадках дистанційно керована рука-маніпулятор встановлюється на керовану рухливу платформу. Це розширює сервісні характеристики М, але накладає більш жорсткі вимоги на пристрої систем керування й спостереження. Прикладом таких конструкцій є: рука-маніпулятор розміщена на космічному апараті, на кораблі, на колісному шасі і т.п. У всіх перерахованих вище випадках рух основи впливає на кінематику й динаміку руки-маніпулятора, збільшуючи помилку позиціонування й відхилення полюса схвату від заданої траєкторії. Динамічні процеси для М на рухомій платформі можна розділити на три режими руху:

- керований рух платформи по заданому маршруту з „зачекованим” М;
- виконання технологічних операцій М при зупиненій платформі;
- М виконує технологічні операції при керованому русі платформи.

Керований рух платформи з „зачекованим” маніпулятором досить добре досліджено для різних варіантів конструкції шасі. В [1] досліджено динаміку повнопривідного 4- колісного візка при поворотах. Синтез закону керування плоским рухом транспортного робота є типовою задачею: відомо декілька



методів стабілізації руху вздовж заданої траєкторії. У [2] застосовано перетворення системи рівнянь до нормальної форми Коші з подальшим диференціюванням по новій незалежній змінній [2-4]. У [5] рівняння динаміки візка складаються відносно шляхових координат, які добре фіксують відхилення від заданої траєкторії.

При моделюванні виконання технологічних операцій М за умови зупинки платформи АМР, доцільно розглянути рівняння динаміки відносно нерухомої системи координат пов'язаної з точкою стикування М і платформи. При цьому розв'язок задач кінематичного і динамічного аналізу М залежить від співвідношення інерційних характеристик платформи і М з навантаженням. В якості навантаження може бути об'єкт маніпулювання, щуп, бур, ківш і т.п. В [6-9] розглядається два підходи до складання рівнянь динаміки М: метод Ньютона - Ейлера й метод Лагранжа - Ейлера. Для моделювання процесів динаміки і керування М доцільно застосовувати математичні пакети Mathcad [10-12] або Matlab [13-15]. В [13] презентовано псевдо символічне динамічне моделювання (PSDM) для створення спрощених динамічних моделей М, конструкція яких містить до 7 ступенів рухливості. Представлений алгоритм дозволяє генерувати код у реальному часі, моделювати динаміку й підвищувати ефективність моделі за рахунок виключення мінімально важливих елементів. Крім того, авторами [13] розроблена реалізація алгоритму в середовищі MATLAB, яка є загальнодоступною. Авторами [14] була розроблена віртуальна модель кінематики й динаміки М в MATLAB&SIMULINK. Представлена модель використовує ПД-регулятор, а рівняння динаміки отримані методом Лагранжа - Ейлера. Робота [15] присвячена динамічному моделюванню просторового трьохланкового М с використанням символічних і чисельних методів. Для складання рівнянь динаміки у формі простору станів пропонується алгоритм, заснований на методі Ньютона-Ейлера. Алгоритм реалізовано у системі Maple, моделювання здійснено в MATLAB&SIMULINK.

При експлуатації АМР маніпулятором виконуються технологічні операції переміщення об'єкту маніпулювання (вантаж, інструмент, контрольно-



вимірювальні прилади) за заданим законом руху [8, 9]. Залежно від призначення маніпулятора на різних ділянках траєкторії АМР можуть змінюватися параметри навантаження: геометричні розміри, форма, розподіл мас [8, 9]. Ці особливості слід врахувати на етапі проектування і складання математичної моделі, оскільки коефіцієнти диференціальних рівнянь є функціями узагальнених координат маніпулятора і залежать від закону руху і параметрів навантаження [8-10, 16, 17].

Для вирішення цього завдання на ЕОМ можна використати мови програмування (Fortran, Pascal, C) або математичні пакети (Matlab, Mathcad). Чисельні методи рішення інженерних завдань реалізуються в середовищі прикладних програм Mathcad [18, 19].

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є підвищення ефективності використання АМР при дистанційній роботі в наперед невизначених або екстремальних умовах: вибір оптимальної конфігурації маніпулятора АМР для забезпечення якісних показників і надійного виконання заданих технологічних операцій; вибір послідовності рухів по узагальненим координатам; забезпечення мінімального відхилення схвату маніпулятора АМР від заданої траєкторії.

Об'єкт дослідження. Об'єктом дослідження є чотирьохколісний повнопривідний АМР із маніпулятором, маса якого з вантажем складає 10 % ÷ 20% від маси платформи АМР. Схема конструкції АМР із маніпулятором наведена на рис.7.1. Конструкція складається з повнопривідної 4 – колісної платформи АМР; маніпулятора складеного з диску, що обертається навколо вертикальної вісі, та стрижневих ланок руки, з'єднаних ротаційними кінематичними парами п'ятого класу.

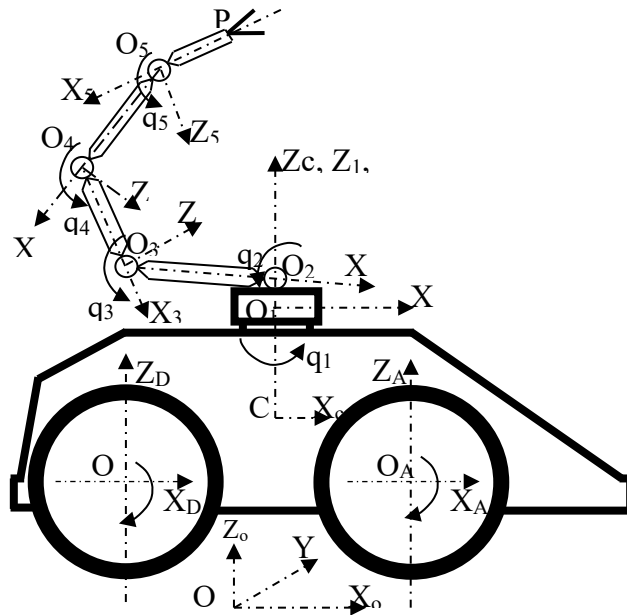


Рисунок 7.1 – Схема конструкції АМР с манипулятором, [2]

Розглянемо розрахункову модель представлену на рис.7.2, (геометричні розміри вказано у мм). Маса манипулятора з навантаженням становить до 20% від маси платформи АМР.

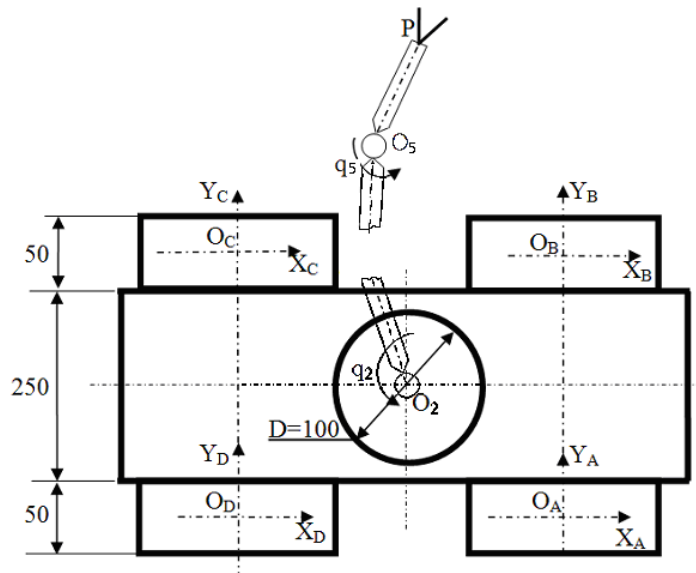


Рисунок 7.2 – Розрахункова модель АМР с манипулятором

Авторська розробка

Матеріали та методи дослідження. Сформульовані в роботі висновки, наукові припущення й рекомендації базуються на фундаментальних положеннях теоретичної механіки, теорії диференціальних рівнянь й теорії керування [5, 6,



16, 17].

При моделюванні траєкторії схвату маніпулятора АМР припустимо наступне:

- платформа АМР – абсолютно твердий жорсткий паралелепіпед (рис. 7.3) з рівномірним розподілом маси із щільністю $\rho=2,7 \text{ г/см}^3$;

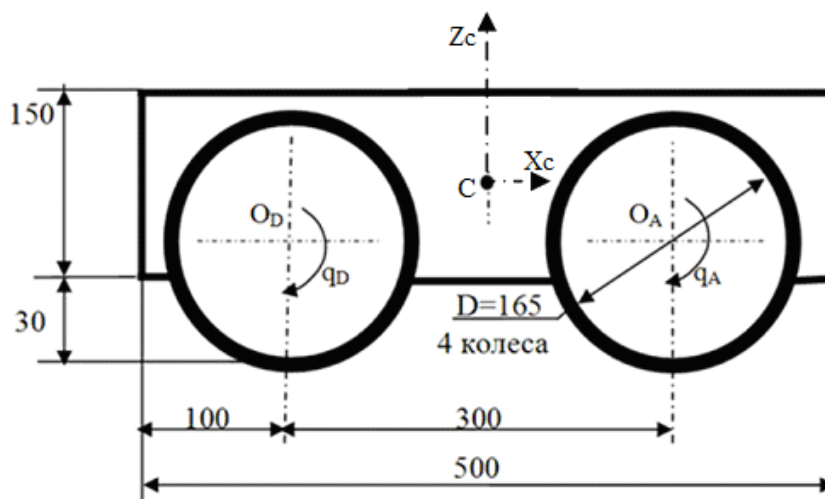


Рисунок 7.3 – Розрахункова модель платформи автономного мобільного робота
Авторська розробка

- масою кінематичних пар можна знехтувати;
- друга, третя, четверта і п'ята ланки маніпулятора абсолютно тверді жорсткі стрижні діаметром $d=30 \text{ мм}$, з рівномірним розподілом маси із щільністю $\rho=2,7 \text{ г/см}^3$, довжиною $l_5=O_5P=300 \text{ мм}$, $l_4=O_4O_5=600 \text{ мм}$, $l_3=O_3O_4=700 \text{ мм}$, $l_2=O_2O_3=800 \text{ мм}$; $l_1=O_1O_2=50 \text{ мм}$.
- маси другої, третьої і четвертої ланки маніпулятора зосереджені в кінематичних парах, тобто у точках O_2 , O_3 і O_4 відповідно.
- перша ланка маніпулятора абсолютно твердий жорсткий диск діаметром $D=100 \text{ мм}$ висотою $h=50 \text{ мм}$, з рівномірним розподілом маси із щільністю $\rho=2,7 \text{ г/см}^3$;

- узагальнені координати мають конструктивні обмеження $q_1(t) \in \left[\frac{\pi}{180}; \frac{15\pi}{8} \right]$,

$$q_2(t) \in \left[\frac{\pi}{180}; \frac{2\pi}{3} \right], \quad q_3(t) \in \left[\frac{\pi}{180}; \frac{2\pi}{3} \right], \quad q_4(t) \in \left[\frac{\pi}{180}; \frac{2\pi}{3} \right], \quad q_5(t) \in \left[\frac{\pi}{180}; \frac{15\pi}{8} \right].$$



– мотор - колеса діаметром $D=165$ мм товщиною $b=50$ мм, масою 2800 г.

Рівняння динаміки моделі АМР змінюваної конфігурації в загальному випадку включають:

- рівняння керованого руху центру мас багатомасової системи по заданій траєкторії;
- рівняння кутового руху платформи з маніпулятором відносно центра мас багатомасової системи;
- рівняння відносного руху маніпулятора;
- рівняння регулятора системи керування.

Припустимо, що рух схвату АМР при виконанні технологічних операцій здійснюється, як послідовність переміщень по узагальненим координатам M встановленого на зупинену платформу. В цьому випадку моделювання траєкторії схвату виконується у системі координат $O_1X_1Y_1Z_1$ нерухомій відносно платформи, O_1 - точка стикування M і платформи.

Метод синтезу оптимальної траєкторії схвату маніпулятора АМР складається з наступних етапів:

- кінематичний та динамічний аналіз маніпулятора;
- обчислення меж робочого простору;
- перевірка приналежності координат вузлових точок технологічного процесу робочому простору маніпулятора;
- визначення конфігурації маніпулятора для точок робочого простору, координати яких відповідають вузловим точкам технологічного процесу;
- оцінка точності позиціонування схвату, перерегулювання та часу перехідного процесу при визначених конфігураціях M для кожної послідовності переміщень по узагальненим координатам.
- синтез оптимальної траєкторії схвату M , як послідовності переміщень по узагальненим координатам, на основі аналізу отриманих результатів для забезпечення якісних показників виконання технологічних операцій.

Оскільки, елементи тензору інерції АМР відносно осей базової системи координат $CX_cY_cZ_c$ сумірні, то приріст будь-якої узагальненої координати Δq_i



обумовлює зміну перерозподілу мас, зсув платформи і зниження точності позиціонування. Таким чином, для ефективного виконання маніпулятором АМР технологічних операцій в екстремальних наперед не визначених умовах необхідно на етапі проектування розробити базу даних, яка б містила оптимальні послідовності переміщень по узагальненим координатам з заданими початковими та кінцевими точками робочого простору. Розрахунки на кожному етапі методу синтезу оптимальної траєкторії схвату маніпулятора АМР можна виконати з використанням стандартного програмного забезпечення (Fortran, Pascal, C або математичних пакетів Matlab, Mathcad).

Розглянемо реалізацію методу синтезу оптимальної траєкторії схвату маніпулятора АМР з застосуванням Mathcad. Програмне середовище Mathcad дозволяє автоматизовано провести кінематичний та динамічний аналіз [10], визначити межі робочого простору [11], провести моделювання приводу обертання для кожного ступеня рухливості, проаналізувати оптимальність конфігурацій у заданих точках робочого простору [20], оцінити точність позиціонування схвату [12].

Кінематичний та динамічний аналіз маніпулятора здійснюють з урахуванням потужності приводів, коефіцієнтів тертя, особливостей конструкції й характеристик кінематичних пар. У [11] представлені результати моделювання руху та зображення робочого простору полюса схвату маніпулятора АМР в системі координат $O_1X_1Y_1Z_1$ при заданих обмеженнях узагальнених координат $q_i(t) \in [q_{i_{min}}; q_{i_{max}}]$, $i=1, \dots, 5$ з використанням пакета прикладних програм Mathcad.

Припустимо, що в системі координат $O_1X_1Y_1Z_1$ задані координати вузлових точок технологічного процесу: $S1(-0,202;0,404;0,002)$; $S2(-0,130;0,433;-0,017)$. Результати розв'язання зворотного завдання кінематики M відносно зв'язаної системи координат $O_1X_1Y_1Z_1$ і відповідні набори значень узагальнених координат q_i наведено у табл.7.1.



Таблиця 7.1 - Результати розв'язання зворотного завдання кінематики маніпулятора АМР відносно зв'язаної системи координат $O_1X_1Y_1Z_1$

Координати вузлових точок траєкторії (м)	Набор	Значення узагальнених координат (рад)				
		q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
S1(-0,202;0,404;0,002)	S11	-0,464	1,529	1,613	2,406	0
	S12	-0,464	0,677	2,465	-0,200	0
	S13	2,678	2,854	0,288	-1,636	0
	S14	2,678	2,124	1,017	0,331	0
S2(-0,130;0,433;-0,017)	S21	2,850	2,826	0,316	-1,615	0
	S22	2,850	2,117	1,025	0,275	0
	S23	-0,292	1,550	1,591	2,486	0
	S24	-0,292	0,684	2,458	-0,252	0

Для реалізації переміщення схвату маніпулятора з точки S1 у точку S2 (табл.7.1) існує 192 послідовності переміщень по узагальненим координатам. Оцінка точності позиціонування схвату, перерегулювання та часу перехідного процесу при визначених конфігураціях M для кожної послідовності переміщень по узагальненим координатам проводилась з застосуванням Mathcad. Корекція точності позиціонування схвату враховує зсув платформи АМР обумовлений приростом будь-якої узагальненої координати Δq_i .

Для прикладу у табл.7.2 наведено значення часу перехідного процесу $t_{пп}$, точності позиціонування схвату P, перерегулювання δ , корекції ΔP та загальної точності позиціонування P_Σ для конфігурацій маніпулятора S11 і S21 при послідовностях переміщень $q_1 \rightarrow q_2 \rightarrow q_3 \rightarrow q_4 \rightarrow q_5$ та $q_2 \rightarrow q_1 \rightarrow q_3 \rightarrow q_4 \rightarrow q_5$ по узагальненим координатам M. Обчислення проведено відносно зв'язаної системи координат $O_1X_1Y_1Z_1$.

Таблиця 7.2 - Оцінка якісних показників виконання технологічних операцій маніпулятором АМР відносно зв'язаної системи координат $O_1X_1Y_1Z_1$

Послідовність переміщень	Якісні показники				
	$t_{пп}$, с	P, м	δ , %	ΔP , м	P_Σ , м
$q_1 \rightarrow q_2 \rightarrow q_3 \rightarrow q_4 \rightarrow q_5$	13,85	0,0019	11,76	0,0038	0,0057
$q_2 \rightarrow q_1 \rightarrow q_3 \rightarrow q_4 \rightarrow q_5$	13,90	0,0008	162,50	0,0121	0,0129

Моделювання послідовностей переміщень по узагальненим координатам M дозволило для кожного варіанту траєкторії схвату M оцінити час перехідного



процесу, перерегулювання та точність позиціонування. На основі аналізу отриманих результатів проведено синтез оптимальної траєкторії схвату маніпулятора АМР, яка реалізується при послідовності переміщень $q_1 \rightarrow q_2 \rightarrow q_3 \rightarrow q_4 \rightarrow q_5$ по узагальненим координатам М і забезпечує задані значення якісних показників при виконанні технологічних операцій.

Висновки по сьомому розділу. Актуальність розглянутої науково-прикладної задачі обумовлена розширенням області застосування маніпуляторів і АМР, ускладненням їх технологічних операцій. Запропоновано метод синтезу оптимальної траєкторії схвату маніпулятора АМР з врахуванням особливостей динаміки конструкції.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в наступному:

– Уперше представлено метод синтезу оптимальної траєкторії схвату маніпулятора АМР з врахуванням особливостей динаміки конструкції.

– Удосконалено метод математичного моделювання послідовностей переміщень по узагальненим координатам маніпулятора АМР. Застосування даного методу дозволяє на етапі проектування розробити базу даних, яка містить оптимальні послідовності переміщень по узагальненим координатам з заданими початковими та кінцевими точками робочого простору.

– Одержало подальший розвиток метод оцінки якісних показників виконання маніпулятором АМР технологічних операцій. Обчислення точності позиціонування схвату, перерегулювання та часу перехідного процесу проведено з застосуванням Mathcad при визначених конфігураціях М для кожної послідовності переміщень по узагальненим координатам. Корекція точності позиціонування схвату враховує зсув платформи АМР обумовлений приростом будь-якої узагальненої координати Δq_i .

Застосування запропонованого методу дозволяє програмно проводити синтез оптимальної траєкторії схвату маніпулятора АМР, яка реалізується при визначеній послідовності переміщень по узагальненим координатам М і забезпечує задані значення якісних показників при виконанні технологічних операцій.



Verweise / References

Chapter 1.

1. Лапота, А.В., Спасский, Б.А. (2020), Мобильные наземные робототехнические комплексы профессионального назначения. Робототехника и техническая кибернетика, 2020, № 8 (1), С. 5–17, <https://doi.org/10.31776/RTCJ.8101>.
2. Цариченко, С.Г., Антохин, Е.А., Чернова, П.Д. и Дементей, В.П. (2020), Состояние и проблемы стандартизации и унификации наземных робототехнических комплексов военного назначения. Робототехника и техническая кибернетика, 2020, №8 (1), С. 18 – 23, <https://doi.org/10.31776/RTCJ.8102>.
3. Liu, X.F., Li, H.Q., Chen, Y.J. and Cai, G.P. (2015), Dynamics and control of space robot considering joint friction. Acta Astronautica, 2015, Vol. 111, 2015, P. 1 – 18, <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2015.02.010>.
4. Liu, G., Geng, X. and Wang, Y. (2019), Haptic based teleoperation with master-slave motion mapping and haptic rendering for space exploration. Chinese Journal of Aeronautics, 2019, Vol. 32, Issue 3, March 2019, P. 723 – 736, <https://doi.org/10.1016/j.cja.2018.07.009>.
5. Dongyi, L., Kun, L., Yong, C. and other. (2020), Dynamic analysis of multi-functional maintenance platform based on Newton-Euler method and improved virtual work principle, Nuclear Engineering and Technology, 2020, Vol. 52, Issue 11, P. 2630 – 2637, <https://doi.org/10.1016/j.net.2020.04.017>.
6. Sun, H., Zhang, Y., Xue, J. and Wu, Z. (2014), The remote control system of the manipulator, Processing of the 33rd Chinese Control Conference (CCC), 28 – 30 July, 2014, Nanjing, China, <https://doi.org/10.1109/ChiCC.2014.6896388>.
7. Korayem, M.H. and Shafei, A.M. (2015), Motion equation of nonholonomic wheeled mobile robotic manipulator with revolute–prismatic joints using recursive Gibbs–Appell formulation, Applied Mathematical Modelling, 2015, Vol. 39, Issues 5–6, P. 1701 – 1716, <https://doi.org/10.1016/j.apm.2014.09.030>.



8. Ashhepkova, N. S. (2022), Analysis of inertia tensor of autonomous mobile robot/ N.S. Ashhepkova/ Technology Audit and Production Reserves. – Kharkiv. – February, 2022. – Vol. 63. № 1-2. – P. 24 – 34, <https://doi.org/10.30890/2567-5273/2021-15-02-066>.
9. Ащепкова, Н. С. (2020), Алгоритм адаптивного керування автономного мобільного робота// Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, 2020, VIII(30), Issue 244, P. 41 – 44, <https://doi.org/10.31174/SEND-NT2020-244VIII30-105>.
10. Ащепкова, Н. С., Ащепков, С. А. та Капера С. А. (2018), Динаміка моделі транспортного робота при поворотах. Science and Education in New Dimension, 2018, VI(19), Issue 171, P. 26 – 29, <https://doi.org/10.31174/SEND-NT2018-17VI19-05>.
11. Chebly, A., Talj, R. and Charara, A. (2017), Coupled Longitudinal and Lateral Control for an Autonomous Vehicle Dynamics Modeled Using a Robotics Formalism, IFAC – Papers On Line, 2017, Vol. 50, Issue 1, P. 12526 – 12532, <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2017.08.2190>.
12. Mauny, J., Porez, M. and Boyer, F. (2017), Symbolic Dynamic Modelling of Locomotion Systems with Persistent Contacts - Application to the 3D Bicycle, IFAC – Papers On Line, 2017, Vol. 50, Issue 1, P. 7598 – 7605, <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2017.08.1007>.
13. Ma, Y., (2020), Chapter three - Dynamics of tracked UGVs in three-dimensional space, Editor(s): Yue Ma, In book *Emerging Methodologies and Applications in Modelling, Identification and Control, Dynamics and Advanced Motion Control of Off-Road UGVs*, Academic Press, 2020, P. 77 – 94, ISBN 9780128187999, <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-818799-9.00003-7>.
14. Gilimyanov, R.F., Pesterev A.V. and Rapoport, L.V. (2008), Motion control for a wheeled robot following a curvilinear path. Journal of Computer and Systems Science International, 2008, Vol. 47, P. 987 – 994, <https://doi.org/10.1134/S1064230708060129>.



15. Bertonecelli, F., Ruggiero, F. and Sabattini, L. (2019), Wheel Slip Avoidance through a Nonlinear Model Predictive Control for Object Pushing with a Mobile Robot, IFAC - Papers On Line, 2019, Vol. 52, Issue 8, P. 25 – 30, <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.08.043>.
16. Ащепкова, Н. С. (2021), Управление динамическим объектом с недиагональным и нестационарным тензором инерции при движении вдоль траектории// Modern engineering and innovative technologies, 2021 – Том №18, – № 1(5). – С. 35 – 44. <https://doi.org/10.30890/2567-5273/.2021-15-02-066>
17. Bai, S., Zhou, L. and Wu, G. (2015). Manipulator Dynamics. In book *Handbook of Manufacturing Engineering and Technology*, Springer, 2015, P. 1855 – 1872, https://doi.org/10.1007/978-1-4471-4670-4_91.
18. Ащепкова, Н. С. и Шептун, Ю. Д., (1997) Математическая модель движения космического аппарата с манипулятором// Космічна наука і технологія – Київ – 1997. – № 5/6. – С. 34–42. doi:10.15407/knit1997.05.034.
19. Korayem, M.H., Shafei, A.M. and Seidi, E. (2014), Symbolic derivation of governing equations for dual-arm mobile manipulators used in fruit-picking and the pruning of tall trees, Computers and Electronics in Agriculture, 2014, Vol. 105, P. 95 – 102, <https://doi.org/10.1016/j.compag.2014.04.013>.
20. Lloyd, S., Irani R. and Ahmadi, M. (2021). A numeric derivation for fast regressive modeling of manipulator dynamics. Mechanism and Machine Theory, 2021, Vol.156C, №104149. doi:10.1016/j.mechmachtheory.2020.104149.
21. Khurpade, J., Dhami, S. S. and Banwait, S. S. (2018) A Virtual Model of 2D Planar Manipulator Dynamics// International Conference on Smart Systems and Inventive Technology (ICSSIT), December 2018, doi: 10.1109/ICSSIT.2018.8748764
22. Tian, S. X. and Wang, S. Z. (2010) Dynamic Modeling and Simulation of a Manipulator with Joint Inertia// [International Symposium on Information and Automation](#) (ISIA 2010), Guangzhou, China, November 2010. [Information and Automation](#), P. 10 – 16, doi: 10.1007/978-3-642-19853-3_2.
23. Булгаков, В. М., Яременко, В. В., Черниш, О. М. та Березовий, М. Г. Теоретична механіка. Підручник – Київ: ЦУЛ, 2019. – 640 с.



24. Кузьо, І. В., Зінько, Я. А., Ванькович, Т.-Н. М. та ін. Теоретична механіка. Підручник – Харків: Фоліо, 2017. – 576 с.

Chapter 2.

1. Юревич Е. И. Основы робототехники: учеб. пособие / Е. И. Юревич // – СПб.: БХВ-Петербург, 2017. – 304 с.
2. Колюбин С. А. Динамика робототехнических систем. Уч. пособие / С. А. Колюбин // – СПб.: Университет ИТМО, 2017. – 117 с.
3. Ащепкова Н. С., Збруцький О. В., Биценко О. В. Аналіз недіагональності і нестачі-нарності тензору інерції автономного мобільного робота/ Н. С. Ащепкова., О. В. Збруцький, О. В. Биценко // Механіка гіроскопічних систем. – Київ: НТУУ «КПІ». – 2020. – № 39. – С. 24 – 34.
4. Ащепкова Н. С. Метод синтезу оптимальних траєкторій схвату маніпулятора автономного мобільного робота/ М. Д. Кошовий, Н. С. Ащепкова // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2021. – № 1 (5). – С. 86–98.
5. Никитин Н. Н. Курс теоретической механики. Учебн. для ВУЗов / Н. Н. Никитин // – М.: Лань, 2010. – 720 с.
6. Березін Л. М. Теоретична механіка. Навч. посібник / Л. М. Березін, С. О. Кошель // – Київ: Центр навчальної літератури, 2019. – 218 с.
7. Френкель Я. И. Курс теоретической механики на основе векторного и тензорного анализа / Я. И. Френкель // – М.: Ленанд, 2016. – 440 с.
8. Ащепкова Н. С. Инерционные характеристики малогабаритного космического аппарата с манипулятором / Н. С. Ащепкова, Ю. Д. Шептун // Приднепровский научный вестник. Машиностроение. – Дніпропетровськ: – 1997. – № 45 (56), ч. I. – С. 11 – 17.
9. Fausett, L. V. (2002) Numerical methods using Mathcad, Prentice Hall, 702 p.
10. Maxfield B. (2006). Engineering with Mathcad: using Mathcad to create and organize your engineering calculation, Butterworth-Heinemann, 512 p.



Chapter 3.

1. Юревич Е. И. Основы робототехники: учеб. пособие / Е. И. Юревич // – СПб.: БХВ-Петербург, 2017. – 304 с.
2. Колюбин С. А. Динамика робототехнических систем. Уч. пособие / С. А. Колюбин // – СПб.: Университет ИТМО, 2017. – 117 с.
3. Ащепкова Н. С. Аналіз недіагональності і нестационарності тензору інерції автономного мобільного робота/ Н. С. Ащепкова, О. В. Збруцький, О. В. Биценко// Механіка гіроскопічних систем. – НТУУ «КПІ». – Вип.39. – 2020. – С.24–34.
4. Ащепкова Н.С. Инерционные характеристики малогабаритного космического аппарата с манипулятором / Н.С. Ащепкова, Ю.Д. Шептун // Приднепровский научный вестник. Машиностроение, – Дніпропетровськ, 1997 – Вип. 45 (56), ч. I. – С. 11 – 17.
5. Основы управления манипуляционными роботами: учебник для вузов / С. Л. Зенкевич, А. С. Ющенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004. – 480 с.
6. Ащепкова Н.С. Моделювання динаміки автономного мобільного робота з маніпулятором/ Н.С. Ащепкова, А.В. Збруцький // Вестник НТУ “ХПИ”. Серия: Информатика и моделирование. – Харьков: НТУ “ХПИ”. – декабрь, 2020. - № 31. – С. 4-14.
7. Шашихин В. Н. Современные проблемы автоматического управления / В. Н. Шашихин // – Санкт-Петербург: Изд-во Политехн. ун-та, 2017. – 210 с.
8. Петров В.Ф. Программно-аппаратный комплекс управления автономным движением мобильного робота / В.Ф. Петров, А.И. Терентьев, Ю.В. Блохин, В.В. Демьянов // Известия Тульского Государственного Университета. Серия: Технические науки. – Тула: ТулГУ. – 2012. - № 11 (2) – С. 143-148.
9. Способ управления динамическими объектами, патент RU2302028U1 от 27.06.2007 г., МПК G05B6/02, G05D1/00. Авторы: Винокуров В.В. (RU), Воробьёв А.В. (RU), Куликов В.Е. (RU), Харьков В.П. (RU).
10. Спосіб робастного керування багатовимірним динамічним об'єктом, патент



UA57100U от 10.02.2011 г., МПК G05B 11/01. Авторы: Тимченко В.Л. (UA), Кондратенко Ю.П. (UA), Кукліна К.О. (UA).

11. Ащепкова Н.С. Адаптивная система управления автономным мобильным роботом/ Н.С. Ащепкова, С.А. Ащепков // SCIENCE AND EDUCATION A NEW DIMENSION. Natural and Technical Sciences. VI(19), Issue: 181, 2020.- P. 20-30.
12. Спосіб керування динамічним об'єктом з недиагональним і нестационарним тензором інерції при русі вздовж траєкторії, патент UA149847U от 8.12.2021 г., МПК G05B 11/00. Автор: Ащепкова Н.С. (UA).
13. Ащепкова Н.С. Динаміка моделі транспортного робота при поворотах / Н.С. Ащепкова, С.С. Капера, С.А. Ащепков // SCIENCE AND EDUCATION A NEW DIMENSION. Natural and Technical Sciences. VI (19), Issue: 171, 2018.- P. 26-30.

Chapter 4.

1. Лапота, А.В., Спасский, Б.А. (2020). Мобильные наземные робототехнические комплексы профессионального назначения. Робототехника и техническая кибернетика, № 8(1). – С. 5 – 17. doi: 10.31776/RTSJ.8101
2. Цариченко, С.Г., Антохин, Е.А., Чернова, П.Д. и Дементей, В.П. (2020). Состояние и проблемы стандартизации и унификации наземных робототехнических комплексов военного назначения. Робототехника и техническая кибернетика, № 8 (1) . – С. 18–23. doi: 10.31776/RTSJ.8102.
3. Ермолов, И.Л., Хрипунов, С.П., Благодарящев, И.В. и Хрипунов, С.С. (2017). Типовая структурно-функциональная схема робототехнических комплексов военного назначения. Информационно-измерительные и управляющие системы, № 15 (6). –С. 4-9. <https://elibrary.ru/item.asp?id=29712433>
4. Kurfess, T.R. (2018). Robotics and Automation Handbook; CRC Press: Boca Raton, FL, USA; ISBN 978-1-4200-3973-3.
5. Barrett, L. (2020). Handbook of Robotics; Willford Press: Forest Hills, NY, USA; ISBN 978-1-68285-776-2.



6. Ashhepkova, N.S. (2022). Analysis of inertia tensor of autonomous mobile robot. Technology Audit and Production Reserves. – Kharkiv. – February, 2022. – Vol.63. № 1-2. – P. 24 – 34. doi: 10.30890/2567-5273/.2021-15-02-066
7. Ashhepkova, N.S. (2023). Construction of a mathematical model of the dynamics of an autonomous mobile robot of variable configuration. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, – Kharkiv. – December, 2022. –Vol. 6 №7 (120). – P. 30 – 44. doi.org/10.15587/1729-4061.2022.269840
8. Zbrutsky, A., Koshevoy, N and Ashhepkova, N. Analysis of the Dynamics and Controllability of Autonomous Mobile Robot with a Manipulator/ In “Recent Developments in Automatic Control System”. – River Publishers, 2022 – P. 121 – 144. ISBN 9788770226745
9. Мартынов Ю. Г. Управление движением мобильных колесных роботов/ Ю. Г. Мартынов // Фундамент. и прикл. матем., – Москва „МГУ”. – Т.11., Вип.8. – 2005. – С.29–80.
10. Зырянов Г. В. Системы управления многосвязными объектами: учеб. пособие / Г. В. Зырянов // – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2010. – 112 с.

Chapter 5.

1. Лапота, А.В., Спасский, Б.А. (2020). Мобильные наземные робототехнические комплексы профессионального назначения. Робототехника и техническая кибернетика, № 8(1). – С. 5 – 17. doi: 10.31776/RTSJ.8101
2. Цариченко, С.Г., Антохин, Е.А., Чернова, П.Д. и Дементей, В.П. (2020). Состояние и проблемы стандартизации и унификации наземных робототехнических комплексов военного назначения. Робототехника и техническая кибернетика, № 8 (1) . – С. 18–23. doi: 10.31776/RTSJ.8102.
3. Ермолов, И.Л., Хрипунов, С.П., Благодарящев, И.В. и Хрипунов, С.С. (2017). Типовая структурно-функциональная схема робототехнических комплексов военного назначения. Информационно-измерительные и управляющие системы, № 15 (6). –С. 4-9. <https://elibrary.ru/item.asp?id=29712433>



4. Kurfess, T.R. (2018). *Robotics and Automation Handbook*; CRC Press: Boca Raton, FL, USA; ISBN 978-1-4200-3973-3.
5. Barrett, L. (2020). *Handbook of Robotics*; Willford Press: Forest Hills, NY, USA; ISBN 978-1-68285-776-2.
6. Ashhepkova, N.S. (2022). Analysis of inertia tensor of autonomous mobile robot. *Technology Audit and Production Reserves*. – Kharkiv. – February, 2022. – Vol.63. № 1-2. – P. 24 – 34. doi: 10.30890/2567-5273/.2021-15-02-066
7. Ashhepkova, N.S. (2023). Construction of a mathematical model of the dynamics of an autonomous mobile robot of variable configuration. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, – Kharkiv. – December, 2022. –Vol. 6 №7 (120). – P. 30 – 44. doi.org/10.15587/1729-4061.2022.269840
8. Zbrutsky, A., Koshevoy, N and Ashhepkova, N. Analysis of the Dynamics and Controllability of Autonomous Mobile Robot with a Manipulator/ In “Recent Developments in Automatic Control System”. – River Publishers, 2022 – P. 121 – 144. ISBN 9788770226745
9. Rubtsov, V.I., Mashkov, K.J. and Konovalov, K.V. (2021) Multi-Level Control System for a Intelligent Robot That is Part of a Group. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. Vol.22 (1), pp. 610-615. doi: 10.17587/mau.22.610-615.
10. Kurochkin, S.Yu. and Tachkov A.A. (2021) Methods of Formation Control for a Group of Mobile Robots (a Review), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. Vol.22 (6), pp. 304-315. doi: 10.17587/mau.22.304-315.
11. Kenzin, M., Bychkov, I. and Maksimkin, N. “Coordinated Recharging of Heterogeneous Mobile Robot Teams during Continuous large Scale Missions”, 2020 International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT), 2020, pp. 745-750, doi: 10.1109/CoDIT49905.2020.9263974.
12. Мартынов Ю. Г. Управление движением мобильных колесных роботов/ Ю. Г. Мартынов // *Фундамент. и прикл. матем.*, – Москва „МГУ”. – Т.11., Вып.8. – 2005. – С.29–80.
13. Зырянов Г. В. Системы управления многосвязными объектами: учеб.



пособие / Г. В. Зырянов // – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2010. – 112 с.

Chapter 6.

1. Ashhepkova, N.S. (2022). Construction of a mathematical model of the dynamics of an autonomous mobile robot of variable configuration. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, – Kharkiv. – December, 2022. –Vol. 6 №7 (120). – P. 30 – 44. doi.org/10.15587/1729-4061.2022.269840
2. Ashhepkova, N.S. (2022). Analysis of inertia tensor of autonomous mobile robot. Technology Audit and Production Reserves. – Kharkiv. – February, 2022. – Vol.63. № 1-2. – P. 24 – 34. doi: 10.30890/2567-5273/.2021-15-02-066
3. Березін Л.М. Теоретична механіка. Навч. посібник / Л.М. Березін, С.О. Кошель. – Київ: Центр навчальної літератури, 2019. – 218 с.
4. Zbrutsky, A., Koshevoy, N. and Ashhepkova, N. Analysis of the Dynamics and Controllability of Autonomous Mobile Robot with a Manipulator/ In book “Recent Developments in Automatic Control System”. – River Publishers, 2022 – P. 121 – 144.
5. Kurfess, T.R. (2018). Robotics and Automation Handbook; CRC Press: Boca Raton, FL, USA; ISBN 978-1-4200-3973-3.
6. Barrett, L. (2020). Handbook of Robotics; Willford Press: Forest Hills, NY, USA; ISBN 978-1-68285-776-2.
7. Developments in Automatic Control Systems, River Publishers Series in Automation, Control and Robotics, River Publishers, Gistrup, Denmark, 2022, 452 p.
8. Попович М.Г. Теорія автоматичного керування /М.Г. Попович, О.В. Ковальчук// –К.: Либідь, 2007. – 656 с.
9. Rubtsov, V.I., Mashkov, K.J. and Konovalov, K.V. (2021) Multi-level Control System for Intelligent Robot That is Part of a Group. Mekhanotronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. Vol.22 (1), P.610-615. doi: 10.17587/mau.22.610-615.



10. Kurochkin, S.Yu. and Tachkov, A.A. (2021) Methods of Formation Control for a Group of Mobile Robots (a Review). *Mekhanotronika, Avtomati-zatsiya, Upravlenie*. Vol.22 (6), P.304-315. doi: 10.17587/mau.22.304-315.
11. Kenzin, M., Bychkov, I. and Maksimkin, N. (2020) Coordinated Recharging of Heterogeneous Mobile Robot Team during Continuous large Scale Missions. *International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*, 2020, P.745-750, doi: 10.1109/ CoDIT49905.2020.9263974.

Chapter 7.

1. Ащепкова *Н. С.*, Ащепков *С. А.*, Капера *С. А.* Динаміка моделі транспортного робота при поворотах// *Science and Education in New Dimension*, pp. 26-29, VI(19), Issue 171, 2018.
2. Tkachev S., Stabilization of nonminimum-phase multi-input affine system// *Science and Education. Scientific periodical of the Bauman MSTU*, №8, 2012.
3. Andrianova O., Path following simulation of wheeled vehicle// *Science and Education. Scientific periodical of the Bauman MSTU*, №77-30569/239840, Vol.10, 2011.
4. Gilimyanov R., Pesterev A., Rapoport L., Motion control for a wheeled robot following a curvilinear path// *Journal of Computer and Systems Science International*, pp. 987-994, Vol.47, №6, 2008.
5. Kanatikov A., Kasatkina T., Features of transition to path coordinates in a problem of path stabilization// *Science and Education. Scientific periodical of the Bauman MSTU*, №7, 2012.
6. Bai S., Zhou L., Wu G., Manipulator Dynamics// *Handbook of Manufacturing Engineering and Technology*, pp. 1855-1872, Springer, 2015.
7. Orsag M., Korpela C., Oh P. Y., Bogdan S., Aerial Manipulator Dynamics// *Aerial Manipulation*, pp. 33-85, Springer, 2018.
8. Юревич Е. И. Основы робототехники: учеб. пособие / Е. И. Юревич // – СПб.: БХВ-Петербург, 2017. – 304 с.
9. Колюбин С. А. Динамика робототехнических систем. Уч. пособие / С. А. Колюбин // – СПб.: Университет ИТМО, 2017. – 117 с.



10. Ащепкова Н. С. Метод кинематического и динамического анализа манипулятора с использованием Mathcad / Н. С. Ащепкова // Восточно-Европейский журнал передовых технологий – Харьков: – 2015. – № 5/7 (77). – С. 54–63.
11. Ashchepkova N., Divising a method to analyze the current state of the manipulator workspace// Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, pp. 63 – 74, Vol. 1/7 (109), 2021.
12. Ащепкова Н. С. Моделювання та аналіз точності позиціювання маніпулятора/ Н. С. Ащепкова // Вісник НТУ “ХПІ”. Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Харків: НТУ “ХПІ”. – 2017. – № 19 (1241). – С. 34–42.
13. Lloyd S., Irani R., Ahmadi M., A numeric derivation for fast regressive modeling of manipulator dynamics// Mechanism and Machine Theory, №156:104149, February 2021.
14. Khurpade J., . Dhami S. S, Banwait s. S, A Virtual Model of 2D Planar Manipulator Dynamics// International Conference on Smart Systems and Inventive Technology (ICSSIT), December 2018.
15. Tian S. X.,. Wang S. Z, Dynamic Modeling and Simulation of a Manipulator with Joint Inertia//, International Symposium on Information and Automation, ISIA 2010: Information and Automation, pp. 10 – 16, 2010.
16. Никитин Н. Н. Курс теоретической механики. Учебн. для ВУЗов / Н. Н. Никитин // – М.: Лань, 2010. – 720 с.
17. Павловський М. А. Теоретична механіка. Підручник / М. А. Павловський // – Київ: Техніка, 2002. – 512 с.
18. Fausett, L. V.(2002) *Numerical methods using Mathcad* , Prentice Hall, 702 p.
19. Maxfield B. (2006). *Engineering with Mathcad: using Mathcad to create and organize your engineering calculation*, Butterworth-Heinemann, 512 p.
20. Ащепкова Н. С. Определение оптимальных конфигураций антропоморфного манипулятора с шестью степенями подвижности / Н. С. Ащепкова // Вісник НТУ “ХПІ”. Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ “ХПІ”. – 2019. – № 28 (1353). – С. 94–107.



SCIENTIFIC EDITION

MONOGRAPH
**WISSENSCHAFTLICHE FORSCHUNG UNTER MODERNEN
BEDINGUNGEN DER INSTABILITÄT**
ANALYSE DER DYNAMIK UND REGELUNG AUTONOMER MOBILER ROBOTER
SCIENTIFIC RESEARCH IN MODERN CONDITIONS OF INSTABILITY
ANALYSIS OF DYNAMICS AND CONTROL OF AUTONOMOUS MOBILE ROBOTS
MONOGRAPHIC SERIES «EUROPEAN SCIENCE»
BOOK 34. PART 1

Authors:

Ashhepkova Natalja Sergeevna
Koshevoy Nicolay Dmitrievich

The scientific achievements of the authors of the monograph were also reviewed and recommended for publication at the international scientific symposium
**«Wissenschaftliche Forschung unter modernen Bedingungen der Instabilität /
Scientific research in modern conditions of instability '2024»**
(November 30, 2024)

Monograph published in the author's edition

The monograph is included in
International scientometric databases

500 copies
November, 2024

Published:
ScientificWorld -Net Akhat AV
Lufstr 13,
Karlsruhe, Germany



e-mail: editor@promonograph.org
<https://desymp.promonograph.org>



